



UNIVERSIDAD
NACIONAL
DE TUCUMÁN



FACULTAD DE
CIENCIAS ECONOMICAS
UNIVERSIDAD NACIONAL TUCUMAN

ESTIMACIÓN DE VENTAS A TRAVÉS DE REGRESIÓN LINEAL MÚLTIPLE

Autor: Díaz, Ignacio Alejandro

Director: Medina, Marcelo

2018

Trabajo de Seminario: Licenciatura en administración de empresas

PROLOGO

El siguiente trabajo fue realizado para la materia seminario de la facultad de ciencias económicas de la universidad nacional de Tucumán

El tema seleccionado es estimación de niveles de ventas a través de la regresión lineal múltiple. Se verá una introducción a la formación del modelo y su análisis. Luego será aplicado a la empresa Listerine con el fin de predecir las ventas semanales de todo un año.

La selección de la empresa se debió a la disponibilidad de datos, en el cual para Listerine se cuentan con una base amplia y detallada, lo cual permite generar un modelo preciso.

La aplicación de esta técnica de regresión lineal es crucial para la toma de decisiones en los negocios, tiene el potencial de evitar desperdicio e ineficiencia en una sobreproducción o un envío demasiado grande.

También puede evitar que haya una falta de producción o un envío menor al requerido, así perdiendo potenciales ventas y clientes. Ayuda a estar preparado a situaciones de mayor demanda, seguir el ritmo a la tendencia, cambios estacionales, etc.

Permite un análisis detallado de las variables, lo cual permite sacar conclusiones sobre su importancia e impacto en las ventas esperadas.

Es de gran beneficio para áreas como ventas, logística, producción, para la alta gerencia, etc.

La estadística puede generar una ventaja competitiva y una poderosa herramienta en el negocio, haciéndolo más eficiente y preciso en sus operaciones.

CAPITULO I

CONSTRUCCION DEL MODELO DE REGRESION LINEAL

Sumario: 1- Modelo, modelo matemático, modelo determinístico; 2- Diagrama de dispersión; 3- Regresión lineal; 4- Metodo de mínimos cuadrados; 5- Coeficientes

1- MODELO, MODELO MATEMATICO, MODELO DETERMINISTICO :

Un modelo, es una representación de la realidad, existen muchos tipos de modelos, gráficos, físicos, matemáticos, etc. En este trabajo se utilizará un modelo matemático, el cual involucra números y formulas, se busca representar la realidad de las ventas semanales de Listerine en ecuaciones matemáticas.

Dentro de los modelos matemáticos podemos encontrar el modelo determinístico, el cual opera atreves de variables conocidas, cuyo efecto impactaran en el resultado.

2- DIAGRAMA DE DISPERSION:

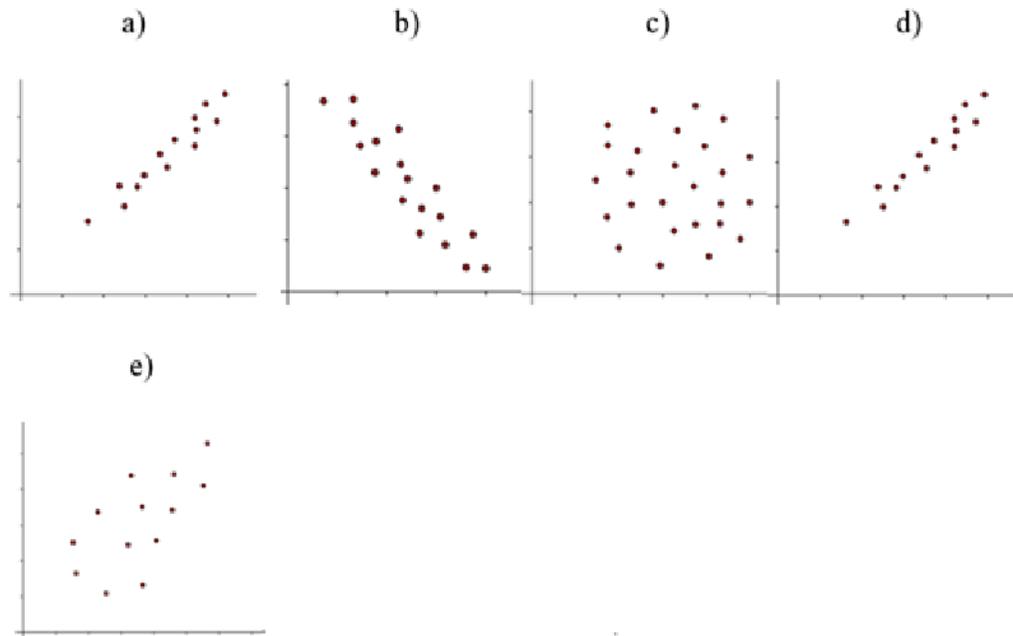
Se denomina diagrama de dispersión o nube de puntos, a la gráfica de los valores (x, y) de las variables X e Y en el sistema cartesiano¹

(1) ZAMORA, Manuel, Estadística Descriptiva e Inferencial, 5° Edición, Editorial Moshera S.R.L., (Lima, 2003), pág. 88.

Al observar a simple vista uno de estos diagramas se puede ver si las variables se correlacionan y de qué manera. Existen varias posibles situaciones presente en la figura 1.1:

Correlación directa cuando la recta correspondiente a la nube de puntos de la distribución es una recta creciente (imagen a). Correlación inversa cuando la recta correspondiente a la nube de puntos de la distribución es una recta decreciente (imagen b). Correlación nula en este caso se dice que las variables son incorreladas y la nube de puntos tiene una forma redondeada (imagen c). Correlación fuerte cuando más cerca estén los puntos de la recta (imagen d). Correlación débil cuando más separados estén los puntos de la recta (imagen e).

Figura 1.1: Diagramas de dispersión, posibles situaciones



Fuente: Elaboración propia

3- REGRESION LINEAL

Regresión lineal: A la ecuación que describe cómo está relacionada la variable dependiente y con las variables independientes X_1, X_2, \dots, X_p se le conoce como

modelo de regresión múltiple. Se supone que el modelo de regresión múltiple toma la forma siguiente:

$$Y = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + \dots + \beta_p X_p + \epsilon$$

Y: Variable dependiente, explicada o regresando.

En el modelo de regresión múltiple, $\beta_0, \beta_1, \beta_2, \dots, \beta_p$, son parámetros y el término del error ϵ (la letra griega épsilon) es una variable aleatoria. El término del error corresponde a la variabilidad en Y que no puede atribuirse o explicarse al efecto lineal de las p variables independientes.²

El modelo clásico de regresión lineal normal supone que cada u_i está normalmente distribuida con:

$$\text{Media: } E(u_i) = 0$$

$$\text{Varianza: } E[u_i - E(u_i)] = E(u_i^2) = \sigma^2$$

$$\text{Covarianza: } E(u_i u_j) = 0 \quad i \neq j$$

Más fácilmente expresado como:

$$u_i \sim NID(0, \sigma^2)$$

Lo que indica que los errores son normales independientemente distribuidos, con media 0 y varianza σ^2

El término lineal se emplea para distinguirlo del resto de técnicas de regresión, que emplean modelos basados en cualquier clase de función matemática. Los modelos lineales son una explicación simplificada de la realidad, mucho más ágil y con un soporte teórico por parte de la matemática y la estadística mucho más extenso.

(2) ANDERSON, David, SWEENEY, Dennis, WILLIAMS, Thomas. Estadística para Administración y Economía, trad. Por Ma. del Carmen Hano Roa, 10ª Edición, Editorial Cengage Learning, (México, 2008), pág. 626.

4- METODO DE MINIMOS CUADRADOS

La regresión lineal, utilizando el método de mínimos cuadrados puede encontrar los coeficientes que minimizan los errores, ósea que, hacen que el error total sea el menor posible, generando una recta que se adecua de la mejor forma a los datos.

Para encontrar los valores de los coeficientes utilizando el método de mínimos cuadrados primero definimos la ecuación

$$Y_i = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 X_1 + \hat{u}_i$$

Luego pasamos despejamos \hat{u}_i , ahora buscamos minimizar los residuos al cuadrado de la ecuación

$$\min \sum \hat{u}_i^2 = \sum (Y_i - \hat{\beta}_0 - \hat{\beta}_1 X_1)^2$$

Ahora se procede a hacer la diferencial parcialmente de la ecuación respecto a cada coeficiente y las igualamos a 0

$$\frac{\partial \sum \hat{u}_i^2}{\partial \hat{\beta}_0} = 2 \sum (Y_i - \hat{\beta}_0 - \hat{\beta}_1 X_1)(-1) = 0$$

$$\frac{\partial \sum \hat{u}_i^2}{\partial \hat{\beta}_1} = 2 \sum (Y_i - \hat{\beta}_0 - \hat{\beta}_1 X_1)(-X_1) = 0$$

Ahora hemos obtenido las ecuaciones normales:

$$\bar{Y} = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 \bar{X}_1$$

$$\sum Y_i X_1 = \hat{\beta}_0 \sum X_1 + \hat{\beta}_1 \sum X_1^2$$

Si despejamos algebraicamente las ecuaciones al mismo tiempo, obtenemos las fórmulas finales para obtener los coeficientes:

$$\hat{\beta}_0 = \bar{Y} - \hat{\beta}_1 \bar{X}_1$$

$$\hat{\beta}_1 = \frac{\sum(X_i - \bar{X}_1)(Y_i - \bar{Y})}{\sum(X_i - \bar{X}_1)^2}$$

Para reducir algebraicamente la formulas las letras minúsculas representan desviaciones de las medias muestrales $y = (Y_i - \bar{Y})$ y $x = (X_i - \bar{X})$

$$\hat{\beta}_1 = \frac{\sum(y_i x_i)}{\sum x_i^2}$$

Si quisiéramos agregar un tercer coeficiente al modelo procederíamos de la misma forma:

Ecuación

$$Y_i = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 X_1 + \hat{\beta}_2 X_2 + \hat{u}_i$$

Minimizo

$$\min \sum \hat{u}_i^2 = \sum (Y_i - \hat{\beta}_0 - \hat{\beta}_1 X_1 - \hat{\beta}_2 X_2)^2$$

Derivaciones parciales

$$\frac{\partial \sum \hat{u}_i^2}{\partial \hat{\beta}_0} = 2 \sum (Y_i - \hat{\beta}_0 - \hat{\beta}_1 X_1 - \hat{\beta}_2 X_2)(-1) = 0$$

$$\frac{\partial \sum \hat{u}_i^2}{\partial \hat{\beta}_1} = 2 \sum (Y_i - \hat{\beta}_0 - \hat{\beta}_1 X_1 - \hat{\beta}_2 X_2)(-X_1) = 0$$

$$\frac{\partial \sum \hat{u}_i^2}{\partial \hat{\beta}_2} = 2 \sum (Y_i - \hat{\beta}_0 - \hat{\beta}_1 X_1 - \hat{\beta}_2 X_2)(-X_2) = 0$$

Ecuaciones normales

$$\bar{Y} = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 \bar{X}_1 + \hat{\beta}_2 \bar{X}_2$$

$$\sum Y_i X_1 = \hat{\beta}_0 \sum X_1 + \hat{\beta}_1 \sum X_1^2 + \hat{\beta}_2 \sum X_1 X_2$$

$$\sum Y_i X_2 = \hat{\beta}_0 \sum X_2 + \hat{\beta}_1 \sum X_1 X_2 + \hat{\beta}_2 \sum X_2^2$$

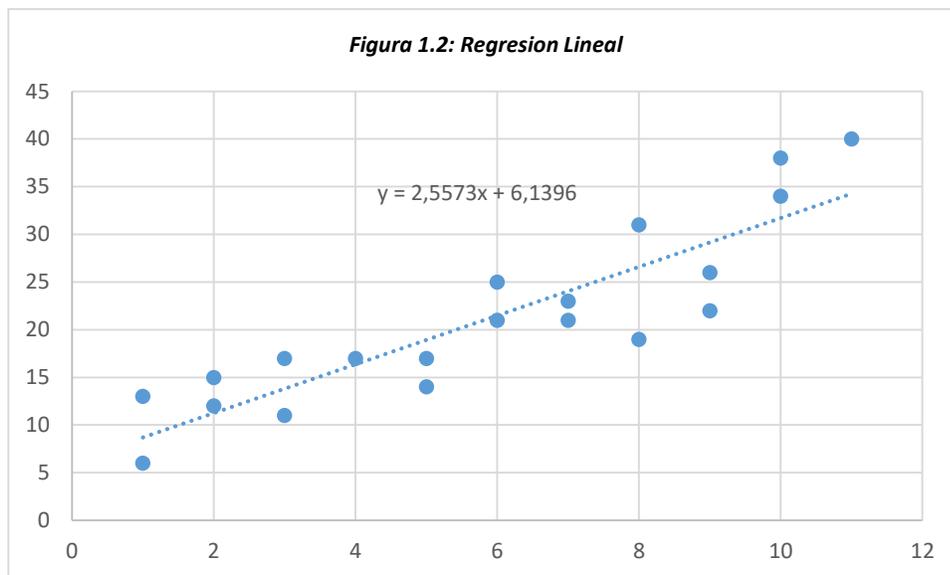
Para reducir algebraicamente la formulas las letras minúsculas representan desviaciones de las medias muestrales $y = (Y_i - \bar{Y})$ y $x = (X_i - \bar{X})$

$$\hat{\beta}_0 = \bar{Y} - \hat{\beta}_1 \bar{X}_1$$

$$\hat{\beta}_1 = \frac{(\sum y_i x_1)(\sum x_2^2) - (\sum y_i x_2)(\sum x_1 x_2)}{(\sum x_1^2)(\sum x_2^2) - (\sum x_1 x_2)^2}$$

$$\hat{\beta}_2 = \frac{(\sum y_i x_2)(\sum x_1^2) - (\sum y_i x_1)(\sum x_1 x_2)}{(\sum x_1^2)(\sum x_2^2) - (\sum x_1 x_2)^2}$$

Gracias a los paquetes estadísticos y la computación se pueden obtener estos coeficientes de manera muy sencilla, sin tener que realizar los cientos de cálculos necesarios.



Fuente: Elaboración propia

La línea que aparece dibujada en la figura 1.2 hace que los errores sean mínimos, representa la mejor línea posible, que explica la relación de las variables

La recta que hace mínima la suma de los cuadrados de las distancias verticales entre cada punto y la recta. Esto significa que, de todas las rectas posibles, existe una y sólo una que consigue que las distancias verticales entre cada punto y la recta sean mínimas (las distancias se elevan al cuadrado porque, de lo contrario, al ser unas positivas y otras negativas, se anularían unas con otras al sumarlas).

5- COEFICIENTES:

Coefficiente de determinación R^2 : mide el porcentaje de variación Y explicado por X (la variable independiente). El rango de variación va de 0 (la ausencia de poder explicativo) a 1 (un poder explicativo perfecto)³

$$R^2 = \frac{\text{Varianza explicada}}{\text{Varianza Total}} = 1 - \frac{\text{Varianza no explicada}}{\text{Varianza total}}$$

SST: Suma total de cuadrados

SSE: Suma total de cuadrados debido al error (varianza no explicada)

SSR: Suma total de cuadrados debido a la regresión (variación explicada)

$$SST = SSR + SSE$$

$$Y_i - \bar{Y} = (Y_i - \hat{Y}_i) + (\hat{Y}_i - \bar{Y})$$

$$\sum_{i=1}^n (Y_i - \bar{Y})^2 = \sum_{i=1}^n (Y_i - \hat{Y}_i)^2 + \sum_{i=1}^n (\hat{Y}_i - \bar{Y})^2$$

(3) HORNGREN, Charles, DATAR, Srikan, RAJAN, Madhav, Contabilidad de Costos: un enfoque gerencial, 14ª Edición, Editorial Pearson (México, 2012), pág. 368

$Y = Y$ observada ; $\bar{Y} =$ media de Y ; $\hat{Y} = Y$ estimada

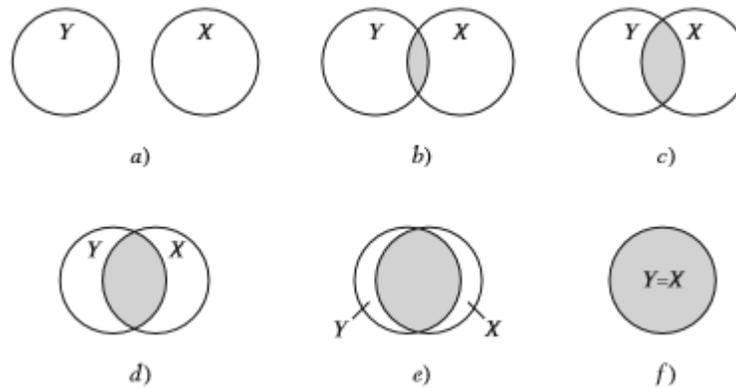
(Otras maneras de expresarlo)

$$\text{SST} = \sum y^2 - n\bar{Y}^2$$

$$\text{SSR} = a \sum y + b \sum xy - n\bar{Y}^2$$

$$\text{SSE} = \sum y^2 - a \sum x - b \sum xy$$

Figura 1.3: Diagrama de Venn para R^2 .



Fuente: GUJARATI, Damodar N, PORTER, Dawn C, Econometría 5ª Edición, Editorial McGraw Hill, (México, 2010), pág. 74

A modo ilustrativo se presenta la figura 1.3, en la imagen “a”, R^2 sería 0, ya que ninguna proporción de Y está explicado por X . En la imagen “f”, R^2 sería 1, dado que Y está 100% explicado por X .

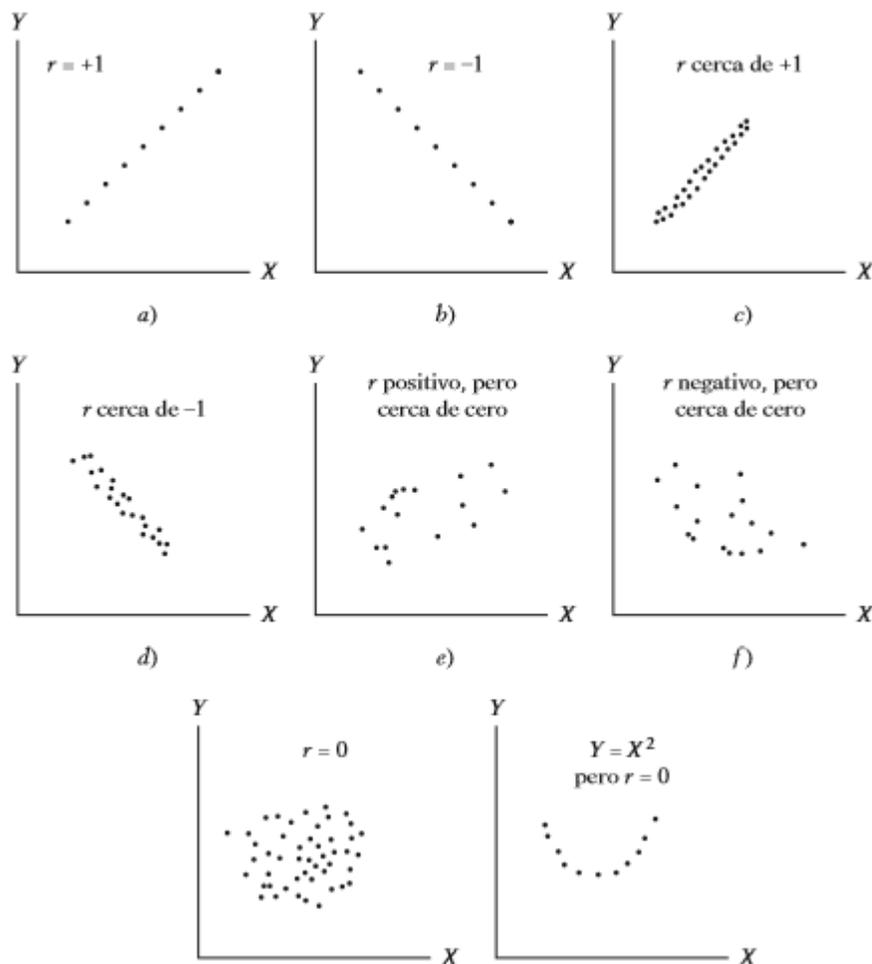
Coeficiente de correlación R: El coeficiente de correlación es un estimador de ρ el cual indica el grado de asociación lineal entre dos o más variables. El coeficiente R toma valores entre -1 y 1, el signo indica la dirección de la linealidad, si el coeficiente toma el valor 1 o -1 indica que la relación lineal es perfecta, si es próximo a esos valores significa que la relación lineal es fuerte y si el valor es 0 indica que no existe una relación lineal entre las variables como es diagramado en la figura 1.4. Es necesario

remarcar que no significa que no haya una relación entre las variables, solo indica que no es lineal.

El coeficiente de relación se obtiene rápidamente sacando la raíz cuadrada del coeficiente de determinación R^2

$$r_{xy} = \frac{\sum x_i y_i - n\bar{x}\bar{y}}{nS_x S_y} = \frac{n \sum x_i y_i - \sum x_i \sum y_i}{\sqrt{n \sum x_i^2 - (\sum x_i)^2} \sqrt{n \sum y_i^2 - (\sum y_i)^2}}$$

Figura 1.4: Patrones de correlación



. Coeficiente de determinación corregido o ajustado: El coeficiente de determinación corregido en un modelo de regresión lineal mide el porcentaje de variación de la variable dependiente (al igual que el coeficiente de determinación) pero teniendo en cuenta el número de variables incluidas en el modelo.

Sabemos que a medida que vamos incluyendo variables en el modelo, el coeficiente de determinación aumenta, aunque las variables que incluyamos no sean significativas. Esto supone un problema, ya que no debemos olvidar que la inclusión de nuevas variables supone un aumento en el número de parámetros a estimar para el modelo.

El coeficiente de determinación corregido viene a resolver este problema del coeficiente de determinación.

Se define como:

$$\hat{R}^2 = 1 - (1 - R^2) \frac{n - 1}{n - k}$$

CAPITULO II

VALIDACION DEL MODELO: SUPUESTOS DE LA REGRESION LINEAL, TESTS Y CORRECCIONES

Sumario: 1- Linealidad; 2- Esperanza Matemática Nula; 3- Varianza Constante de los Residuos; 4- Independencia de los Residuos ;5- Normalidad de los Residuos; 6- No Colinealidad Entre las Variables; 7- Tests; 8- Estimación de σ^2 ;9- Estimación de Intervalos de Confianza.

1- LINEALIDAD:

Se busca que haya una relación lineal entre la variable independiente X y la variable dependiente Y dentro del rango relevante. Cuando hay tan solo una variable dependiente, la forma más sencilla de verificar la linealidad consiste en estudiar los datos graficados en un diagrama de dispersión. La linealidad debe existir en los parámetros ($\beta_0, \beta_1, \beta_2, \beta_p$), Esto quiere decir que las variables pueden no ser lineales, por ejemplo, una función de regresión $Y = \beta_0 + \beta_1 X^2$, los parámetros β son lineales pero la variable X esta elevada al cuadrado, aun así, es aplicable a la regresión lineal, Así como también una función $Y = \beta_0 + \beta_1 X + \beta_2 X^2$. También se pueden aplicar transformaciones a las variables, para adecuar mejor el modelo.

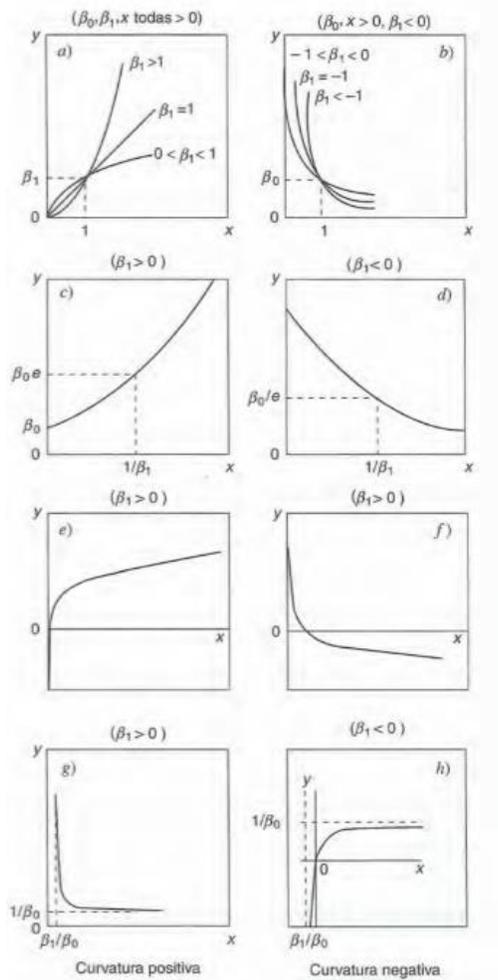
En las siguientes figuras se muestran formas para linealizar funciones, y se muestra como a pesar de que las variables no son lineales, como sus parámetros si, se pueden linealizar para utilizarse en una regresión lineal.

Tabla 2.1: Funciones linealizables y su forma lineal correspondiente.

| Figura | Función linealizable | Transformación | Forma lineal |
|--------|-------------------------------------|--------------------------------------|----------------------------------|
| a, b | $y = \beta_0 x^{\beta_1}$ | $y' = \log y, x' = \log x$ | $y' = \log \beta_0 + \beta_1 x'$ |
| c, d | $y = \beta_0 e^{\beta_1 x}$ | $y' = \ln y,$ | $y' = \ln \beta_0 + \beta_1 x'$ |
| e, f | $y = \beta_0 + \beta_1 \log x$ | $x' = \log x$ | $y' = \beta_0 + \beta_1 x'$ |
| g, h | $y = \frac{x}{\beta_0 x - \beta_1}$ | $y' = \frac{1}{y}, x' = \frac{1}{x}$ | $y' = \beta_0 - \beta_1 x'$ |

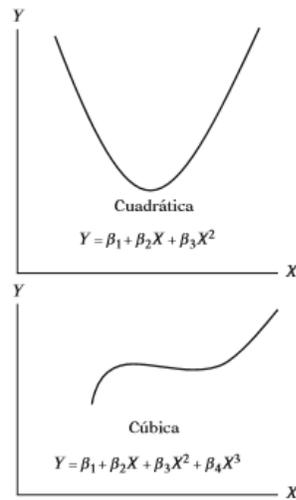
MONTGOMERY, Douglas C, PECK, Elizabeth A, VINING, Geoffrey G, Introducción al Análisis de Regresión Lineal, 3º Edición, Editorial Continental, (México, 2006), pág. 161.

Figura 2.1: funciones linealizables



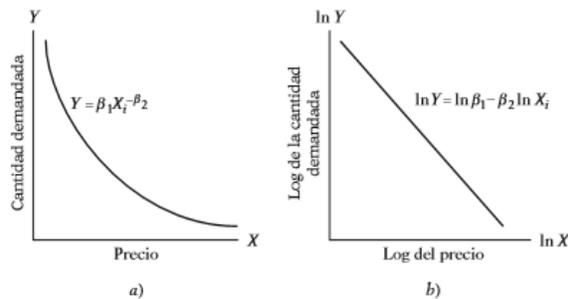
MONTGOMERY, Douglas C, PECK, Elizabeth A, VINING, Geoffrey G, Introducción al Análisis de Regresión Lineal, 3º Edición, Editorial Continental, (México, 2006), pág. 160.

Figura 2.2: Funciones lineales en los parámetros



Fuente: GUJARATI, Damodar N, PORTER, Dawn C, *Econometría 5º Edición*, Editorial McGraw Hill, (México, 2010), pág. 39.

Figura 2.3: Ejemplo de linealización de función.



Fuente: GUJARATI, Damodar N, PORTER, Dawn C, *Econometría 5º Edición*, Editorial McGraw Hill, (México, 2010), pág. 160.

Para poder determinar si las variables independientes están relacionadas linealmente con la variable dependiente, se puede realizar distintos test (prueba t, F, test de ρ ,) que serán explicados en el apartado 4, también se puede observar graficas de residuales, estas son explicadas en el supuesto de homocedasticidad. Si fuera una regresión lineal simple, bastaría con observar el coeficiente de correlación R o un

diagrama de dispersión, pero cuando se utiliza una regresión lineal múltiple se necesitan utilizar los test.

Gráfico regresión parcial

Una gráfica de regresión parcial es una variación de la gráfica de residuales en función del predictor, que es una forma ampliada para estudiar la relación marginal de un regresor, dadas las demás variables que están en el modelo. Esa gráfica puede ser muy útil para evaluar si se ha especificado en forma correcta la relación entre la respuesta y las variables regresoras

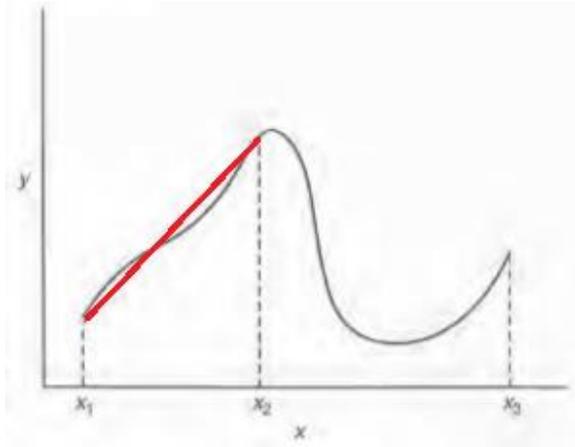
Las gráficas de regresión parcial consideran el papel marginal del regresor X_j dados los demás regresores que ya están en el modelo. En esta gráfica, se determina la regresión de la variable de respuesta Y y el regresor X_j respecto a los demás regresores en el modelo, y de los residuales obtenidos para cada regresión⁴

Rango relevante

Se debe tener mucho cuidado si se trata de utilizar la regresión para predecir puntos fuera del rango relevante, ósea del rango de los datos utilizados, porque la regresión desconoce y no tiene en cuenta el comportamiento de las variables en esas zonas.

(4) MONTGOMERY, Douglas C, PECK, Elizabeth A, VINING, Geoffrey G, Introducción al Análisis de Regresión Lineal, 3º Edición, Editorial Continental, (México, 2006), pág. 131.

Figura 2.4: Rango relevante



Fuente: Elaboración propia

Así como podemos observar en la imagen 2.4, la línea roja sería la recta trazada por la regresión, lo gris representaría la relación real, la regresión será buena entre x_1 y x_2 , pero pésima entre x_2 y x_3 porque esos puntos no se consideraron en la regresión, es un caso extremo, pero pone énfasis en el riesgo de extrapolar, lo mismo se aplica para 0 hasta x_1 , no hay datos para saber cómo se comportan las variables en ese rango.

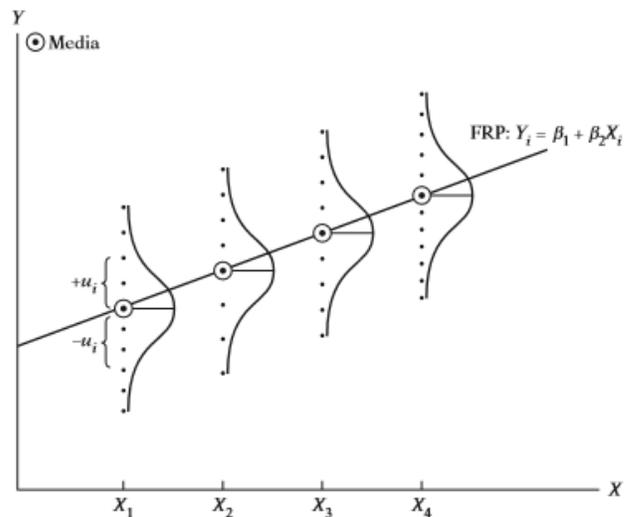
2 -ESPERANZA MATEMATICA NULA:

$E(u_i) = 0$. Para cada valor de X , la perturbación tomará distintos valores de forma aleatoria, pero no tomará sistemáticamente valores positivos o negativos, sino que se supone tomará algunos valores mayores que cero y otros menores que cero, de tal forma que su valor esperado sea cero.

Suponemos que la esperanza matemática del término de error u_i del modelo es cero: $E(u_i) = 0$; $i = 1; 2; n$. Si, por el contrario, tuviésemos: $E(u_i) = a$, Este sería un efecto constante sobre Y_i y, por ello, determinista, y debería incluirse como parte del término constante β_0 . Una situación en que este supuesto no se cumpliría es cuando el investigador, por error, omite del modelo una variable explicativa relevante.

El valor de la media de u_i , que depende de las X_i dadas, es cero. Geométricamente, este supuesto se representa mediante una grafica, como en la figura 2.5, que muestra algunos valores de la variable X y las poblaciones Y asociadas a cada uno de ellos. Puede observar que cada población Y correspondiente a un X dado está distribuida alrededor de su media (que se representa por los puntos dentro de un círculo sobre la FRP), con algunos valores de Y por encima y por debajo de ésta. Las distancias por encima y por debajo de los valores medios no son otra cosa que la u_i .⁵

Figura 2.5: Distribución condicional de las perturbaciones u_i

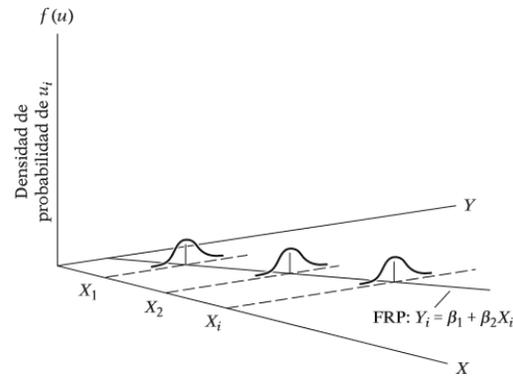


Fuente: GUJARATI, Damodar N, PORTER, Dawn C, Econometría 5ª Edición, Editorial McGraw Hill, (México, 2010), pág. 63.

3 -VARIANZA CONSTANTE DE LOS RESIDUOS:

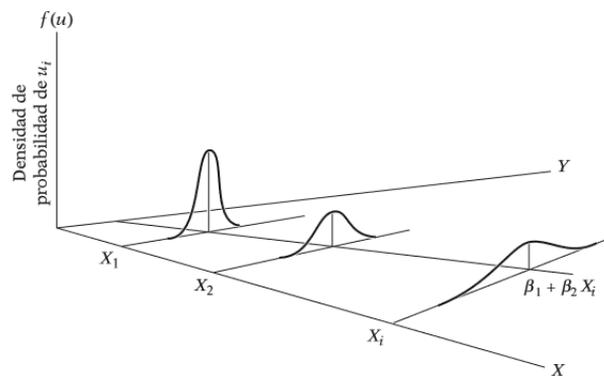
Hay homocedasticidad cuando la varianza del error de la variable se mantiene a lo largo de las observaciones. En otras palabras, la varianza de los errores es constante para cada valor de x . $E(\mu_i^2) = \sigma^2$

(5) GUJARATI, Damodar N, PORTER, Dawn C, Econometría 5ª Edición, Editorial McGraw Hill, (México, 2010), pág. 63.

Figura 2.6: Homocedasticidad.

Fuente: GUJARATI, Damodar N, PORTER, Dawn C, *Econometría* 5º Edición, Editorial McGraw Hill, (México, 2010), pág. 65.

Existe heteroscedasticidad cuando la varianza no es constante a lo largo de distintos niveles de x , esto significa que para una misma variable hay distinta variabilidad dentro de cada valor de x . Esto podría ser por ejemplo si medimos el consumo de familias en base a su ingreso, puede darse la situación en la cual las familias con bajos ingresos consuman todas de una forma muy similar, lo que daría una distribución de los residuos más concentrada como muestra X_1 en la figura 2.7, pero en familias de ingresos alto el consumo tiene mayor variabilidad como se muestra en X_2 .

Figura 2.7: Heteroscedasticidad.

Fuente: GUJARATI, Damodar N, PORTER, Dawn C, *Econometría* 5º Edición, Editorial McGraw Hill, (México, 2010), pág. 65.

Para poder determinar si existe heteroscedasticidad mayormente se utiliza el análisis gráfico de los residuos.

Grafica de residuales en función de los valores \hat{y} :

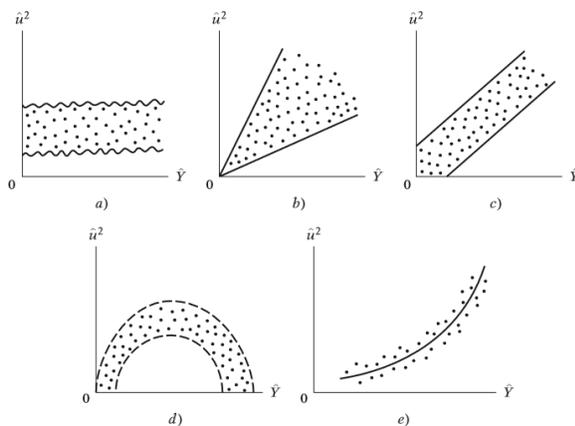
Se deben graficar los residuos obtenidos ya sean elevados al cuadrado o en su estado original, contra los valores obtenidos de y en la recta de regresión.

La figura 2.8 muestra los distintos patrones que puede tomar el grafico, cuando hay Heteroscedasticidad el grafico estará desparejo como en las imágenes b y c. Cuando no hay heteroscedasticidad se presenta un gráfico como el a, donde se puede ver que hay uniformidad en la varianza a lo largo de los distintos valores.

También con este grafico se puede detectar la falta de linealidad en el modelo, una gráfica como la de la imagen d y e indican que no hay linealidad, que se podría agregar un término polinomial, puede ser la falta de otra regresora que ayude a explicar el modelo, o simplemente que la relación no es lineal.

También se puede hacer el mismo gráfico, pero en vez de graficar en función los valores obtenidos de y en la recta se lo hace en función de la variable regresora X deseada.

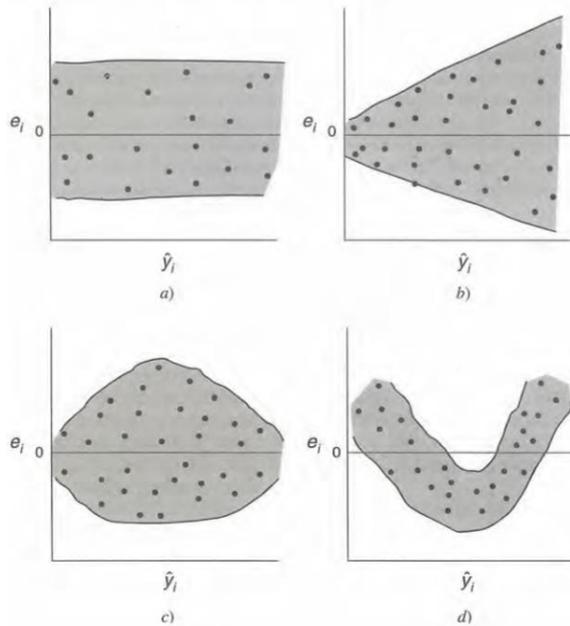
Figura 2.8: Patrones hipotéticos de los residuos estimados al cuadrado.



Fuente: GUJARATI, Damodar N, PORTER, Dawn C, Econometría 5º Edición, Editorial McGraw Hill, (México, 2010), pág. 337.

Figura 2.9: Patrones en las gráficas de residuales;

a) satisfactorio; b) en embudo; e) en doble arco; d) no lineal.



Fuente: MONTGOMERY, Douglas C, PECK, Elizabeth A, VINING, Geoffrey G, Introducción al Análisis de Regresión Lineal, 3ª Edición, Editorial Continental, (México, 2006), pág. 127.

Otros métodos más formales para probar si existe heteroscedasticidad son las pruebas de Park, Grejser, Goldfeld -Quandt, Breusch- Pagan- Godfrey, White, Koenker-Basset, etc. No se tratarán en este texto dado su complejidad y falta de uso general, dado que cada prueba se basa en distintos supuestos y tienen diferentes limitaciones, haciendo que no haya una prueba que pueda ser aplicable en todos los casos, a diferencia del análisis de los residuos.

Si se detecta heteroscedasticidad debe corregirse ya que de no corregirse la heteroscedasticidad produciría que los estimadores sean ineficientes.

Si se conoce σ^2 se puede utilizar el método de mínimos cuadrados ponderados el cual solo será mencionado, dado que rara vez se conoce σ^2 , como es en el caso que se desarrollara más adelante.

Si no se conoce σ^2 se deben utilizar transformaciones de las variables para estabilizar la varianza.

En la siguiente tabla se muestran algunas de las transformaciones posibles, pero para aplicarlas se tiene que saber o tener una idea del comportamiento de la varianza.

Tabla 2.2: Transformaciones útiles estabilizadoras de varianza

| Relación entre σ^2 y $E(y)$ | Transformación |
|-------------------------------------|--|
| $\sigma^2 \propto \text{constante}$ | $y' = y$ (sin transformación) |
| $\sigma^2 \propto E(y)$ | $y' = \sqrt{y}$ (raíz cuadrada; datos de Poisson) |
| $\sigma^2 \propto E(y)[1 - E(y)]$ | $y' = \sin^{-1}(\sqrt{y})$ (arco seno; proporciones binomiales $0 \leq y_i \leq 1$) |
| $\sigma^2 \propto [E(y)]^2$ | $y' = \ln(y)$ (logarítmica) |
| $\sigma^2 \propto [E(y)]^3$ | $y' = y^{-1/2}$ (raíz cuadrada recíproca) |
| $\sigma^2 \propto [E(y)]^4$ | $y' = y^{-1}$ (recíproca) |

Fuente: MONTGOMERY, Douglas C, PECK, Elizabeth A, VINING, Geoffrey G, Introducción al Análisis de Regresión Lineal, 3ª Edición, Editorial Continental, (México, 2006), pág. 156.

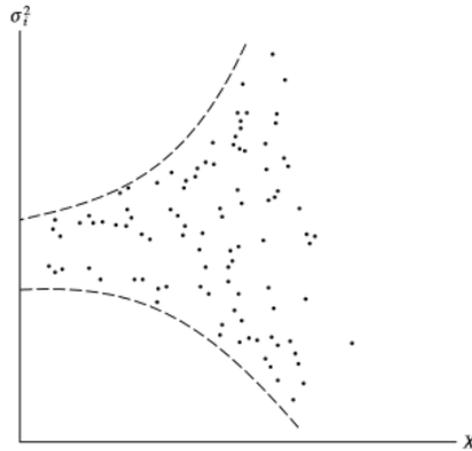
Otro tipo de transformaciones serían las siguientes:

a- Si, por razones de “especulación”, por los métodos gráficos, o por los métodos Park y Glejser, se cree que la varianza de μ_i es proporcional al cuadrado de la variable explicativa X ($E(\mu_i^2) = \sigma^2 X_i^2$), se puede transformar el modelo original de la siguiente manera. Divida el modelo original entre X_i :⁶

$$\frac{Y_i}{X_i} = \frac{\beta_1}{X_i} + \beta_2 + \frac{\mu_i}{X_i}$$

(6) Ibidem, pág. 392.

Figura 2.10: Varianza del error proporcional a X^2 .

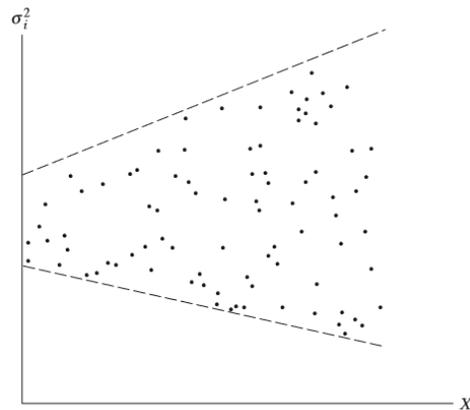


Fuente: GUJARATI, Damodar N, PORTER, Dawn C, Econometría 5º Edición, Editorial McGraw Hill, (México, 2010), pág. 392.

b- Si se cree que la varianza de μ_i , es proporcional a la misma X_i ($E(\mu_i^2) = \sigma^2 X_i$), entonces el modelo original se transforma de la siguiente manera:

$$\frac{Y_i}{\sqrt{X_i}} = \frac{\beta_1}{\sqrt{X_i}} + \beta_2 \sqrt{X_i} + \frac{\mu_i}{\sqrt{X_i}}$$

Figura 2.11: Varianza del error proporcional a X .



Fuente: GUJARATI, Damodar N, PORTER, Dawn C, Econometría 5º Edición, Editorial McGraw Hill, (México, 2010), pág. 393.

c- La varianza del error es proporcional al cuadrado del valor medio de Y. $E(\mu_i^2) = \sigma^2[E(Y_i)]^2$ Por consiguiente, si transformamos la ecuación original de la siguiente manera.

$$\frac{Y_i}{E(Y_i)} = \frac{\beta_1}{E(Y_i)} + \beta_2 \frac{X_i}{E(Y_i)} + \frac{\mu_i}{E(Y_i)}$$

d- La transformación más sencilla y utilizada es la transformación logarítmica, cuando no se tiene claro cuál es el comportamiento de la varianza, aplicar logaritmos es la forma más segura, sencilla y utilizada de resolver el problema de heterocedasticidad

$$\ln Y_i = \beta_1 + \beta_2 \ln X_i + \mu_i$$

La transformación logarítmica comprime las escalas de una manera drástica, reduciendo el efecto de valores atípicamente grandes y logrando valores más cercanos, lo que termina produciendo que se reduzca la variabilidad.

Cabe aclarar que este tipo de transformación no puede ser utilizada si las variables toman valores iguales a 0 o negativos.

Si la heteroscedasticidad no es muy grave, en vez de solucionarla se puede aplicar los errores estándar de White, los cuales afectan los tests, teniendo en cuenta la heteroscedasticidad, por lo tanto, se afectaran los valores de corte t, cambiando así la significancia o no de las variables, pero se mantiene su coeficiente de las mismas, y el R^2 del modelo no se ve modificado.

4- INDEPENDENCIA DE LOS RESIDUOS:

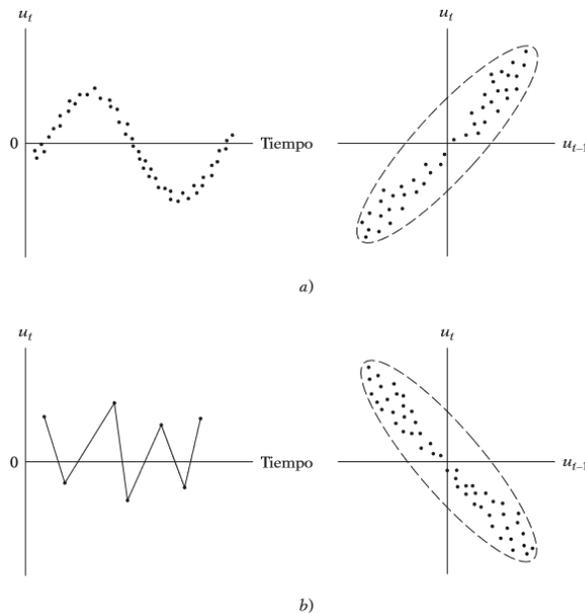
El término residual de cualquier observación no esté relacionado con el término residual de cualquier otra observación. Es decir que el residuo de una

observación no afecta el valor que toma el residuo de la siguiente observación. Cuando este supuesto no se da, se dice que existe auto correlación, en esta situación, así como cuando hay heterocedasticidad los estimadores seguirán siendo insesgados, pero dejarían de tener varianza mínima por lo tanto son ineficientes lo que causa que las pruebas t, F y χ^2 puedan no ser válidas y se subestime σ^2

Para detectar si existe presencia de auto correlación en nuestra regresión se utilizan métodos gráficos residuales. Para el caso de detectar autocorrelación se deben graficar en función del tiempo preferentemente, si no también se pueden graficar en función de u_{t-1} .

Si el grafico parece mostrar bajas y subidas en extensos periodos de tiempo como el grafico a de la figura 2.12, la autocorrelación es positiva, si presenta movimientos de bajas y subidas constantes como en la figura b también del grafico 2.12, la autocorrelación es negativa.

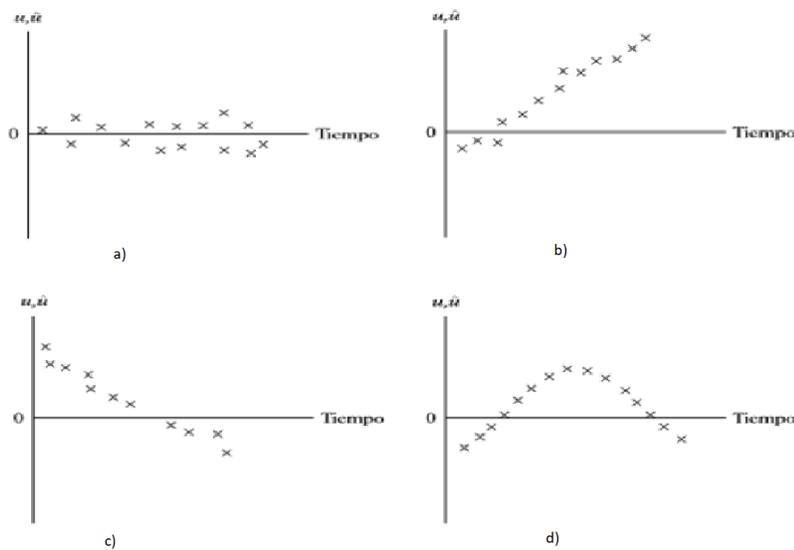
Figura 2.12: autocorrelación en el tiempo



Fuente: GUJARATI, Damodar N, PORTER, Dawn C, Econometría 5º Edición, Editorial McGraw Hill, (México, 2010), pág. 419.

Otras formas que pueden presentarse en los gráficos temporales son los de la figura 2.13, la imagen c muestra cómo debería verse el gráfico si no hubiera autocorrelación. Las imágenes b y c sugieren una tendencia lineal hacia arriba o hacia abajo en las perturbaciones; y la imagen d indica que hay términos de tendencia tanto lineal como cuadrática en las perturbaciones, que pueden deberse a un error de especificación del modelo, o la omisión de alguna variable relevante.

Figura 2.13: Patrones de autocorrelación y no autocorrelación.



Fuente: GUJARATI, Damodar N, PORTER, Dawn C, *Econometría* 5ª Edición, Editorial McGraw Hill, (México, 2010), pág. 415.

En el caso de tener problemas identificando la autocorrelación con el método gráfico se usa el estadístico de Durbin-Watson para detectar la autocorrelación, el cual es sencillo y práctico. También existe la prueba de Breusch-Godfrey, pero solo se explicará la de Durbin – Watson dado que es la más aplicada.

Durbin-Watson:

Uno de los supuestos básicos del modelo de regresión lineal es el de independencia entre los residuos (supuesto éste particularmente relevante cuando los datos se han recogido siguiendo una secuencia temporal). El estadístico de Durbin-

Watson (1951) proporciona información sobre el grado de independencia existente entre ellos:

$$d = \frac{\sum_{t=2}^T (e_t - e_{t-1})}{\sum_{t=1}^T e_t^2}$$

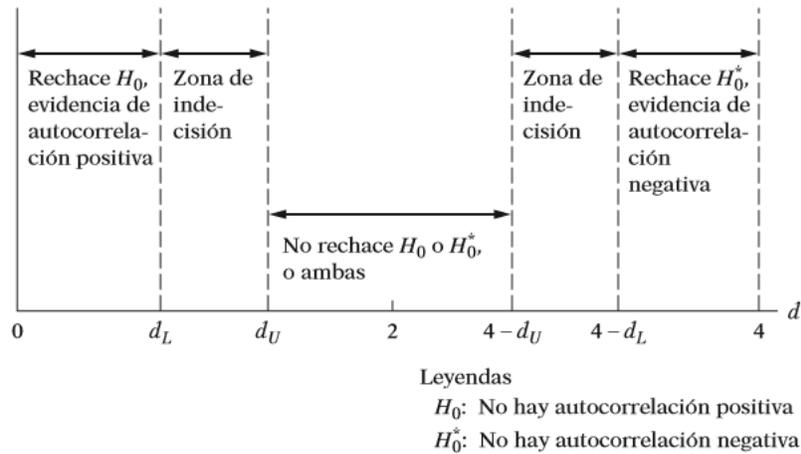
(e_t se refiere a los residuos $e_t = Y - \hat{Y}$). El estadístico DW oscila entre 0 y 4, y toma el valor 2 cuando los residuos son independientes. Los valores menores que 2 indican auto correlación positiva y los mayores que 2 auto correlación negativa. Como regla general podemos asumir independencia entre los residuos cuando DW toma valores 1,5 y 2,5. Si el estadístico da menor a 1 se puede afirmar que existe autocorrelación positiva y si es mayor a 3 autocorrelación negativa.

Durbin y Watson lograron encontrar un límite inferior d_L y un límite superior d_U tales que, si el valor d calculado cae por fuera de estos valores críticos, puede tomarse una decisión respecto de la presencia de correlación serial positiva o negativa. Además, estos límites sólo dependen del número de observaciones n y del número de variables explicativas, y no de los valores que adquieren estas variables explicativas. Durbin y Watson tabularon estos límites para n , de 6 a 200 y hasta 20 variables explicativas.⁷

Si se llegará a estar en una situación que la tabla no contempla habría que guiarse por la regla general.

(7) *Ibidem*, pág. 436.

Figura 2.14: Estadístico d de Durbin-Watson.



Fuente: GUJARATI, Damodar N, PORTER, Dawn C, *Econometría* 5ª Edición, Editorial McGraw Hill, (México, 2010), pág. 435.

Una vez detectada la autocorrelación para solucionarla se puede hacer de diversas formas.

Primero hay que mencionar que, si la muestra con la que estamos trabajando es pequeña, puede ser conveniente no solucionar la autocorrelación, ya que los métodos para solucionarlos no son muy efectivos en muestras pequeñas y hasta pueden generar peores resultados.

Si trabajamos con una muestra grande y se conoce ρ (coeficiente de autocorrelación de primer orden, que es básicamente el coeficiente de correlación, pero de u_t y u_{t-1}) se pueden utilizar transformaciones con el método de mínimos cuadrados generalizados, si no se conoce ρ se lo puede estimar a través del estadístico de Durbin Watson ya que $\rho \approx 1 - \frac{d}{2}$, haciendo una regresión con los residuos de la forma $\hat{u}_t = \rho \hat{u}_{t-1} + v_t$, o haciendo el procedimiento iterativo C-O.

Ya sea conociendo ρ o calculándola, aplicar el método de mínimos cuadrados generalizados soluciona el problema de autocorrelación. Se realiza de la siguiente forma:

Consideramos el siguiente modelo:

$$Y_{t-1} = \beta_0 + \beta_1 X_{1,t-1} + \mu_{t-1}$$

Multiplicamos ρ en ambos miembros:

$$\rho Y_{t-1} = \rho\beta_0 + \rho\beta_1 X_{1,t-1} + \rho\mu_{t-1}$$

Luego restamos el modelo obtenido con el original ($Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \mu_i$) de forma que nos queda un nuevo modelo transformado:

$$(Y_i - \rho Y_{t-1}) = \beta_0(1 - \rho) + \beta_1(X_1 - \rho X_{1,t-1}) + (\mu_i - \rho\mu_{t-1})$$

Como se realiza una resta entre modelos que consideran los datos de un periodo y el del anterior, naturalmente los primeros datos del modelo no tienen predecesor, para no perderlos se realiza la transformación Prais-Winsten:

$$Y_1\sqrt{1 - \rho^2} \text{ y } X_1\sqrt{1 - \rho^2}$$

Si la muestra es grande en vez de generar transformaciones con mínimos cuadrados generalizados se pueden utilizar el procedimiento CHA de Newey-West corrigiendo la autocorrelación de los errores estándar, una ventaja es que también corrige la heterocedasticidad.

Lo que el procedimiento CHA hace, es corregir los errores estándar de la regresión considerando la autocorrelación, los coeficientes y el R^2 del modelo no cambian, solo modifica los errores estándar, de esta forma afectando los tests.

No se explicará el procedimiento matemático específico, dada su complejidad que sobrepasa el propósito del texto, y que los paquetes estadísticos existentes pueden realizarlo en cuestión de segundos.

5- NORMALIDAD DE LOS RESIDUOS:

Este supuesto indica que los residuos se distribuyen normalmente alrededor de la línea de regresión.

Esto implica que, si u está normalmente distribuido también lo están $\beta_1, \beta_2, \beta_n$.

El supuesto de normalidad es importante ya que este mismo permite la aplicación de pruebas t , F y χ^2 . Así como también participa en la creación de los intervalos y es indispensable para poder hacer inferencias.

Si n es lo suficientemente grande gracias al teorema central del límite, se pueden utilizar las pruebas t , F y χ^2 por más que la normalidad de las variables sean dudosas.

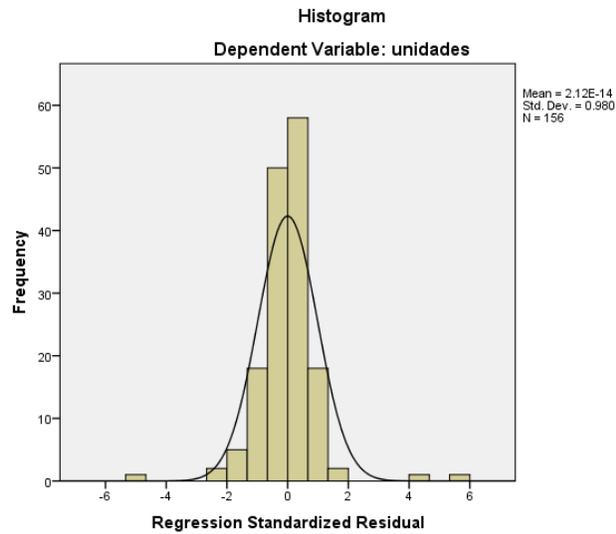
En caso de tener una muestra chica a la cual no podemos aplicar el teorema central del límite se puede realizar un método de remuestreo. La idea básica del remuestreo es agitar (o revolver) una muestra dada una y otra vez y luego obtener las distribuciones muestrales de los parámetros de interés (estimadores de MCO, para estos propósitos) ⁸

La comprobación de la normalidad de los residuos se realiza con alguno de los 3 métodos, los cuales 2 son métodos gráficos y 1 de test.

A- **Histograma de residuos:** El método consiste en graficar en el eje vertical las frecuencias obtenidas por las distintas clases o intervalos, en el eje horizontal graficar las clases o intervalos de los residuos de la regresión. El histograma debería tener una forma similar a la curva de probabilidad normal, no necesariamente tiene que ser igual, pero una aproximación bastaría para probar la normalidad.

(8) *Ibidem*, pág. 511.

Figura 2.15: Histograma

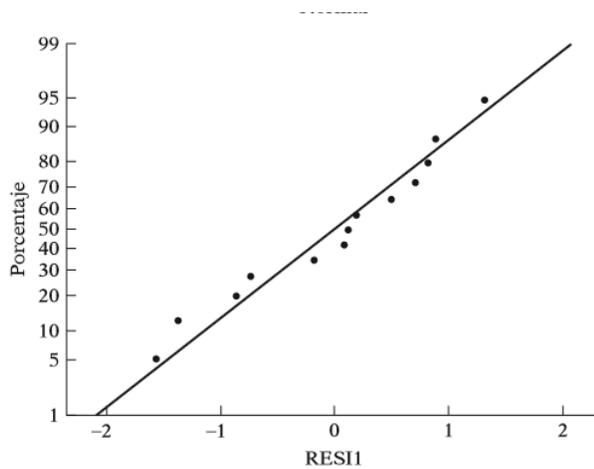


Fuente: Elaboración propia. Salida Spss

B- **Grafica de probabilidad normal:** Sobre el eje horizontal, o eje X, se grafican los valores de la variable de interés (por ejemplo, los residuos de MCO, μ_i), y sobre el eje vertical, o eje Y, el valor esperado de esta variable si estuviera normalmente distribuida. Por tanto, si la variable fuese de la población normal, la GPN sería más o menos una línea recta⁹

(9) Ibidem, pág. 131.

Figura 2.16: Grafico de probabilidad normal



Fuente: GUJARATI, Damodar N, PORTER, Dawn C, *Econometría* 5ª Edición, Editorial McGraw Hill, (México, 2010), pág. 132.

c- Prueba de Jarque-Bera (JB): Esta prueba se puede realizar si se tiene una muestra grande. Se utiliza el siguiente estadístico donde n = tamaño de la muestra, S = coeficiente de asimetría y K = coeficiente de curtosis. Para una variable normalmente distribuida $k=3$ y $S=0$ por lo tanto se espera que el valor del estadístico sea 0

$$JB = n \left[\frac{S^2}{6} + \frac{(k - 3)^2}{24} \right]$$

Con n grande el estadístico se distribuye como una chi-cuadrado con 2 grados de libertad. Se debe rechazar la hipótesis nula de que la variable se distribuye normalmente si es que $|JB| > \chi_{2,\alpha}$ o si el valor p calculado es bajo, cosa que sucede cuando el valor del estadístico difiere en gran medida de 0.

6 -NO COLINEALIDAD ENTRE LAS VARIABLES:

Este supuesto significa que no tiene que haber una relación lineal exacta o significativa entre las variables. Esto ocurre cuando dos variables se relacionan de una forma muy directa de modo que cuando se forma el modelo de regresión, es imposible

para este determinar la influencia de estas, ya que en términos matemáticos son idénticas, ya que el coeficiente de correlación de las variables sería igual o aproximado a 1.

Las consecuencias de que exista colinealidad o multicolinealidad en el modelo son:

- a. La varianza y covarianza de los estimadores se torna infinita en casos de colinealidad perfecta y muy grandes en caso de colinealidad alta.
- b. Debido a los errores estándar elevados, los intervalos de confianza serán mucho mayores.
- c. Un alto valor del error estándar de la variable también causa que las pruebas t resulten estadísticamente no significativas, lo que significa de que no rechazan la hipótesis de que el verdadero valor del coeficiente sea 0
- d. Es común ver cuando hay casos de colinealidad un r^2 elevado, pero muchas de las pruebas t resultan no significativas.

Detección de la colinealidad:

No existe un test o un método principal para detectar la colinealidad, sin embargo, hay algunas formas de detectarla:

- a- Si ocurre la situación antes mencionada de un R^2 elevado pero los test t son no significativos, se puede sospechar que existe colinealidad en las variables.
- b- Se pueden realizar regresiones auxiliares, es decir una regresión entre las variables y se calcula en R^2 correspondiente.

Si la F calculada excede a la F_i crítica en el nivel de significancia seleccionado, se dice que la X_i particular es colineal con las demás X ; si no excede a la F_i crítica, se

dice que ésta no es colineal con las demás X, en cuyo caso se puede mantener la variable en el modelo¹⁰.

c- Valores propios e índice de condición, por su complejidad matemática no serán desarrollados a fondo, utilizando paquetes estadísticos se los puede calcular fácilmente

$$\text{Numero de condición: } k = \frac{\text{Valor Propio Maximo}}{\text{Valor Propio Minimo}}$$

$$\text{Numero índice: } \sqrt{k}$$

Como regla general, un resultado de k entre 100 y 1000 indica la existencia de colinealidad, yendo de moderada a fuerte respectivamente.

Un resultado del número índice entre 10 y 30 indica también colinealidad moderada y fuerte.

Valores menores a estos indican que la colinealidad no es un problema en las variables.

d- factor de inflación de la varianza: Definimos factor de inflación de la varianza como

$$FIV_x = \frac{1}{(1 - R_{xi}^2)}$$

Se obtienen los valores FIV para cada variable del modelo, si considera que hay colinealidad cuando el valor obtenido esta entre 5 y 10 se puede decir que hay un problema de colinealidad.

La solución del problema de colinealidad o multicolinealidad no es sencilla. La opción más simple sería eliminar la variable regresora que está causando el problema, analizando primero si es que influye mucho en el modelo, teniendo en cuenta su poder explicativo e importancia. Si eliminar la variable en conflicto no es una opción, algunas

(10) *Ibidem*, pág. 340.

soluciones podrían ser utilizar logaritmos, incrementar la cantidad de datos o si estamos trabajando con series de tiempo probar desestacionalizando la serie.

7- TESTS

Prueba T:

El objetivo de esta prueba es probar la significancia de cada coeficiente β obtenido en la regresión. Se plantea el siguiente test de hipótesis:

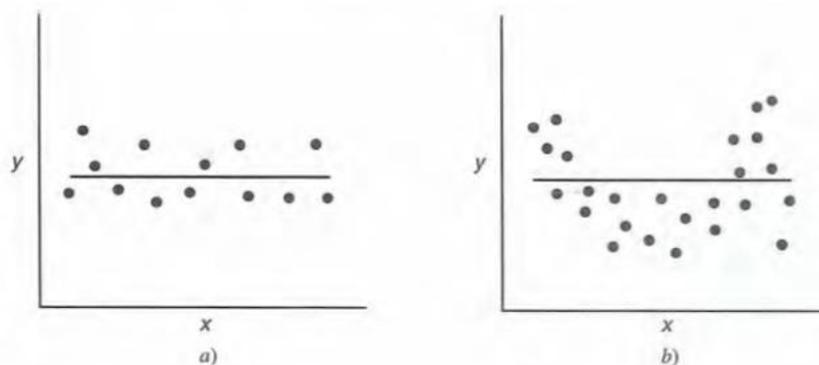
$$H_0: \beta_1 = 0$$

$$H_1: \beta_1 \neq 0$$

H_0 es la hipótesis que indica que el coeficiente a testear es igual a 0, lo que en otras palabras significa que el coeficiente puede ser 0 y por lo tanto puede no tener mucha relevancia en el modelo.

Nótese que eso puede implicar que x tiene muy poco valor para explicar la variación de Y , y que el mejor estimador para cualquier x es $\hat{y} = \bar{y}$ (Figura a), o que la verdadera relación entre X e Y no es lineal (Figura b). Por consiguiente, si no se rechaza $H_0: \beta_1 = 0$, equivale a decir que no hay relación lineal entre X e Y .

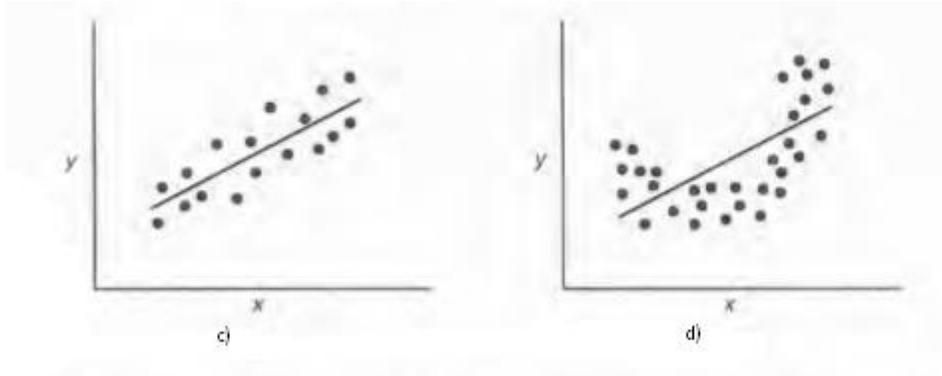
Figura 2.17: Casos en los que se rechaza hipótesis $H_0: \beta_1 = 0$



Fuente: MONTGOMERY, Douglas C, PECK, Elizabeth A, VINING, Geoffrey G, Introducción al Análisis de Regresión Lineal, 3º Edición, Editorial Continental, (México, 2006), pág. 25.

También, si se rechaza $H_0: \beta_1 = 0$, eso implica que X sí tiene valor para explicar la variabilidad de Y . Sin embargo, rechazar $H_0: \beta_1 = 0$, podría equivaler a que el modelo de línea recta es adecuado (Figura c), o que, aunque hay un efecto lineal de Y se podrían obtener mejores resultados agregando términos polinomiales en X (Figura d).¹¹

Figura 2.18: casos en los que no se rechaza $H_0: \beta_1 = 0$



Fuente: MONTGOMERY, Douglas C, PECK, Elizabeth A, VINING, Geoffrey G, Introducción al Análisis de Regresión Lineal, 3ª Edición, Editorial Continental, (México, 2006), pág. 26.

En estadística si rechazamos la hipótesis nula quiere decir que el coeficiente es estadísticamente significativo

El estadístico t se obtiene a través del cociente entre los coeficientes y el error estándar estimado.

$$t = \frac{\hat{\beta}_1 - \beta_1}{\text{error estándar estimado } \hat{\beta}_1}$$

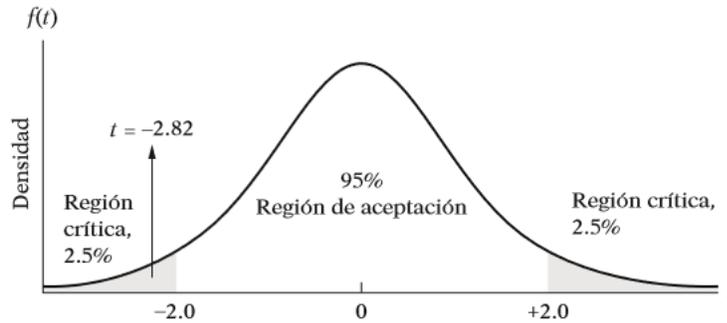
En el caso de este test $\beta_1 = 0$.

El estadístico sigue la distribución t con $n - k$ grados de libertad, con k siendo el número de β a estimar y un nivel de significancia $\alpha/2$

(11) MONTGOMERY, Douglas C, PECK, Elizabeth A, VINING, Geoffrey G, Op. Cit., pág. 25.

Si el valor de t supera en valor absoluto el valor del corte, consideramos que es estadísticamente significativo, por lo tanto, podemos rechazar la hipótesis de que $\beta_1 = 0$

Figura 2.19: Intervalo de confianza a 95% para t (60 gl).



Fuente: GUJARATI, Damodar N, PORTER, Dawn C, *Econometría* 5ª Edición, Editorial McGraw Hill, (México, 2010), pág. 236.

Prueba F

La prueba F o también denominada prueba de significancia general busca probar de que los coeficientes en conjunto son distintos de 0, o sea, busca determinar si existe o no una relación lineal entre la variable dependiente (Y), y las variables independientes (x) conjuntamente.

Esta prueba si bien parecida a la prueba t no es igual, ya que en la prueba F se busca saber si los coeficientes conjuntamente son iguales o distintos de 0, mientras que en la prueba t solo se está evaluando uno a la vez.

$$H_0 = \beta_1 = \beta_2 = \beta_k = 0$$

$$H_1 = \beta_1 = \beta_2 = \beta_k \neq 0$$

$$F = \frac{(\hat{\beta}_2 \sum y_i x_{2i} + \hat{\beta}_3 \sum y_i x_{3i} + \hat{\beta}_k \sum y_i x_{ki})/k}{\sum \hat{u}_i^2 / (n-k-1)} = \frac{SSR/(k)}{SSE/(n-k-1)}$$

Tiene una distribución $F_{k, n-k-1}$

El estadístico F a través de manipulaciones algebraicas puede ser expresado en función de R^2

$$F = \frac{R^2/(k-1)}{(1-R^2)/(n-k)}$$

Tiene una distribución $F_{k-1, n-k}$

Otra forma de ver la prueba sería, como probar de que R^2 poblacional $\neq 0$

En todas las fórmulas K es el número de parámetros a estimar en el cual α está incluido, por lo tanto, si tenemos una función de regresión $Y = \alpha + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2$, K sería igual a 3 (α , β_1 y β_2).

Test ρ :

Como sabemos que R es un estimador de ρ . Utilizando este test podemos probar las siguientes hipótesis:

$$H_0: \rho = 0$$

$$H_1: \rho \neq 0$$

Se utiliza el siguiente estadístico:

$$r \times \sqrt{\frac{n-k}{1-r^2}}$$

El cual tiene una distribución t con $n-k$ grados de libertad.

8- ESTIMACION DE σ^2 :

Comúnmente se desconoce el verdadero valor de σ^2 , por lo tanto, usando los coeficientes obtenidos a partir de los datos disponibles se puede estimar σ^2 :

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{\sum \hat{u}^2}{n - k}$$

En la formula k representaría el número de parámetros a estimar, por ejemplo, si tenemos una regresión con 3 variables, k sería igual a 4, ya que hay que estimar β_0 , β_1 , β_2 y β_3 .

Es necesario estimar σ^2 no tan solo como una medida del error de la regresión, sino también porque se utiliza en la formación de intervalos de confianza y para obtener la varianza y error estándar de cada coeficiente, el cual se utiliza en el test t para probar hipótesis.

La raíz cuadrada de $\hat{\sigma}^2$ se llama, a veces, el error estándar de la regresión y tiene las mismas unidades que la variable de respuesta y. Ya que $\hat{\sigma}^2$ depende de la suma de cuadrados de residuales, cualquier violación de las hipótesis sobre los errores del modelo, o cualquier especificación equivocada de la forma del modelo pueden dañar gravemente la utilidad de $\hat{\sigma}^2$ como estimado de σ^2 . Como σ^2 se calcula con los residuales del modelo de regresión, se dice que es un estimado de σ^2 dependiente del modelo.¹²

Se puede realizar un test sobre σ^2 con el siguiente estadístico:

$$\chi^2 = (n - k) \frac{\hat{\sigma}^2}{\sigma^2}$$

Como la prueba de significancia ji cuadrada no tiene mucha relevancia en la aceptación o no del modelo no será utilizada en la parte práctica.

9- ESTIMACION DE INTERVALOS DE CONFIANZA:

Al estimar los intervalos de confianza se busca hacer inferencias estadísticas sobre los coeficientes obtenidos, el intervalo indica entre que rangos se puede encontrar el verdadero valor de β_k o de σ^2 para un determinado nivel de confianza, los más

(12) Ibidem, pág. 23.

utilizados siendo 99%, 95% y 90% el cual lo elegirá el investigador de acuerdo con el problema específico y la necesidad de minimizar la posibilidad del error. Un nivel de confianza del 95% indicaría que, si tomáramos 100 muestras aleatorias, en 95 de ellas el valor de β_k o de σ^2 se encontrara dentro del intervalo. Naturalmente mientras más grande es la confianza seleccionada más grande será el intervalo.

Al trabajar con el supuesto de normalidad ya antes mencionado, esto permite la estimación de los intervalos de confianza. Si conocemos el verdadero valor de σ^2 se puede utilizar la curva normal para estimar los intervalos usando el estadístico

$$Z = \frac{\hat{\beta}_k - \beta_k}{\text{error estandar}(\hat{\beta}_k)}$$

Como casi nunca se conoce en verdadero valor de σ^2 utilizamos su estimador $\hat{\sigma}^2$ pero ahora el estadístico de prueba sería el siguiente

$$t = \frac{\hat{\beta}_k - \beta_k}{\text{error estandar estimado}(\hat{\beta}_k)}$$

El intervalo quedaría formado de la siguiente forma:

$$IC \left[\hat{\beta}_k - t_{\frac{\alpha}{2}} ee(\hat{\beta}_k) \leq \beta_k \leq \hat{\beta}_k + t_{\frac{\alpha}{2}} ee(\hat{\beta}_k) \right] = 1 - \alpha$$

Ic significa intervalo de confianza, ee significa error estándar estimado, tenemos que utilizar este ya que no conocemos σ^2 y tuvo que ser estimado, por lo tanto, el error estándar que se calcula utilizando $\hat{\sigma}^2$ pasa a ser estimado, ya que depende de los valores obtenidos en la regresión, así como se explicó anteriormente.

La amplitud del intervalo de confianza es proporcional al error estándar del estimador. Es decir, entre más grande sea el error estándar, más amplio será el intervalo de confianza. Expresado de otra forma, mientras más grande sea el error estándar del estimador, mayor será la incertidumbre de estimar el verdadero valor del parámetro desconocido. Así, el error estándar de un estimador suele describirse como una medida

de la precisión del estimador (es decir, con qué precisión mide el estimador al verdadero valor poblacional).¹³

También podemos obtener un intervalo de confianza para σ^2 con el siguiente estadístico:

$$\chi^2 = (n - k) \frac{\hat{\sigma}^2}{\sigma^2}$$

El intervalo quedaría de la siguiente forma

$$IC \left[(n - k) \frac{\hat{\sigma}^2}{\chi_{\frac{\alpha}{2}}} \leq \sigma^2 \leq (n - k) \frac{\hat{\sigma}^2}{\chi_{1-\alpha/2}} \right] = 1 - \alpha$$

Cabe destacar que tanto como en todos los tests, así como en la creación de los intervalos de confianza se distribuyen con n-k grados de libertad, con k siendo el número de parámetros a estimar.

(13) GUJARATI, Damodar N, PORTER, Dawn C, Op. Cit., pág. 111.

CAPITULO III

DESCRIPCION DEL CASO.

Sumario: 1- Introducción; 2- productos; 3- variables

1- INTRODUCCION:

Listerine es una marca de higiene bucal que fue desarrollada en 1879 con el fin de mantener un cuidado y salud bucal, tiene como slogan “matar los gérmenes que causan mal aliento”. Hasta 2006 su producción y distribución era realizada por Pfizer, en ese año Johnson & Johnson adquirió la división que contenía entre otros productos a Listerine.

Johnson & Johnson está dividido en 3 sectores, consumer healthcare division (la cual con el nombre de Johnson & Johnson consumer inc maneja la producción y distribución de Listerine), medical devices division y pharmaceuticals division.

En este trabajo se busca pronosticar las ventas semanales de uno de los productos de Listerine, en el mercado de CVS de Estados Unidos, también poder identificar cómo y en qué medida las distintas variables afectan la cantidad de unidades vendidas, y así tratar de predecir como cambios en ellas puede afectar el resultado futuro de las ventas.

Para el desarrollo del caso se eligió la herramienta de regresión lineal múltiple, ya que permite no tan solo la estimación de las ventas, sino que también la medición del impacto que cada variable tiene en ella. Además, permite identificar cuáles son los

competidores más influyentes, y visualizar el efecto que sus decisiones tienen sobre las ventas del producto analizado.

Un análisis de regresión en este caso permitirá mejorar la toma de decisiones de toda la empresa, ya que generará un pronóstico de ventas, que servirá para:

*programar la producción, evitando la sobre producción o la sub producción, lo que genera una mayor eficiencia organizacional, reduciendo el desperdicio y la posible pérdida de ventas por falta de mercadería. Al saber cuánto producir se sabe cuántos recursos humanos se requerirán y como distribuirlos.

*optimizar las órdenes de compra y pedidos a proveedores

*organizar la logística: al saber las necesidades de stock de cada mercado, se programa los envíos las rutas y las cantidades

*La gerencia financiera de la empresa podrá generar flujos de fondos a futuro y prever las necesidades financieras de la organización, asignando los recursos de forma más eficiente.

*Al conocer el comportamiento de las variables que afectan las ventas la alta gerencia puede tomar mejores decisiones correctivas o formular planes de acción y estrategia corporativa teniendo una mejor idea de su posible impacto.

*Marketing puede evaluar el efecto que tiene ciertas acciones en los distintos mercados sobre las ventas.

Se utilizará el programa estadístico STATA para generar los modelos de regresión y probar su validez, los datos fueron adquiridos a través de proveedores privados, que se dedican a la comercialización de estos, a través de sistemas de registro en todos los supermercados y farmacias del país, generando una gran base de datos brutos, los cuales se ordenan para su análisis.

En este trabajo se crearán modelos de regresión para el producto Listerine Cool Mint en sus 5 medidas (3.2oz(95ml); 8.5oz(250ml); 16.9oz(500ml); 33.8oz(1L) y

52.7oz(1.5L)) para el mercado de CVS, el cual es una cadena de tiendas que aparte de ser una farmacia, venden todo tipo de productos de consumo masivo, entre estos Listerine.

2- PRODUCTOS:



Fuente: www.Listerine.com

Hoy en día Listerine aparte de sus enjuagues bucales, tiene pastas dentales y otros artículos de higiene bucal, para el trabajo nos concentraremos en sus enjuagues bucales ya que representan el producto central de la marca. La marca cuenta con 8 tipos diferentes de enjuagues bucales, y el total es de 17 productos teniendo en cuenta los diferentes sabores y características, y cada producto está disponible en distintos tamaños.

Listerine Antiseptic

- * Original Listerine Antiseptic Mouthwash
- * Cool Mint Listerine Antiseptic Mouthwash
- * FreshBurst Listerine Antiseptic Mouthwash



Fuente: www.Listerine.com

Listerine Ultra Clean

- * Listerine Ultra Clean Cool Mint Antiseptic Mouthwash
- * Listerine Ultra Clean Fresh Citrus Antiseptic Mouthwash
- * Listerine Ultra Clean Artic Mint Antiseptic Mouthwash



Fuente: www.Listerine.com

Listerine Total Care

- * Listerine Total Care Fresh Mint
- * Listerine Total Care Stain Remover



Fuente: www.Listerine.com

Listerine Healthy White

- * Listerine Healthy White Restoring Fluoride Mouthwash
- * Listerine Healthy White Gentle Sodium Fluoride Anticavity Mouthwash
- * Listerine Healthy White Vibrant Fluoride Mouthwash



Fuente: www.Listerine.com

Listerine Zero:

- * Listerine Total Care Zero Fresh Mint Anticavity Mouthwash
- * Listerine Cool Mint Zero Alcohol



Fuente: www.Listerine.com

Listerine Naturals

* Listerine Naturals Herbal Mint Antiseptic Mouthwash

* Listerine Naturals with Fluoride Herbal Mint Antiseptic Mouthwash



Fuente: www.Listerine.com

Listerine Fluoride Defense

* Listerine Fluoride Defense Antiseptic Mouthwash



Fuente: www.Listerine.com

Listerine Smart Rinse:

*Listerine Smart Rinse Anticavity Fluoride Rinse



Fuente: www.Listerine.com

3 – VARIABLES:

En la base de datos contamos con mucha información de cada producto tanto de Listerine como de la competencia, discriminados por los distintos mercados y franquicias. El margen temporal que se utiliza es semanal. De todos los datos con lo que contamos, los más importantes y que utilizaremos son los siguientes:

*Precio de lista, precio de promoción y precio promedio. En el trabajo utilizaremos de cada producto tanto de Listerine como competidores el precio promedio de la semana, que es obtenido teniendo en cuenta la cantidad de unidades vendidas y el ingreso total.

*Display: es una medida que indica el porcentaje de tiendas que utilizaron algún tipo de ordenamiento especial, anaqueles en la entrada, o cualquier otro tipo de muestra especial dentro de la tienda.

*Feature: Indica el porcentaje de tiendas que utilizaron algún tipo de promoción, como folletos, promociones en revistas, cartelería, etc.

*Tiempo: utilizaremos el tiempo como una variable más del modelo si es que se detecta una tendencia en las ventas de los productos.

Se busca analizar el impacto de estas variables en las ventas semanales. Se espera que el precio del producto influya considerablemente en el resultado, así también como los precios de las diferentes medidas del mismo producto.

Se considerarán las variables que respeten las teorías económicas y de administración, se espera que el precio del producto tenga un coeficiente negativo, ya que un aumento de este generaría una pérdida de ventas.

Los precios de competidores ya sea de otras marcas o de Listerine deberían tener coeficientes positivos, ya que un incremento en el precio de estos generaría un aumento de las ventas del producto analizado.

Feature y Displays deberían tener coeficientes positivos cuando se trata del producto analizado, y negativo cuando se trata de los de la competencia.

Para los competidores de Cool Mint Listerine Antiseptic Mouthwash, consideramos tanto productos de Listerine como de las otras marcas, y con tamaños de envase de un rango menor y mayor, ósea, para la medida de 16.9 ounces(500ml), consideramos la de 8.5ounces(250ml) y la de 33.8 ounces (1 litro).

Dentro de los tipos de enjuagues bucales, descartamos como competidores aquellos que realicen funciones específicas agregadas como los blanqueadores, los naturales, los de niños y los que no contienen alcohol, ya que suponemos que un consumidor que busca un enjuague bucal con un efecto blanqueador de dientes no estaría interesado en comprar un enjuague normal, de la misma manera si buscan uno que solo contenga ingredientes naturales no considerarían comprar uno que no los tenga, igual con los que no contienen alcohol

Los productos a considerar para los modelos, teniendo en cuenta también las distintas medidas de estos serán:

Listerine: Original Antiseptic Mouthwash, FreshBurst Antiseptic Mouthwash, Cool Mint Antiseptic Mouthwash, Ultra Clean Cool Mint Antiseptic Mouthwash, Ultra

Clean Fresh Citrus Antiseptic Mouthwash, Ultra Clean Artic Mint Antiseptic Mouthwash, Total Care Fresh Mint.

Colgate: Total Advanced Pro-Shield Peppermint Blast Mouthwash y Total Advanced Pro-Shield Spearmint Surge Mouthwash

Crest: Pro Health Clean Mint Mouth Wash, Pro Health Refreshing Clean Mint Mouth Wash, Pro Health Winter Mint Mouth Wash, Pro Health Deep Clean Mouth Wash, Pro Health Crest Unflavored Mouth Wash, Scope Unflavored Mouth Wash

Biotene: Unflavored Mouth Wash

Act: Cool Splash Mouth Wash, Total Care Fresh Mint Mouth Wash

Private Label CVS: Rem Mint Flavored Mouth Wash, Original Mouth Wash, Mint Mouth Wash, Unflavored Mouth Wash

Thera: Icy Mint, Unflavored Mouth Wash

Orajel: Mint Mouth Wash

Toms of Maine: Rem Mint Flavored Mouth Wash

Smarth Mouth: Clean Mint Mouth Wash.

CAPITULO IV

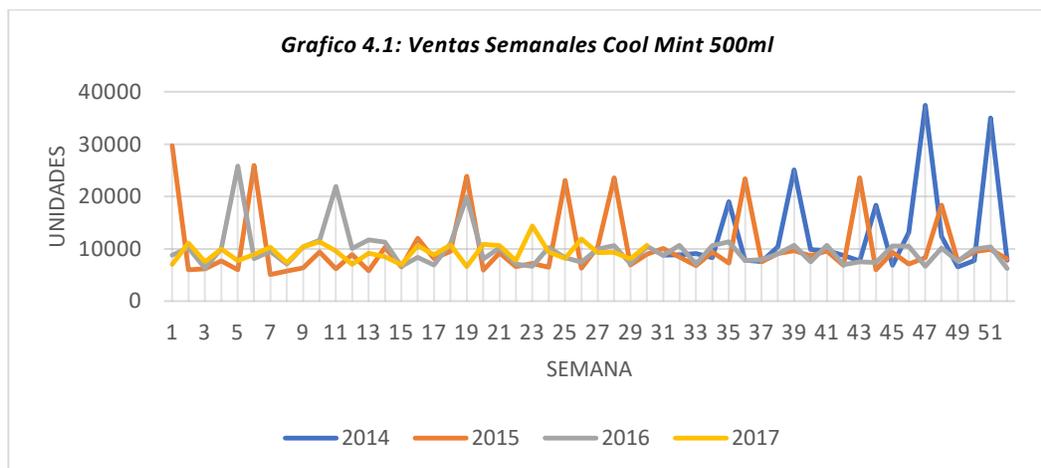
ANALISIS DE REGRESION.

Sumario: 1-Listerine Cool mint 500ml; 2- Listerine Cool mint 1L; 3- Listerine Cool mint 1.5L; 4- Listerine Cool mint 250 ml; 5- Listerine Cool mint 85ml; 6- Pronósticos; 7- Conclusión

1 – LISTERINE COOL MINT 500 ML

Como ya mencionamos anteriormente en producto a analizar es Cool Mint Listerine Antiseptic Mouthwash, en esta sección haremos el análisis para su versión de 16.9 ounces (500ml).

Primero realizaremos un gráfico de las ventas semanales con relación al tiempo, para poder observar si existe algún patrón o si está presente un factor de estacionalidad.



Fuente: elaboración propia, Excel

La serie del gráfico 4.1 comienza en la semana 31 de 2014 y termina en la semana 30 de 2017, con lo cual se cuentan con 156 semanas lo que equivalen a 3 años enteros de datos. En principio no parece haber un patrón o un factor de estacionalidad presente, no hay una semana donde consistentemente las ventas sean superiores, si bien hay momentos en que dos años tienen picos, para que podamos considerar que hay un efecto de estacionalidad tiene que darse en todos los años.

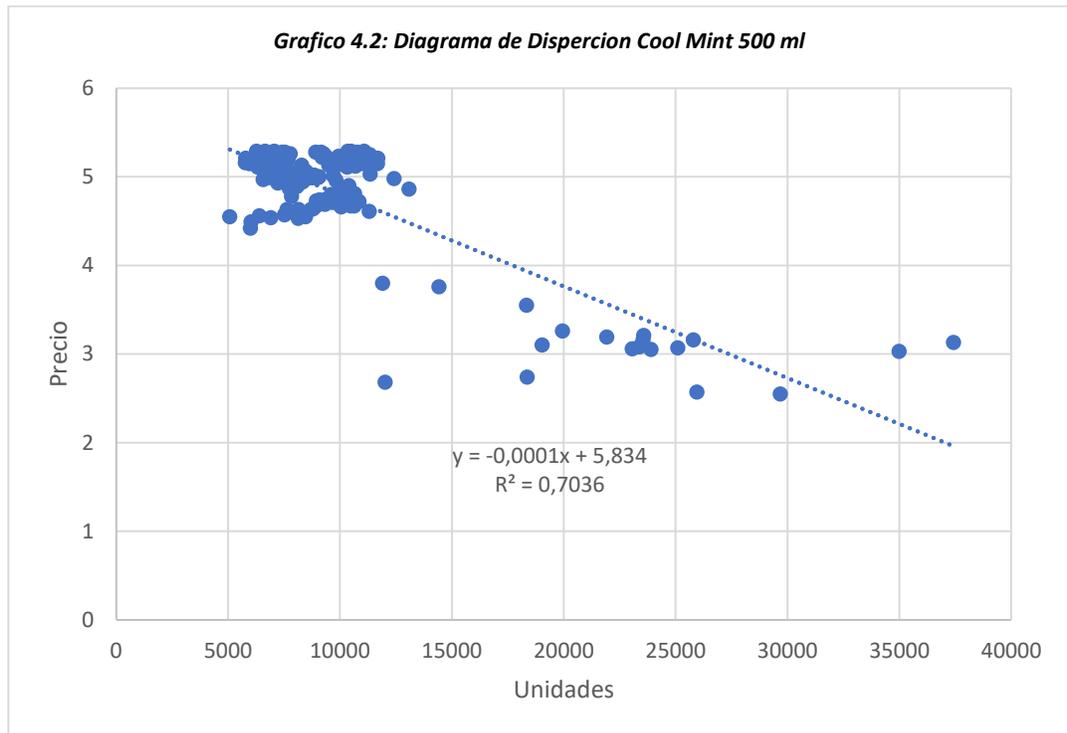
Las variables para tener en cuenta en este modelo originalmente serán el tiempo, el precio de nuestro producto, su respectivo porcentaje de display y feature, también como variables tendremos los precios, display y feature de todos los competidores. Como no parece haber estacionalidad o fechas precisa que generen aumentos consistentes de demanda, no utilizaremos des estacionalización ni variables dummy.

Al hacer la regresión comenzamos poniendo en el modelo todas las variables, es decir, el precio, feature y display de todos los productos, de listerine y sus competidores, también considerando el tiempo como una variable. El resultado fue una regresión con 157 variables, un modelo muy inestable, con un R^2 0.98 pero ajustado de a 0.79, y la gran mayoría de sus coeficientes sin significancia estadística, lo cual no es indica que las variables no aportan al modelo

Se intento haciendo regresiones, con los precios y los respectivos features de cada producto (R^2 0,9498 ajustado 0,8503), solo con los precios de los productos(R^2 0,8895 ajustado 0.8321) y en ambos casos el resultado fue similar R^2 altos, pero siempre casi todos los coeficientes estadísticamente no significantes.

A continuación, se decidió analizar variable por variable midiendo su relación lineal con nuestra variable dependiente de unidades. Esto nos permitió tener una mejor idea de que variables podrían aportar positivamente al modelo. A modo de ejemplo mostraremos un ejemplo de cómo se analizó cada una de las 157 variables.

Tomamos la variable independiente a analizar, en este caso el precio de Listerine de 500ml, y hacemos el grafico 4.2 (Diagrama de dispersión) con la variable dependiente (unidades). Luego se traza una la línea de regresión lineal simple:



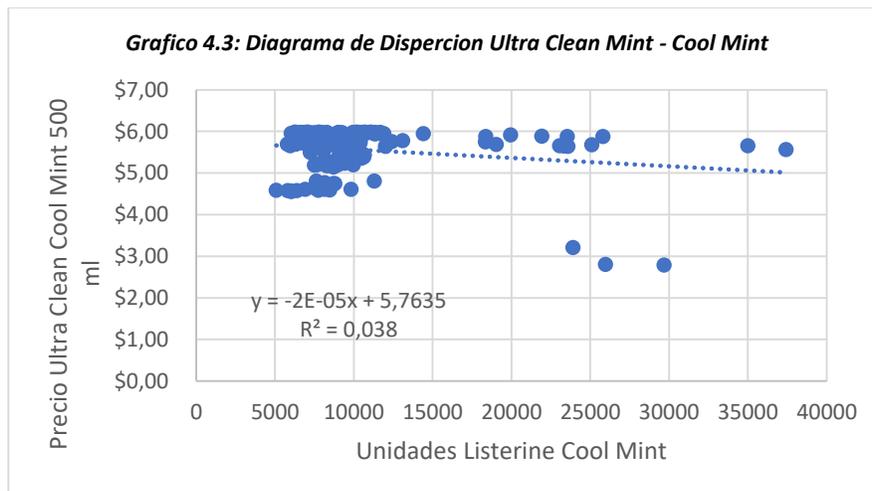
Fuente: elaboración propia, Excel

Esto nos permite ver a simple vista que esta variable (precio de listerine cool mint 500ml) es lineal, tiene un coeficiente negativo que es lo que se esperaría que tenga como efecto el precio del producto, y genera un buen R^2 , por lo cual lo tendremos en cuenta para incluir en el siguiente modelo.

Del análisis de todas las variables, se determinó que ningún display de ningún producto es estadísticamente significativo, no muestra una relación lineal definida con el producto, lo cual tiene sentido ya que analizando la base de datos nos encontramos que en este tipo de productos se utiliza muy poco este tipo de promoción, por lo cual decidimos no incluirlo en el modelo.

También se detectó que el tiempo no es una variable que tenga poder explicativo en el modelo, se lo analizo solo, y en conjunto con otras variables y siempre obtenía un coeficiente estadísticamente no significativo, lo que nos indica que al menos en este mercado y producto no hay una tendencia que se pueda marcar en el tiempo.

Otro hallazgo interesante mientras se analizaban las variables individualmente y a veces en conjunto con otras pocas, es que tanto las marcas privadas de cvs como otras importantes como crest y los otros productos de listerine no parecen tener un impacto en las ventas del producto en cuestión. A modo de ejemplo se presenta el grafico 4.3 con el que se esperaba encontrar una relación.



Fuente: elaboración propia, Excel

En este primer ejemplo podemos ver que el coeficiente es negativo, lo cual indicaría que si el producto que esperábamos que fuera competidor sube su precio, Listerine Cool Mint vendería menos unidades, lo cual no es el efecto que se esperaría que genere un producto competidor.

De esta forma se realizó el análisis con todas las variables, aparte del diagrama de dispersión con la recta de mínimos cuadrados, se generaron distintas regresiones considerando la variable a analizar sola y en conjunto con otras importantes como el precio de Listerine Cool Mint que sola aporta un R^2 de 0.70 y otras variables

importantes ya detectadas. De forma de no tan solo ver su efecto aislado si no también en conjunto e interacción con otras variables.

Para llegar a la regresión final que presentaremos se probó distintas combinaciones de variables, distintas regresiones sumando y sustrayendo variables, una a la vez hasta llegar a la siguiente:

| Source | SS | df | MS | | | |
|----------|------------|-----|------------|-----------------|--------|--|
| Model | 3.8113e+09 | 6 | 635214386 | Number of obs = | 156 | |
| Residual | 706716420 | 149 | 4743063.22 | F(6, 149) = | 133.92 | |
| Total | 4.5180e+09 | 155 | 29148404.8 | Prob > F = | 0.0000 | |
| | | | | R-squared = | 0.8436 | |
| | | | | Adj R-squared = | 0.8373 | |
| | | | | Root MSE = | 2177.9 | |

| Units | Coef. | Std. Err. | t | P> t | [95% Conf. Interval] | |
|------------------|-----------|-----------|--------|-------|----------------------|-----------|
| L_1_500_Price | -6286.247 | 289.3446 | -21.73 | 0.000 | -6857.996 | -5714.498 |
| L_1_500_Feat | 2660.35 | 649.696 | 4.09 | 0.000 | 1376.542 | 3944.158 |
| L_1_1000_Price | 2305.406 | 346.458 | 6.65 | 0.000 | 1620.801 | 2990.012 |
| L_1_1500_Price | 1252.826 | 233.9131 | 5.36 | 0.000 | 790.6104 | 1715.041 |
| Colg_2_500_Price | 742.0079 | 325.3437 | 2.28 | 0.024 | 99.12436 | 1384.891 |
| Colg_2_500_Feat | -3432.846 | 861.4416 | -3.99 | 0.000 | -5135.066 | -1730.626 |
| _cons | 13585.56 | 3237.856 | 4.20 | 0.000 | 7187.512 | 19983.6 |

Fuente: elaboración propia, STATA

Esta es la mejor regresión que se pudo encontrar, la cual tiene todos coeficientes estadísticamente no significativos, tiene los coeficientes con sus signos correctos, y presenta un buen R^2 ajustado de 0.8373 con un error estándar de 2177.9. De todas las combinaciones que se probó esta fue que mejores resultados obtuvo para este mercado.

La regresión contiene precio y feature de Listerine Cool Mint 500ml, precio de Listerine Cool Mint 1000ml y 1500ml, y por último precio y feature de Colgate Proshield Spearmint 500ml. Lo cual indica que los precios en los tamaños más grandes del producto inciden fuertemente en las unidades vendidas. Y como un competidor influyente tenemos a Colgate Proshield Spearmint del mismo tamaño.

Ahora que tenemos el modelo seleccionado, procedemos a comprobar que cumpla con los supuestos de regresión lineal múltiples ya detallados en el capítulo 2.

***a- Linealidad:**

Tenemos varios indicadores de linealidad disponibles, uno serían las pruebas t, que como ya fue explicado pueden ser también utilizadas para interpretar linealidad, los coeficientes al ser estadísticamente significativos nos están indicando con un alto grado de confianza, 95% en este caso, de que las variables siguen una distribución lineal. También el estadístico R que, si bien no se ve en el resultado que arroja stata, es de 0.9184 lo cual indica una fuerte linealidad en todo el modelo. Y como ultima forma de darnos cuenta de la linealidad en el modelo tenemos los gráficos de dispersión individuales, los cuales muestran la relación, aunque lo hace de forma parcial, sin tener en cuenta el efecto de las otras variables.

Al ver el grafico de dispersión del precio con las unidades (grafico 4.2), puede dar la impresión de una curvatura, sobre todo por la presencia de dos puntos extremos que sobresalen, esta curvatura al ser reducida, y al contar muchos menos datos en el punto de inflexión a comparación con la parte superior del grafico es difícil decir con certeza de que no se trate de una función lineal o de que es una función no lineal, mas aun considerando que estamos hablando de una sola de las variables del modelo, por lo cual se continuara con la técnica de regresión lineal. De todas formas, queda como un área a explorar, la posibilidad de una regresión no lineal y el uso de técnicas de estadísticas más avanzadas.

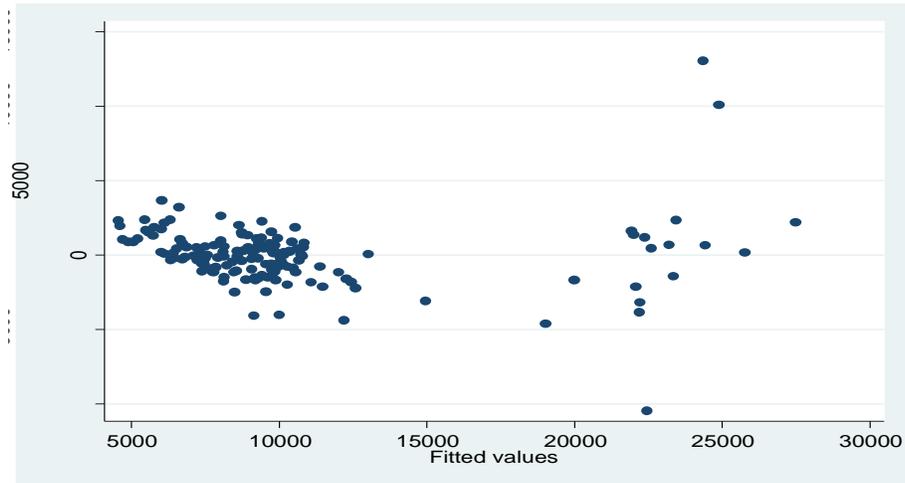
***b- Varianza constante de los residuos:**

Para comprobar si existe homocedasticidad realizaremos el test de White y el test de Breusch-Pagan / Cook-Weisberg, también observaremos el grafico de los residuales.

Primero en el gráfico de dispersión (grafico 4.4), tenemos en eje de las abscisas los valores predichos por el modelo, y en el eje de las ordenadas los residuales. A simple vista podemos ver que el modelo presenta heterocedasticidad, los residuos son

mayores cuando el modelo predice valores elevados, a partir de las 22.000 unidades aproximadamente.

Gráfico 4.4: Grafico de residuales



Fuente: elaboración propia, STATA

Tanto el test de White como el de Breusch-Pagan / Cook-Weisberg nos muestran de que hay heterocedasticidad, ya que en ambas se rechaza la hipótesis nula de que la varianza es constante y de que hay homocedasticidad respectivamente. Se rechazan las hipótesis nulas porque el valor de $\text{Prob} > \text{Chi}^2$ son inferiores a 0.05, es decir que 205.30 y 45.78 no superan el valor de corte de la distribución chi cuadrado para un nivel de confianza del 95%.

```
. estat hettest
```

```
Breusch-Pagan / Cook-Weisberg test for heteroskedasticity
```

```
Ho: Constant variance
```

```
Variables: fitted values of Units
```

```
chi2(1) = 205.30
```

```
Prob > chi2 = 0.0000
```

```
. imtest,white
```

```
White's test for Ho: homoskedasticity
```

```
against Ha: unrestricted heteroskedasticity
```

```
chi2(27) = 45.78
```

```
Prob > chi2 = 0.0134
```

```
Cameron & Trivedi's decomposition of IM-test
```

| Source | chi2 | df | p |
|--------------------|-------|----|--------|
| Heteroskedasticity | 45.78 | 27 | 0.0134 |
| Skewness | 13.24 | 6 | 0.0394 |
| Kurtosis | 2.67 | 1 | 0.1023 |
| Total | 61.69 | 34 | 0.0025 |

Fuente: elaboración propia, STATA

Dado los tests y el método gráfico podemos concluir que existe heteroscedasticidad en el modelo. Como nuestra muestra es grande para solucionarlo podemos utilizar la corrección de heteroscedasticidad de White, la cual no modifica los coeficientes ni el R^2 , pero sí los errores estándar de los coeficientes y sus intervalos de confianza, ajustándolos por su heteroscedasticidad, convirtiéndolos en estimadores eficientes.

Linear regression

Number of obs = 156
 F(6, 149) = 37.71
 Prob > F = 0.0000
 R-squared = 0.8436
 Root MSE = 2177.9

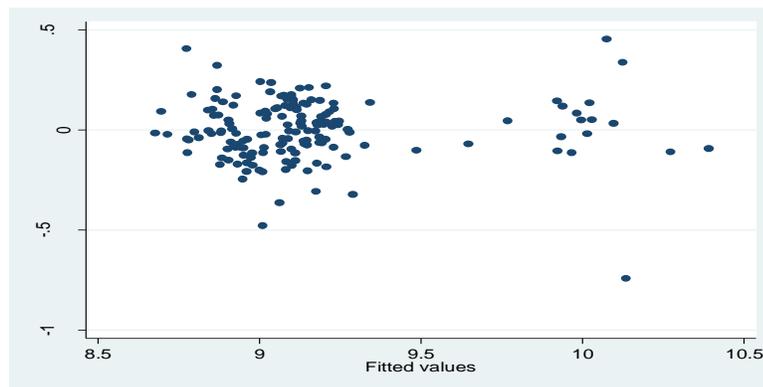
| Units | Robust | | t | P> t | [95% Conf. Interval] | |
|------------------|-----------|-----------|--------|-------|----------------------|-----------|
| | Coef. | Std. Err. | | | | |
| L_1_500_Price | -6286.247 | 570.7948 | -11.01 | 0.000 | -7414.145 | -5158.349 |
| L_1_500_Feat | 2660.35 | 442.5478 | 6.01 | 0.000 | 1785.87 | 3534.83 |
| L_1_1000_Price | 2305.406 | 305.4854 | 7.55 | 0.000 | 1701.763 | 2909.05 |
| L_1_1500_Price | 1252.826 | 166.0417 | 7.55 | 0.000 | 924.7252 | 1580.926 |
| Colg_2_500_Price | 742.0079 | 343.5882 | 2.16 | 0.032 | 63.073 | 1420.943 |
| Colg_2_500_Feat | -3432.846 | 1201.602 | -2.86 | 0.005 | -5807.228 | -1058.464 |
| _cons | 13585.56 | 2764.479 | 4.91 | 0.000 | 8122.91 | 19048.21 |

Fuente: elaboración propia, STATA

Como podemos ver, todos los coeficientes siguen siendo estadísticamente no significantes, y ahora gracias a los errores estándar de White, podemos decir que son estimadores confiables no afectados por heteroscedasticidad.

Otra posibilidad para solucionar la heteroscedasticidad hubiese sido utilizar logaritmos, si bien mejora el grafico de residuales (grafico 4.5), convierte la variable precio de Colgate pro shield spermeant en no significativa

Gráfico 4.5: Grafico de residuales de modelo log



Fuente: elaboración propia, STATA

Por lo tanto, ya que la corrección de White soluciona la heteroscedasticidad, no es necesario usar logaritmos y perder una variable en el modelo, ya que al hacerlo se obtiene un R^2 ajustado inferior.

*c- Independencia de los residuos:

Para comprobar si existe un problema de autocorrelación en el modelo, realizaremos el test de Durbin Watson.

```
. tsset Time
      time variable: Time, 1 to 156
              delta: 1 unit

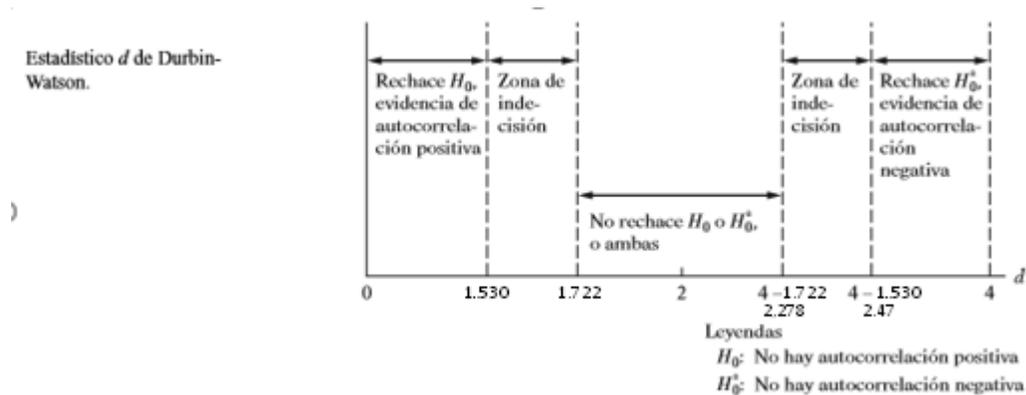
. estat dwatson

Durbin-Watson d-statistic( 7, 156) = 1.84457
```

Fuente: elaboración propia, STATA

El resultado del test para el modelo es de 1.84, el cual tanto si nos guiamos por la regla general y por la tabla elaborada por Durbin y Watson, podemos ver que el valor del test está dentro de los límites en los cuales podemos aceptar la hipótesis de que no hay autocorrelación en los residuos del modelo. Los valores límites de la tabla para $k=7$ y $n = 150$ son de d_L 1.530 y d_U 1.722

Gráfico 4.6: Rangos de Durbin Watson



Fuente: Modificación de GUJARATI, Damodar N, PORTER, Dawn C, Econometría 5ª Edición, Editorial McGraw Hill, (México, 2010), pág. 435.

Entonces, así como podemos ver en el gráfico 4.6, dado que el 1.84 se encuentra entre 1.722 y 2.278, no rechazamos las hipótesis nulas, por lo tanto, no hay autocorrelación en el modelo.

***d- Normalidad de los residuos:**

En un principio los test nos indican que no hay normalidad, así también como el grafico de probabilidad normal (grafico 4.7), sin embargo, se considera el tamaño de la muestra lo suficientemente grande como para apoyarse en el teorema central del límite, más aún los últimos dos gráficos (grafico 4.8 y 4.9) en forma de histograma tanto con los residuales y los residuales estandarizados nos muestran que los residuos si siguen una distribución normal. Entonces entre los últimos dos gráficos sumados a la teoría central del límite podemos suponer normalidad de los residuos en el modelo.

. sktest Residuales

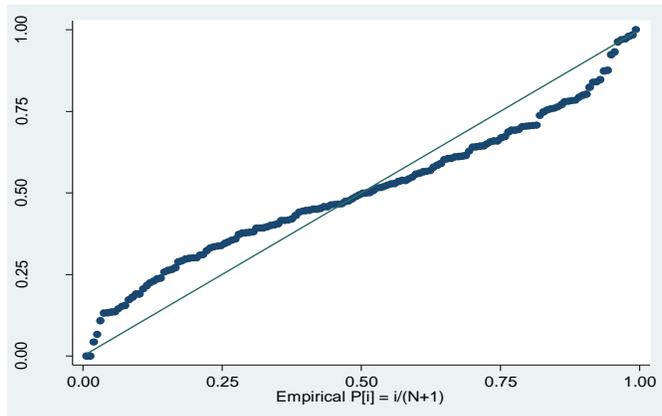
| Skewness/Kurtosis tests for Normality | | | | | |
|---------------------------------------|-----|---------------|---------------|--------------|-----------------|
| Variable | Obs | Pr (Skewness) | Pr (Kurtosis) | adj chi2 (2) | joint Prob>chi2 |
| Residuales | 156 | 0.0000 | 0.0000 | 54.77 | 0.0000 |

. swilk Residuales

| Shapiro-Wilk W test for normal data | | | | | |
|-------------------------------------|-----|---------|--------|-------|---------|
| Variable | Obs | W | V | z | Prob>z |
| Residuales | 156 | 0.80068 | 23.986 | 7.218 | 0.00000 |

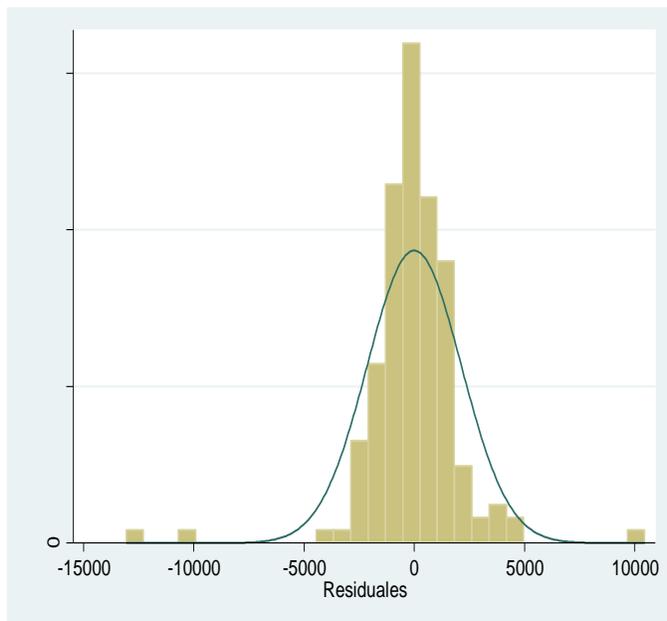
Fuente: elaboración propia, STATA

Gráfico 4.7: Gráfico de probabilidad normal



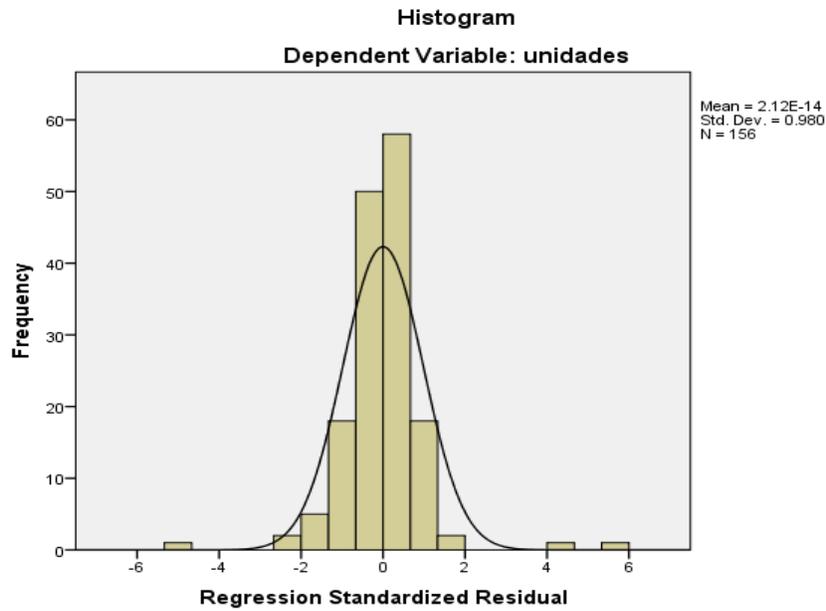
Fuente: elaboración propia, STATA

Gráfico 4.8: Histograma de residuales



Fuente: elaboración propia, STATA

Grafico 4.9: Histograma de residuales estandarizados



Fuente: elaboración propia, SPSS

*e- [No colinealidad entre las variables:](#)

Como ninguna de las variables del modelo tienen un vif entre 5 y 10, podemos decir con confianza de que el modelo no muestra colinealidad.

`. estat vif`

| Variable | VIF | 1/VIF |
|--------------|-------------|-----------------|
| L_1_500_Feat | 1.27 | 0.790154 |
| L_1_500_Pr~e | 1.21 | 0.824062 |
| L_1_1000_P~e | 1.14 | 0.877912 |
| Colg_2_500~e | 1.06 | 0.939802 |
| L_1_1500_P~e | 1.06 | 0.943144 |
| Colg_2_500~t | 1.03 | 0.970743 |
| Mean VIF | 1.13 | |

Fuente: elaboración propia, STATA

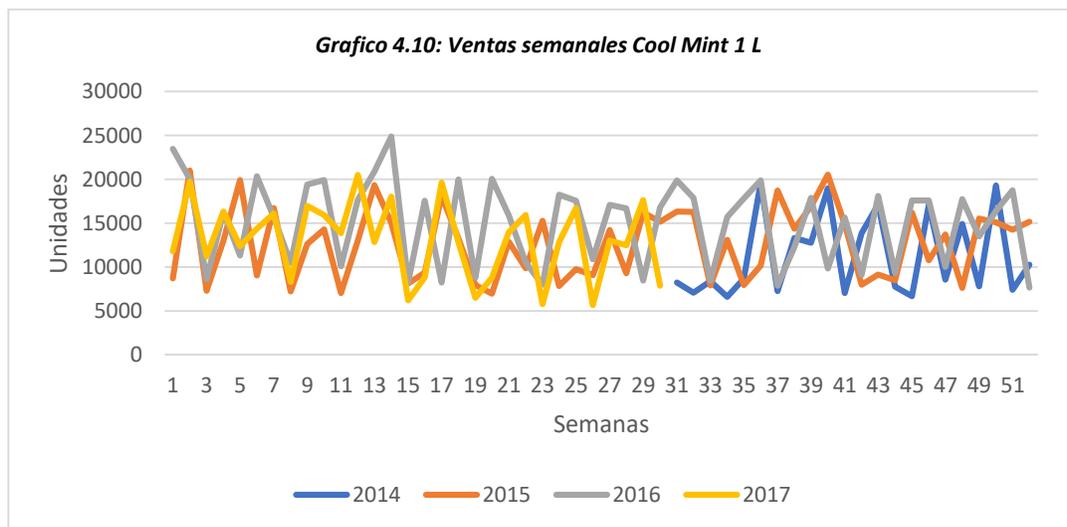
Para concluir con esta sección, se pudo demostrar mediante las pruebas ya mencionadas en el capítulo 2, que el modelo determinado para listerine cool mint de 500ml cumple con todos los supuestos para que la regresión lineal múltiple sea válida.

La ecuación final sería:

$$\begin{aligned} \text{Unidades Cool Mint 500ml} = & 13585.56 - 6286.247 \text{ Precio Cool Mint 500ml} + \\ & 2660.35 \text{ Feat Cool Mint 500ml} + 2305.406 \text{ Precio Cool Mint 1litro} + 1252.826 \text{ Precio} \\ & \text{Cool Mint 1.5 litros} + 742.0079 \text{ Precio Colgate Pro Shield Spear Mint 500ml} - \\ & 3432.846 \text{ Feat Colgate Pro Shield Spear Mint 500ml} \end{aligned}$$

2- LISTERINE COOL MINT 1 LITRO:

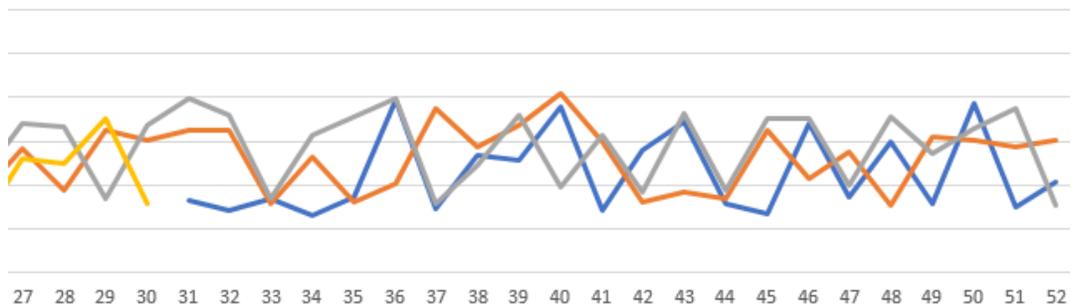
Al igual que en el análisis anterior, comenzaremos observando en el grafico 4.10, 4.11 y 4.12 el comportamiento de las ventas a lo largo del tiempo con el fin de poder determinar si existe estacionalidad.



Fuente: elaboración propia, EXCEL

Gráfico 4.11: Ventas Semanales Semana 1 - 26

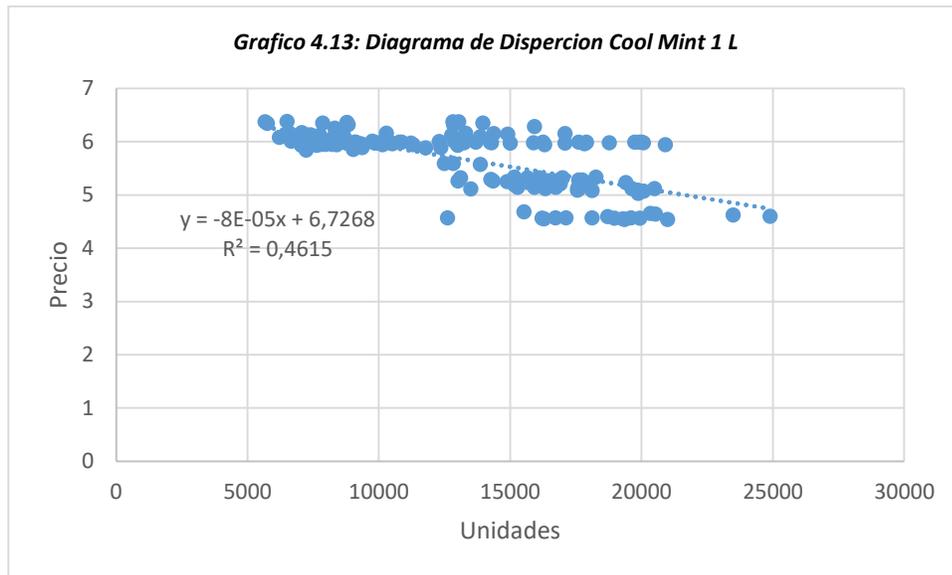
Fuente: elaboración propia, EXCEL

Gráfico 4.12: Ventas semanales Semana 27-52

Fuente: elaboración propia, EXCEL

Si bien en un par de semanas (3, 8 y 15) pareciera haber una reacción similar entre los años, no parece ser muy significativa, que aporte al modelo.

Al igual que la regresión anterior, comenzaremos añadiendo al modelo las variables que de acuerdo con las teorías económicas y de administración deberían ser influyentes. El precio del producto debería ser la variable más importante.



Fuente: elaboración propia, EXCEL

El precio solo ya aporta un 0.46 de explicación al modelo, como se puede ver en el grafico 4.13. Al agregar las siguientes variables no solo se tiene en cuenta si mejoran el poder explicativo del modelo, si no también que tengan coherencia con el marco teórico, y que sean estadísticamente significativas.

En el modelo para Listerine Cool Mint 1 Litro, ningún display fue significativo, algunos features fueron significativos, pero con un signo en su coeficiente distinto al que se esperaría, por lo cual no fueron agregados al modelo final.

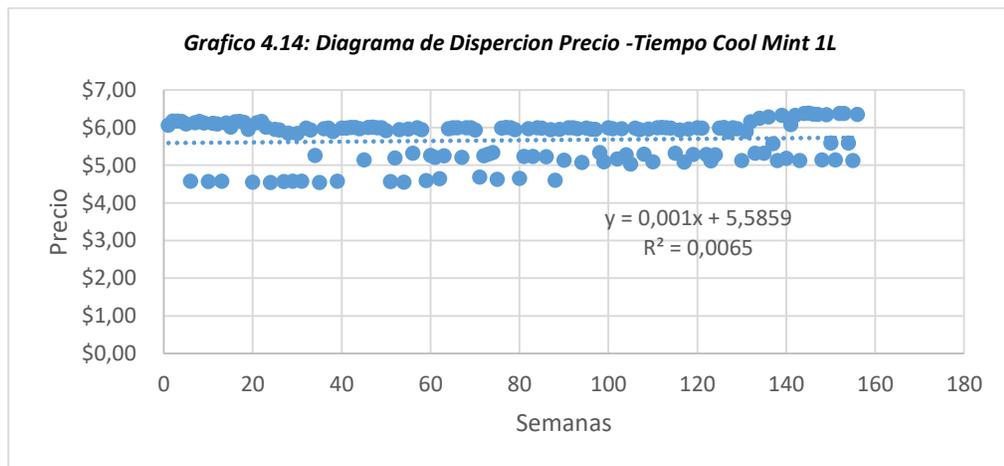
Luego de probar todas las variables en conjunto con las más importantes se llegó al modelo final de:

| Source | SS | df | MS | |
|----------|------------|-----|------------|------------------------|
| Model | 2.5218e+09 | 5 | 504352093 | Number of obs = 156 |
| Residual | 733599237 | 150 | 4890661.58 | F(5, 150) = 103.13 |
| | | | | Prob > F = 0.0000 |
| | | | | R-squared = 0.7746 |
| | | | | Adj R-squared = 0.7671 |
| Total | 3.2554e+09 | 155 | 21002320.7 | Root MSE = 2211.5 |

| Units | Coef. | Std. Err. | t | P> t | [95% Conf. Interval] |
|--------------------|-----------|-----------|--------|-------|----------------------|
| Time | -14.29927 | 6.700131 | -2.13 | 0.034 | -27.53809 -1.060441 |
| L_1_1000_Price | -5032.809 | 339.2956 | -14.83 | 0.000 | -5703.225 -4362.393 |
| L_1_500_Price | 1842.063 | 283.8319 | 6.49 | 0.000 | 1281.238 2402.888 |
| L_1_1500_Price | 3018.87 | 241.1908 | 12.52 | 0.000 | 2542.299 3495.44 |
| Crest_5_1000_Price | 406.9369 | 82.18276 | 4.95 | 0.000 | 244.5515 569.3222 |
| _cons | 9947.331 | 3282.731 | 3.03 | 0.003 | 3460.965 16433.7 |

Fuente: elaboración propia, STATA

Al igual que en el modelo anterior, los precios de las diferentes medidas son las que más influyen. En este modelo el tiempo resulto ser significativo, con coeficiente negativo, como se observa en el gráfico 4.14, puede deberse a que el producto tiene una tendencia de estar elevando su precio, especialmente en las últimas semanas registradas, a partir de la semana 90 aproximadamente, no volvió a tener un precio muy inferior a 5 dólares y en las últimas semanas registro sus mayores precios. Esto haría que el coeficiente negativo en el tiempo no sea necesariamente una mala señal



Fuente: elaboración propia, EXCEL

En el modelo también pudimos encontrar un competidor de otra marca, Crest Unflavored 1litro.

El modelo finaliza con un R^2 ajustado de 0.7671 y 5 variables estadísticamente significantes. Ahora se analizará que se cumplan los supuestos:

***a- Linealidad:**

Se comprueba la linealidad del modelo al tener todas variables estadísticamente significativas, un R elevado de 0.88 y diagramas de dispersión parciales mostrando relaciones lineales entre la variable dependiente y las independientes.

***b- Varianza constante de los residuos:**

Como primer indicativo, tanto el test de White como de Breusch-Pagan / Cook-Weisberg rechazan la hipótesis nula de homocedasticidad

```
. estat hettest
Breusch-Pagan / Cook-Weisberg test for heteroskedasticity
Ho: Constant variance
Variables: fitted values of Units

      chi2(1)      =      6.80
      Prob > chi2  =      0.0091

. imtest,white
White's test for Ho: homoskedasticity
against Ha: unrestricted heteroskedasticity

      chi2(20)     =      51.30
      Prob > chi2  =      0.0001

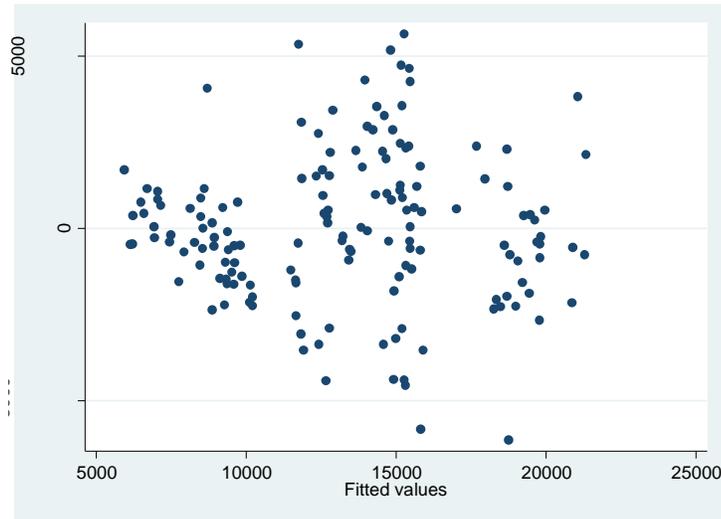
Cameron & Trivedi's decomposition of IM-test
```

| Source | chi2 | df | p |
|--------------------|-------|----|--------|
| Heteroskedasticity | 51.30 | 20 | 0.0001 |
| Skewness | 5.02 | 5 | 0.4137 |
| Kurtosis | 1.20 | 1 | 0.2740 |
| Total | 57.51 | 26 | 0.0004 |

Fuente: elaboración propia, STATA

Ahora se puede ver el grafico 4.15 de dispersión de los residuales, el cual muestra una heterocedasticidad muy marcada

Grafico 4.15: Grafico de dispersión de residuales



Fuente: elaboración propia, STATA

La Heterocedasticidad, si bien se puede resolver con los errores de White como se muestra en la salida de stata siguiente, dado que pareciera ser bastante marcada, para este caso, procederemos a solucionar el problema aplicando logaritmos.

```
. regress Units Time L_1_1000_Price L_1_500_Price L_1_1500_Price Crest_5_1000_Price, vce(hc3)
```

```
Linear regression                               Number of obs =    156
                                                F(   5,   150) =  162.02
                                                Prob > F       =  0.0000
                                                R-squared     =  0.7746
                                                Root MSE     =  2211.5
```

| Units | Robust HC3 | | t | P> t | [95% Conf. Interval] | |
|--------------------|------------|-----------|--------|-------|----------------------|-----------|
| | Coef. | Std. Err. | | | | |
| Time | -14.29927 | 6.669316 | -2.14 | 0.034 | -27.4772 | -1.121329 |
| L_1_1000_Price | -5032.809 | 371.3056 | -13.55 | 0.000 | -5766.474 | -4299.145 |
| L_1_500_Price | 1842.063 | 262.9224 | 7.01 | 0.000 | 1322.553 | 2361.573 |
| L_1_1500_Price | 3018.87 | 239.5184 | 12.60 | 0.000 | 2545.604 | 3492.135 |
| Crest_5_1000_Price | 406.9369 | 84.46589 | 4.82 | 0.000 | 240.0403 | 573.8335 |
| _cons | 9947.331 | 4022.928 | 2.47 | 0.015 | 1998.406 | 17896.26 |

```
. regress Units Time L_1_1000_Price L_1_500_Price L_1_1500_Price Crest_5_1000_Price, vce(robust)
```

```
Linear regression                               Number of obs =    156
                                                F(   5,   150) =  169.88
                                                Prob > F       =  0.0000
                                                R-squared     =  0.7746
                                                Root MSE     =  2211.5
```

| Units | Robust | | t | P> t | [95% Conf. Interval] | |
|--------------------|-----------|-----------|--------|-------|----------------------|-----------|
| | Coef. | Std. Err. | | | | |
| Time | -14.29927 | 6.534916 | -2.19 | 0.030 | -27.21164 | -1.38689 |
| L_1_1000_Price | -5032.809 | 363.7073 | -13.84 | 0.000 | -5751.461 | -4314.158 |
| L_1_500_Price | 1842.063 | 255.5127 | 7.21 | 0.000 | 1337.194 | 2346.932 |
| L_1_1500_Price | 3018.87 | 236.0643 | 12.79 | 0.000 | 2552.429 | 3485.31 |
| Crest_5_1000_Price | 406.9369 | 82.79409 | 4.92 | 0.000 | 243.3436 | 570.5302 |
| _cons | 9947.331 | 3964.044 | 2.51 | 0.013 | 2114.755 | 17779.91 |

Fuente: elaboración propia, STATA

Aplicando Logaritmo natural en todas las variables, generamos un modelo transformado que, estaría perdiendo una variable respecto al anterior, el tiempo, pero el nuevo modelo presenta una heteroscedasticidad menos marcada como podemos ver en el gráfico 4.16, y la variable de tiempo no relevante.

```
. regress Units_ln Incrstunflvr338price Time_ln Incoolmint338price ln_L_1_500_Price Incoolmint507price
```

| Source | SS | df | MS | | | |
|----------|------------|-----|------------|-----------------|--------|--|
| Model | 16.1276653 | 5 | 3.22553306 | Number of obs = | 156 | |
| Residual | 4.74845806 | 150 | .031656387 | F(5, 150) = | 101.89 | |
| Total | 20.8761234 | 155 | .134684667 | Prob > F = | 0.0000 | |
| | | | | R-squared = | 0.7725 | |
| | | | | Adj R-squared = | 0.7650 | |
| | | | | Root MSE = | .17792 | |

| Units_ln | Coef. | Std. Err. | t | P> t | [95% Conf. Interval] | |
|----------------------|-----------|-----------|--------|-------|----------------------|-----------|
| Incrstunflvr338price | .0214568 | .0074105 | 2.90 | 0.004 | .0068144 | .0360992 |
| Time_ln | .0110388 | .0246764 | 0.45 | 0.655 | -.0377193 | .0597969 |
| Incoolmint338price | -2.084879 | .1455801 | -14.32 | 0.000 | -2.372532 | -1.797227 |
| ln_L_1_500_Price | .5519164 | .0892759 | 6.18 | 0.000 | .3755157 | .7283172 |
| Incoolmint507price | 1.774159 | .1355804 | 13.09 | 0.000 | 1.506266 | 2.042053 |
| _cons | 8.608304 | .448641 | 19.19 | 0.000 | 7.721832 | 9.494777 |

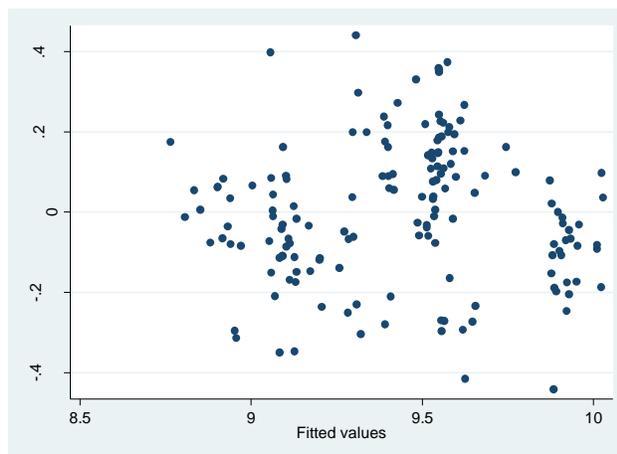
```
. regress Units_ln Incrstunflvr338price Incoolmint338price ln_L_1_500_Price Incoolmint507price
```

| Source | SS | df | MS | | | |
|----------|------------|-----|------------|-----------------|--------|--|
| Model | 16.1213304 | 4 | 4.03033259 | Number of obs = | 156 | |
| Residual | 4.75479301 | 151 | .031488695 | F(4, 151) = | 127.99 | |
| Total | 20.8761234 | 155 | .134684667 | Prob > F = | 0.0000 | |
| | | | | R-squared = | 0.7722 | |
| | | | | Adj R-squared = | 0.7662 | |
| | | | | Root MSE = | .17745 | |

| Units_ln | Coef. | Std. Err. | t | P> t | [95% Conf. Interval] | |
|----------------------|-----------|-----------|--------|-------|----------------------|-----------|
| Incrstunflvr338price | .0240419 | .0046268 | 5.20 | 0.000 | .0149002 | .0331836 |
| Incoolmint338price | -2.086373 | .1451558 | -14.37 | 0.000 | -2.373172 | -1.799574 |
| ln_L_1_500_Price | .554658 | .0888291 | 6.24 | 0.000 | .3791496 | .7301665 |
| Incoolmint507price | 1.778494 | .1348751 | 13.19 | 0.000 | 1.512008 | 2.04498 |
| _cons | 8.643833 | .4403843 | 19.63 | 0.000 | 7.773722 | 9.513943 |

Fuente: elaboración propia, STATA

Grafico 4.16: Grafico de residuales modelo log



Fuente: elaboración propia, STATA

*c- [Independencia de los residuos:](#)

El test de Durbin Watson da un resultado de 1.9659, lo cual al ser tan próximo a 2 indica que no hay autocorrelación en los residuos para el modelo

```
. tset Time
      time variable: Time, 1 to 156
      delta: 1 unit

. estat dwatson

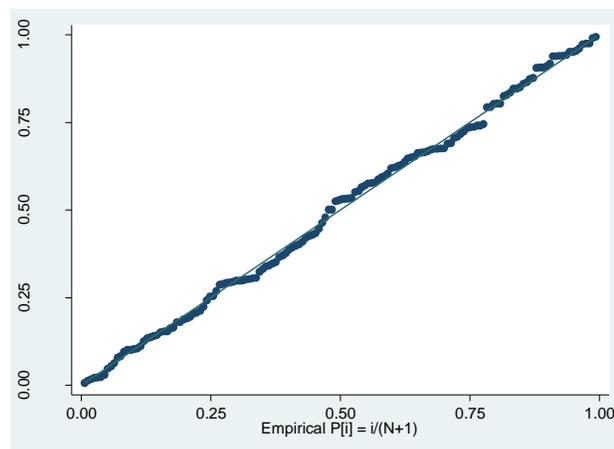
Durbin-Watson d-statistic( 5, 156) = 1.965987
```

Fuente: elaboración propia, STATA

*d- [Normalidad de los residuos:](#)

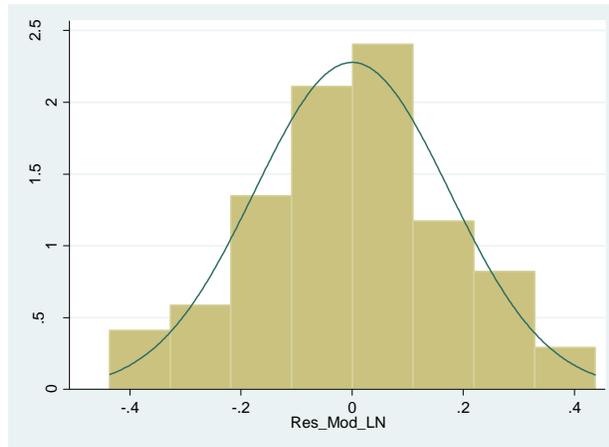
Tanto los gráficos 4.17 de probabilidad normal, el 4.18 de histograma y los tests de normalidad concluyen que los residuos del modelo de logaritmos siguen una distribución normal.

Grafico 4.17: Grafico de probabilidad normal modelo log



Fuente: elaboración propia, STATA

Grafico 4.18: Histograma de residuales modelo log



Fuente: elaboración propia, STATA

. sktest Res_Mod_LN

| Skewness/Kurtosis tests for Normality | | | | | |
|---------------------------------------|-----|---------------|---------------|--------------|-----------------|
| Variable | Obs | Pr (Skewness) | Pr (Kurtosis) | adj chi2 (2) | joint Prob>chi2 |
| Res_Mod_LN | 156 | 0.9679 | 0.5162 | 0.43 | 0.8076 |

. swilk Res_Mod_LN

| Shapiro-Wilk W test for normal data | | | | | |
|-------------------------------------|-----|---------|-------|--------|---------|
| Variable | Obs | W | V | z | Prob>z |
| Res_Mod_LN | 156 | 0.99497 | 0.605 | -1.140 | 0.87283 |

Fuente: elaboración propia, STATA

***e- [No colinealidad entre las variables:](#)**

Ninguna de las variables presenta un vif entre 5 y 10, por lo tanto, no hay colinealidad en el modelo.

```
. estat vif
```

| Variable | VIF | 1/VIF |
|---------------|-------------|-----------------|
| ln_L_1_500~e | 1.08 | 0.922825 |
| lncoo~7price | 1.06 | 0.947567 |
| lncrestunfl.. | 1.05 | 0.951991 |
| lncoo~8price | 1.03 | 0.971912 |
| Mean VIF | 1.05 | |

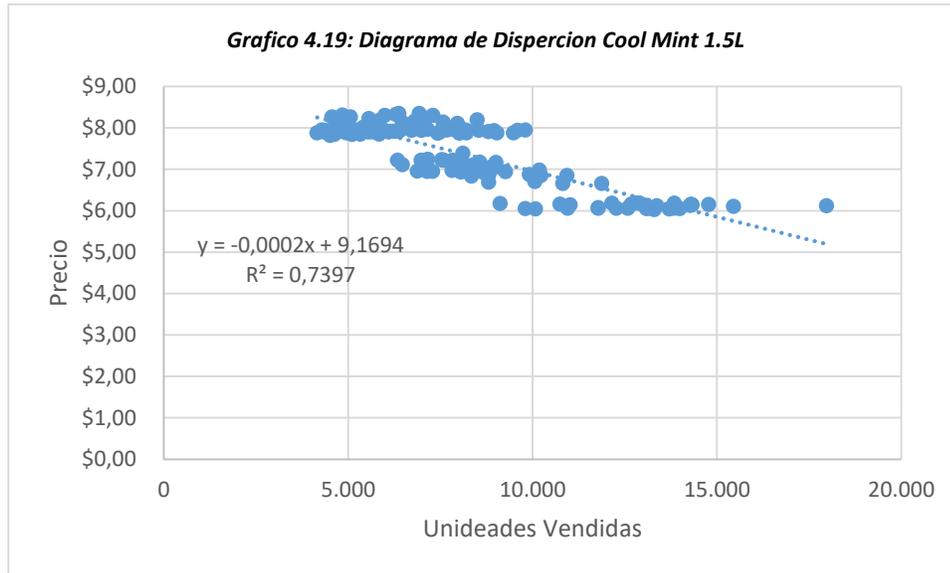
Fuente: elaboración propia, STATA

El modelo para Listerine Cool Mint 1Litro cumple con todos los supuestos de la regresión lineal múltiple.

$\ln \text{ unidades} = 8.643833 - 2.086373 \ln \text{ Precio Cool Mint 1L} + 0.554658 \ln \text{ Precio Cool Mint 500ml} + 1.778494 \ln \text{ Precio Cool Mint 1.5L} + 0.0240419 \ln \text{ Precio Crest Unflavored 1L}$

3- LISTERINE COOL MINT 1.5 LITROS:

Al igual que las otras regresiones comienza agregando las variables más relevantes, que son el precio del producto (gráfico 4.19) y luego se agregan de a una el resto, probando una por una si contribuyen positivamente al modelo.



Fuente: elaboración propia, EXCEL

Luego de agregar variable por variable el mejor modelo que se pudo encontrar es:

| Source | SS | df | MS | | | |
|----------|-------------------|------------|-------------------|-----------------|---------------|--|
| Model | 1.2050e+09 | 5 | 240996612 | Number of obs = | 156 | |
| Residual | 183170814 | 150 | 1221138.76 | F(5, 150) = | 197.35 | |
| Total | 1.3882e+09 | 155 | 8955831.44 | Prob > F = | 0.0000 | |
| | | | | R-squared = | 0.8680 | |
| | | | | Adj R-squared = | 0.8636 | |
| | | | | Root MSE = | 1105.1 | |

| Units | Coef. | Std. Err. | t | P> t | [95% Conf. Interval] | |
|-----------------|------------------|-----------------|---------------|--------------|----------------------|------------------|
| L_1_1500_Price | -3449.198 | 146.2268 | -23.59 | 0.000 | -3738.128 | -3160.268 |
| L_1_1000_Price | 1346.31 | 167.7576 | 8.03 | 0.000 | 1014.837 | 1677.783 |
| L_1_500_Price | 843.493 | 137.7046 | 6.13 | 0.000 | 571.4017 | 1115.584 |
| L_6_1500_Price | 479.6794 | 129.2353 | 3.71 | 0.000 | 224.3227 | 735.0362 |
| PL_1_1000_Price | 387.8574 | 139.7719 | 2.77 | 0.006 | 111.6814 | 664.0334 |
| _cons | 15911.53 | 1640.303 | 9.70 | 0.000 | 12670.45 | 19152.61 |

Fuente: elaboración propia, STATA

Nuevamente las variables más influyentes son el precio del producto y los precios de sus otros tamaños. Ningún feature ni display agregaban al modelo, la mayoría eran estadísticamente no significativos, y los que eran significativos tenían un signo opuesto al que se esperaba que tengan. El modelo logro encontrar 2 productos

distintos al analizado como competidores, Listerine Ultra Clean Artic Mint 1.5 Litros y Private Lavel Rem Mint Flavored 1 Litro.

Todas las variables son significativas, y se obtuvo un buen R^2 ajustado de 0.8636, ahora se procederá a probar los supuestos, para determinar si el modelo es válido:

***a- Linealidad:**

Un r de 0.9316 nos indica un alto grado de linealidad, sumado a la significancia de todas las variables y los gráficos de dispersión analizados.

***b- Varianza constante de los residuos:**

El test de Breusch Pagan / Cook Weisberg rechaza la hipótesis nula de varianza constante, pero el test de White no rechaza la hipótesis nula de homocedasticidad.

```
. estat hettest

Breusch-Pagan / Cook-Weisberg test for heteroskedasticity
Ho: Constant variance
Variables: fitted values of Units

      chi2(1)      =    14.44
      Prob > chi2  =    0.0001

. imtest, white

White's test for Ho: homoskedasticity
against Ha: unrestricted heteroskedasticity

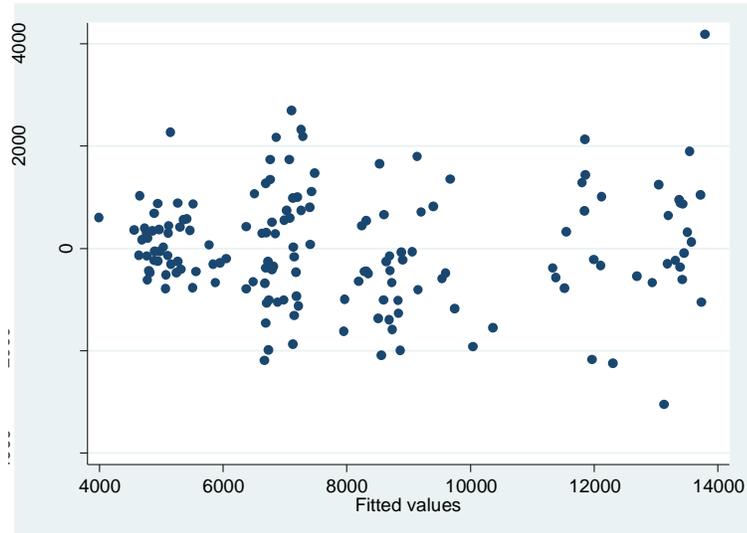
      chi2(20)     =    20.91
      Prob > chi2  =    0.4023

Cameron & Trivedi's decomposition of IM-test
```

| Source | chi2 | df | p |
|--------------------|-------|----|--------|
| Heteroskedasticity | 20.91 | 20 | 0.4023 |
| Skewness | 6.75 | 5 | 0.2397 |
| Kurtosis | 1.17 | 1 | 0.2790 |
| Total | 28.84 | 26 | 0.3186 |

Fuente: elaboración propia, STATA

Grafico 4.20: Grafico de residuales



Fuente: elaboración propia, STATA

El grafico 4.20 de residuales no muestra que haya una heteroscedasticidad muy marcada o alguna en general.

De cualquier forma, si aplicamos los errores de White en el modelo, todas las variables se mantienen significativas, por lo cual, respecto de este supuesto, no hay nada de qué preocuparse.

Linear regression

Number of obs = 156
 F(5, 150) = 176.92
 Prob > F = 0.0000
 R-squared = 0.8680
 Root MSE = 1105.1

| Units | Coef. | Robust Std. Err. | t | P> t | [95% Conf. Interval] | |
|-----------------|-----------|------------------|--------|-------|----------------------|-----------|
| L_1_1500_Price | -3449.198 | 178.9847 | -19.27 | 0.000 | -3802.855 | -3095.541 |
| L_1_1000_Price | 1346.31 | 145.2805 | 9.27 | 0.000 | 1059.249 | 1633.37 |
| L_1_500_Price | 843.493 | 103.3 | 8.17 | 0.000 | 639.382 | 1047.604 |
| L_6_1500_Price | 479.6794 | 152.7593 | 3.14 | 0.002 | 177.8415 | 781.5173 |
| PL_1_1000_Price | 387.8574 | 155.3025 | 2.50 | 0.014 | 80.99436 | 694.7204 |
| _cons | 15911.53 | 1573.811 | 10.11 | 0.000 | 12801.83 | 19021.23 |

Fuente: elaboración propia, STATA

*c- [Independencia de los residuos:](#)

En este modelo si pareciera haber un leve problema de autocorrelación ya que el test de Durbin Watson es inconcluso:

```
. tset Time
      time variable:  Time, 1 to 156
      delta: 1 unit

. estat dwatson

Durbin-Watson d-statistic( 6, 156) = 1.410711
```

Fuente: elaboración propia, STATA

Por lo cual se procederá a aplicar el método de errores de Newey – West así corrigiendo la autocorrelación del modelo, afectando los errores estándar, y por lo tanto los tests.

```
. newey Units L_1_1500_Price L_1_1000_Price L_1_500_Price L_6_1500_Price PL_1_1000_Price, lag(0)

Regression with Newey-West standard errors      Number of obs =      156
maximum lag: 0                                F( 5, 150) =      176.92
                                                Prob > F      =      0.0000
```

| Units | Newey-West | | t | P> t | [95% Conf. Interval] | |
|-----------------|------------|-----------|--------|-------|----------------------|-----------|
| | Coef. | Std. Err. | | | | |
| L_1_1500_Price | -3449.198 | 178.9847 | -19.27 | 0.000 | -3802.855 | -3095.541 |
| L_1_1000_Price | 1346.31 | 145.2805 | 9.27 | 0.000 | 1059.249 | 1633.37 |
| L_1_500_Price | 843.493 | 103.3 | 8.17 | 0.000 | 639.382 | 1047.604 |
| L_6_1500_Price | 479.6794 | 152.7593 | 3.14 | 0.002 | 177.8415 | 781.5173 |
| PL_1_1000_Price | 387.8574 | 155.3025 | 2.50 | 0.014 | 80.99436 | 694.7204 |
| _cons | 15911.53 | 1573.811 | 10.11 | 0.000 | 12801.83 | 19021.23 |

Fuente: elaboración propia, STATA

Como se puede observar, todas las variables siguen siendo estadísticamente significativas, por lo tanto, se considera el problema de autocorrelación resuelto.

*d- Normalidad de los residuos:

Primero los tests, se encuentran divididos, el primero indica que no hay normalidad (skewness/kurtosis), el segundo indica que hay normalidad (shapiro – wilk), y el ultimo indica que no hay normalidad, pero por muy poco (shapiro – Francia).

. **sktest Residuales**

| Skewness/Kurtosis tests for Normality | | | | | |
|---------------------------------------|-----|---------------|---------------|--------------|-----------------|
| Variable | Obs | Pr (Skewness) | Pr (Kurtosis) | adj chi2 (2) | joint Prob>chi2 |
| Residuales | 156 | 0.0809 | 0.0319 | 7.12 | 0.0284 |

. **swilk Residuales**

| Shapiro-Wilk W test for normal data | | | | | |
|-------------------------------------|-----|---------|-------|-------|---------|
| Variable | Obs | W | V | z | Prob>z |
| Residuales | 156 | 0.98565 | 1.727 | 1.241 | 0.10729 |

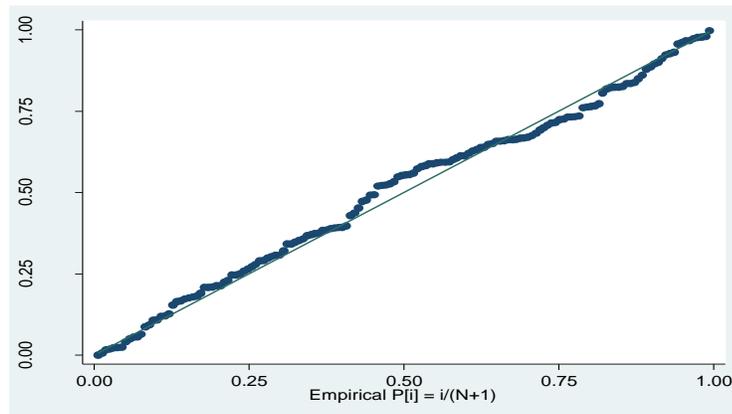
. **sfrancia Residuales**

| Shapiro-Francia W' test for normal data | | | | | |
|---|-----|---------|-------|-------|---------|
| Variable | Obs | W' | V' | z | Prob>z |
| Residuales | 156 | 0.98240 | 2.321 | 1.713 | 0.04337 |

Fuente: elaboración propia, STATA

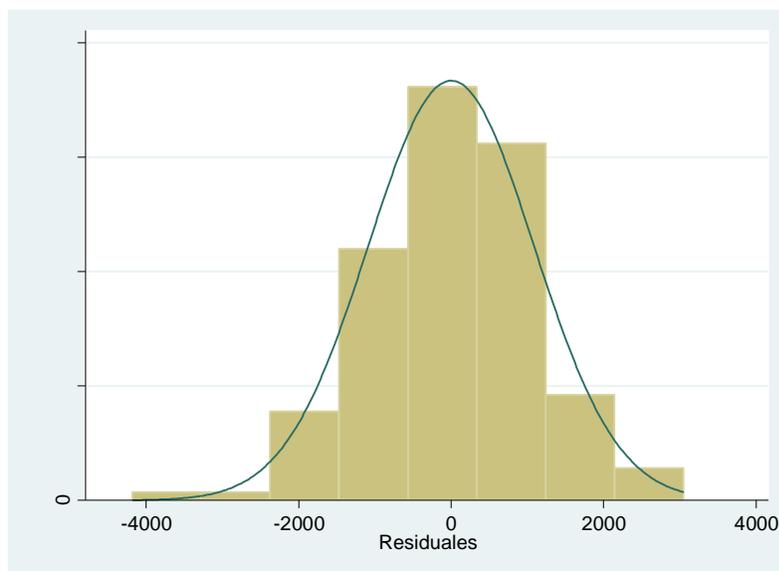
Observando los gráficos 4.21 de probabilidad normal y el 4.22 de histograma pareciera indicar que si hay normalidad.

Gráfico 4.21: Grafico de probabilidad normal



Fuente: elaboración propia, STATA

Gráfico 4.22: Histograma de residuales



Fuente: elaboración propia, STATA

Por lo tanto, considerando que uno de los test indica normalidad, sumado a los gráficos de probabilidad normal e histograma, más la teoría central del límite, se puede concluir que los residuos tienen una distribución normal, por lo tanto, el modelo cumple el supuesto.

*e- [No colinealidad entre las variables:](#)

Ninguna de las variables obtuvo un valor de VIF entre 5 y 10, por lo tanto, se considera que no hay multicolinealidad en el modelo.

```
. estat vif
```

| Variable | VIF | 1/VIF |
|--------------|-------------|-----------------|
| L_1_1500_P~e | 1.61 | 0.621355 |
| L_6_1500_P~e | 1.53 | 0.651717 |
| L_1_500_Pr~e | 1.07 | 0.936698 |
| PL_1_1000_~e | 1.06 | 0.945578 |
| L_1_1000_P~e | 1.04 | 0.964038 |
| Mean VIF | 1.26 | |

Fuente: elaboración propia, STATA

Entonces se concluye que el modelo para Listerine Cool Mint de 1.5 Litros cumple con todos los supuestos de la regresión lineal múltiple.

Unidades = 15911.53 - 3449.198 Precio Cool Mint 1.5 L + 1346.31 Precio Cool Mint 1L + 843.493 Precio Cool Mint 500 ml + 479.6794 Listerine Ultra Clean Artic Mint 1.5 L + 387.8574 Private Label Rem Mint Flavored

4- LISTERINE COOL MINT 250 ML:

Comenzamos la construcción del modelo para Cool Mint 250ml con su precio y feat:

| Source | SS | df | MS | | | |
|----------|-----------|-----|------------|-----------------|--------|--|
| Model | 253756055 | 2 | 126878028 | Number of obs = | 156 | |
| Residual | 237661500 | 153 | 1553343.13 | F(2, 153) = | 81.68 | |
| Total | 491417555 | 155 | 3170435.84 | Prob > F = | 0.0000 | |
| | | | | R-squared = | 0.5164 | |
| | | | | Adj R-squared = | 0.5101 | |
| | | | | Root MSE = | 1246.3 | |

| Units | Coef. | Std. Err. | t | P> t | [95% Conf. Interval] | |
|---------------|-----------|-----------|-------|-------|----------------------|-----------|
| L_1_250_Price | -5314.863 | 597.1382 | -8.90 | 0.000 | -6494.564 | -4135.163 |
| L_1_250_Feat | 2357.616 | 279.7329 | 8.43 | 0.000 | 1804.978 | 2910.253 |
| _cons | 32062.29 | 2409.305 | 13.31 | 0.000 | 27302.49 | 36822.09 |

Fuente: elaboración propia, STATA

Para esta medida de 250 ml se llegó a 3 posibles modelos después de correr cientos de regresiones con diversas combinaciones de variables en busca de la mejor. Los 3 son similares en cuanto a sus R^2 , errores estándar y variables.

El primer modelo que se puede observar identifica como competidor de una marca diferente a Biotene Unflavored de 250 ml, y 3 distintas medidas de Listerine Cool Mint. También utiliza el Feat del producto analizado.

Todas las variables son estadísticamente significativas y con signos coherentes con lo esperado.

| Source | SS | df | MS | | | |
|----------|-----------|-----|------------|-----------------|--------|--|
| Model | 324610793 | 6 | 54101798.8 | Number of obs = | 156 | |
| Residual | 166806762 | 149 | 1119508.47 | F(6, 149) = | 48.33 | |
| Total | 491417555 | 155 | 3170435.84 | Prob > F = | 0.0000 | |
| | | | | R-squared = | 0.6606 | |
| | | | | Adj R-squared = | 0.6469 | |
| | | | | Root MSE = | 1058.1 | |

| Units | Coef. | Std. Err. | t | P> t | [95% Conf. Interval] | |
|-----------------|----------|-----------|--------|-------|----------------------|-----------|
| L_1_250_Price | -8622.64 | 674.9518 | -12.78 | 0.000 | -9956.354 | -7288.927 |
| L_1_250_Feat | 1008.486 | 315.0973 | 3.20 | 0.002 | 385.8491 | 1631.122 |
| L_1_500_Price | 766.3315 | 144.1832 | 5.31 | 0.000 | 481.4235 | 1051.239 |
| L_1_1000_Price | 567.9615 | 179.3263 | 3.17 | 0.002 | 213.6105 | 922.3126 |
| L_1_1500_Price | 545.3148 | 120.7277 | 4.52 | 0.000 | 306.7552 | 783.8744 |
| Bio_1_250_Price | 256.7884 | 47.06394 | 5.46 | 0.000 | 163.7895 | 349.7874 |
| _cons | 34269.76 | 2277.641 | 15.05 | 0.000 | 29769.11 | 38770.4 |

Fuente: elaboración propia, STATA

El segundo modelo es similar al primer, pero agregando un competidor de diferente marca, Colgate Pro Shield Peppermint 500 ml y uno de la misma marca, pero diferentes características, Listerine Ultra Clean Cool Mint 500 ml, y removiendo la medida de Cool Mint de 1 L. al Competidor Colgate como estadísticamente no significativo, pero se mantendrá en el modelo, ya que lo es por un porcentaje muy pequeño, 0.008.

| Source | SS | df | MS | Number of obs = | 156 |
|----------|-----------|-----|------------|-----------------|--------|
| Model | 326251537 | 7 | 46607362.4 | F(7, 148) = | 41.76 |
| Residual | 165166018 | 148 | 1115986.61 | Prob > F = | 0.0000 |
| | | | | R-squared = | 0.6639 |
| | | | | Adj R-squared = | 0.6480 |
| Total | 491417555 | 155 | 3170435.84 | Root MSE = | 1056.4 |

| Units | Coef. | Std. Err. | t | P> t | [95% Conf. Interval] | |
|------------------|-----------|-----------|--------|-------|----------------------|-----------|
| L_1_250_Price | -8060.786 | 615.4069 | -13.10 | 0.000 | -9276.906 | -6844.667 |
| L_1_250_Feat | 1176.583 | 305.1866 | 3.86 | 0.000 | 573.4967 | 1779.669 |
| L_1_500_Price | 535.8658 | 146.9498 | 3.65 | 0.000 | 245.475 | 826.2566 |
| L_1_1500_Price | 491.5959 | 118.8987 | 4.13 | 0.000 | 256.6374 | 726.5544 |
| L_4_500_Price | 487.3883 | 178.7852 | 2.73 | 0.007 | 134.0867 | 840.6898 |
| Bio_1_250_Price | 214.3039 | 45.99321 | 4.66 | 0.000 | 123.4156 | 305.1921 |
| Colg_1_500_Price | 300.573 | 157.3745 | 1.91 | 0.058 | -10.41832 | 611.5642 |
| _cons | 32631.18 | 2357.697 | 13.84 | 0.000 | 27972.08 | 37290.28 |

Fuente: elaboración propia, STATA

El tercer modelo elimina el competidor Biotene y Colgate, pero agrega Orajel Mint 500ml.

| Source | SS | df | MS | Number of obs = | 156 |
|----------|-----------|-----|------------|-----------------|--------|
| Model | 333792127 | 6 | 55632021.2 | F(6, 149) = | 52.59 |
| Residual | 157625428 | 149 | 1057888.78 | Prob > F = | 0.0000 |
| | | | | R-squared = | 0.6792 |
| | | | | Adj R-squared = | 0.6663 |
| Total | 491417555 | 155 | 3170435.84 | Root MSE = | 1028.5 |

| Units | Coef. | Std. Err. | t | P> t | [95% Conf. Interval] | |
|--------------------|-----------|-----------|--------|-------|----------------------|----------|
| L_1_250_Price | -9162.435 | 675.4634 | -13.56 | 0.000 | -10497.16 | -7827.71 |
| L_1_250_Feat | 1279.908 | 273.9248 | 4.67 | 0.000 | 738.6294 | 1821.187 |
| L_1_500_Price | 536.2797 | 141.6037 | 3.79 | 0.000 | 256.469 | 816.0904 |
| L_1_1500_Price | 514.8047 | 115.4529 | 4.46 | 0.000 | 286.6681 | 742.9412 |
| L_4_500_Price | 568.0253 | 173.007 | 3.28 | 0.001 | 226.1612 | 909.8894 |
| Orajel_1_500_Price | 1283.067 | 224.7474 | 5.71 | 0.000 | 838.9632 | 1727.171 |
| _cons | 25939.6 | 2139.281 | 12.13 | 0.000 | 21712.35 | 30166.85 |

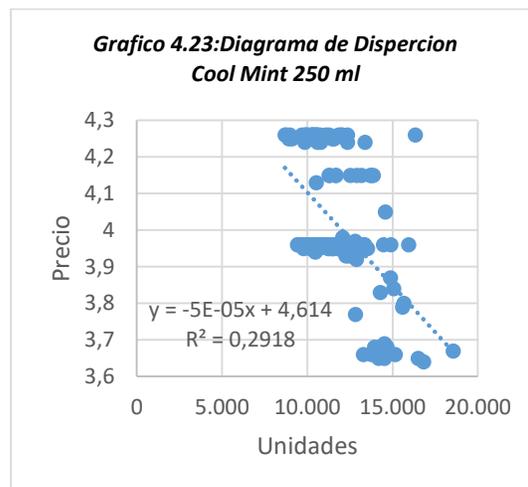
Fuente: elaboración propia, STATA

Los 3 modelos tienen un R^2 muy similar, cualquiera de los 3 generarían un pronóstico muy similar, pero para este trabajo utilizaremos el tercer modelo por tener el R^2 más elevado, 0.6663. Aun así, se destaca, que Biotene es un competidor del producto analizado, en este mercado, ya que figura en los otros 2 modelos.

Se procede a analizar los supuestos de regresión lineal múltiple en el 3er modelo:

***a- Linealidad:**

El modelo presenta un coeficiente R de 0.8241 indicando un buen grado de linealidad, todas las variables son estadísticamente significativas, y el gráfico 4.23 de dispersión muestran linealidad.



Fuente: elaboración propia, EXCEL

***b- Varianza constante en los residuos:**

Ambos tests no rechazan la hipótesis nula de homocedasticidad. El grafico 4.24 de residuales no muestra que haya heteroscedasticidad por lo cual se prueba el supuesto de varianza constante.

```
. estat hettest
```

```
Breusch-Pagan / Cook-Weisberg test for heteroskedasticity
```

```
Ho: Constant variance
```

```
Variables: fitted values of Units
```

```
chi2(1) = 2.84
```

```
Prob > chi2 = 0.0921
```

```
. imtest, white
```

```
White's test for Ho: homoskedasticity
```

```
against Ha: unrestricted heteroskedasticity
```

```
chi2(27) = 36.59
```

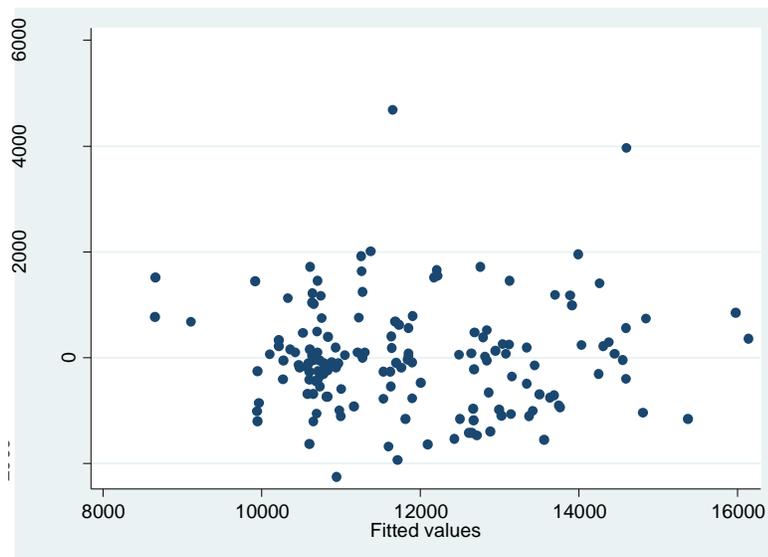
```
Prob > chi2 = 0.1030
```

```
Cameron & Trivedi's decomposition of IM-test
```

| Source | chi2 | df | p |
|--------------------|-------|----|--------|
| Heteroskedasticity | 36.59 | 27 | 0.1030 |
| Skewness | 5.58 | 6 | 0.4714 |
| Kurtosis | 1.67 | 1 | 0.1962 |
| Total | 43.84 | 34 | 0.1202 |

Fuente: elaboración propia, STATA

Grafico 4.24: Grafico de residuales



Fuente: elaboración propia, STATA

*c- [Independencia de los residuos:](#)

El test de Durbin Watson no asegura que no hay autocorrelación, pero tampoco indica que haya, de todas formas, utilizaremos el método de errores de Newey – West.

```
. tsset Time
      time variable: Time, 1 to 156
             delta: 1 unit

. estat dwatson

Durbin-Watson d-statistic( 7, 156) = 1.502427
```

Fuente: elaboración propia, STATA

```
. tsset Time, weekly
      time variable: Time, 1960w2 to 1963w1
             delta: 1 week

. newey Units L_1_250_Price L_1_250_Feat L_1_500_Price L_1_1500_Price L_4_500_Price Orajel_1_500_Price, lag(0)

Regression with Newey-West standard errors      Number of obs =      156
maximum lag: 0                                F( 6, 149) =      52.91
                                                Prob > F      =      0.0000
```

| Units | Newey-West | | t | P> t | [95% Conf. Interval] | |
|--------------------|------------|-----------|--------|-------|----------------------|----------|
| | Coef. | Std. Err. | | | | |
| L_1_250_Price | -9162.435 | 678.4592 | -13.50 | 0.000 | -10503.08 | -7821.79 |
| L_1_250_Feat | 1279.908 | 255.257 | 5.01 | 0.000 | 775.5172 | 1784.3 |
| L_1_500_Price | 536.2797 | 126.1086 | 4.25 | 0.000 | 287.0874 | 785.4721 |
| L_1_1500_Price | 514.8047 | 98.52677 | 5.23 | 0.000 | 320.1145 | 709.4948 |
| L_4_500_Price | 568.0253 | 165.6876 | 3.43 | 0.001 | 240.6244 | 895.4261 |
| Orajel_1_500_Price | 1283.067 | 215.3651 | 5.96 | 0.000 | 857.5026 | 1708.631 |
| _cons | 25939.6 | 2464.948 | 10.52 | 0.000 | 21068.83 | 30810.37 |

Fuente: elaboración propia, STATA

Todos los coeficientes siguen siendo estadísticamente significativos después de aplicar los errores estándar de Newey-West para corregir la posible autocorrelación.

*d- [Normalidad de los residuos:](#)

Lo primero que observamos es que los tests indican que no hay normalidad en los residuos.

. **sktest** Residuales

| Skewness/Kurtosis tests for Normality | | | | | |
|---------------------------------------|-----|---------------|---------------|--------------|-----------------|
| Variable | Obs | Pr (Skewness) | Pr (Kurtosis) | adj chi2 (2) | joint Prob>chi2 |
| Residuales | 156 | 0.0000 | 0.0000 | 29.70 | 0.0000 |

. **swilk** Residuales

| Shapiro-Wilk W test for normal data | | | | | |
|-------------------------------------|-----|---------|-------|-------|---------|
| Variable | Obs | W | V | z | Prob>z |
| Residuales | 156 | 0.94374 | 6.770 | 4.345 | 0.00001 |

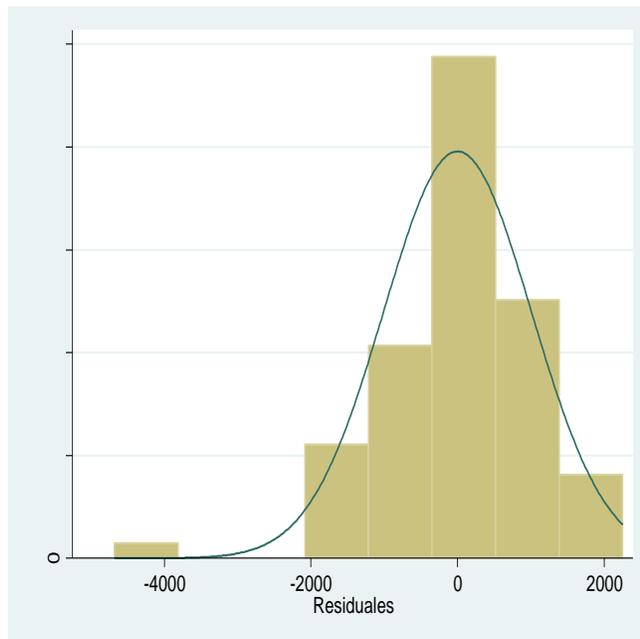
. **sfrancia** Residuales

| Shapiro-Francia W' test for normal data | | | | | |
|---|-----|---------|-------|-------|---------|
| Variable | Obs | W' | V' | z | Prob>z |
| Residuales | 156 | 0.93904 | 8.038 | 4.240 | 0.00001 |

Fuente: elaboración propia, STATA

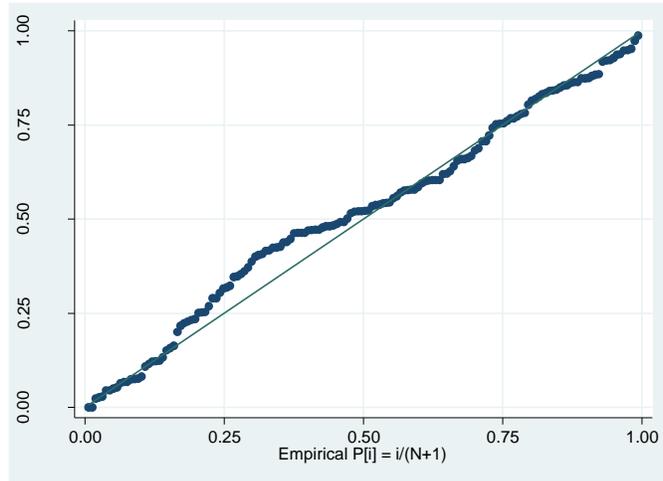
Los gráficos 4.25 de histograma y 4.26 de probabilidad normal se comportan de forma aproximada a una normal.

Grafico 4.25: Histograma de residuales



Fuente: elaboración propia, STATA

Grafico 4.26: Grafico de probabilidad normal



Fuente: elaboración propia, STATA

Considerando que los gráficos si muestran un comportamiento aproximadamente normal, sumado a la teoría central del límite en la cual se considera que 156 datos es una muestra grande, se determina de que el supuesto de normalidad en los residuos se cumple para este modelo.

*e- No colinealidad entre las variables:

Ninguna de las variables presenta un valor VIF entre 5 y 10, por lo tanto, no hay colinealidad en el modelo.

```
. estat vif
```

| Variable | VIF | 1/VIF |
|--------------|-------------|-----------------|
| L_1_250_Pr~e | 1.89 | 0.528818 |
| Orajel_1_5~e | 1.82 | 0.549325 |
| L_1_250_Feat | 1.42 | 0.705642 |
| L_4_500_Pr~e | 1.34 | 0.746710 |
| L_1_500_Pr~e | 1.30 | 0.767402 |
| L_1_1500_P~e | 1.16 | 0.863492 |
| Mean VIF | 1.49 | |

Fuente: elaboración propia, STATA

El modelo para Cool Mint 250ml cumple con todos los supuestos de regresión lineal múltiple.

Unidades= 25939.6 – 9162.435 Precio Cool Mint 250ml + 1279.908 Feature Cool Mint 250ml + 536.2797 Precio Cool Mint 500ml + 514.8047 Precio Cool Mint 1.5L + 568.0253 Precio Listerine Ultra Clean Cool Mint 500ml + 1283.067 Precio Orajel Mint 500ml

5- LISTERINE COOL MINT 95 ML:

Al igual que las anteriores regresiones, comenzamos el modelo agregando las dos variables más importantes, el respectivo precio y feat.

. regress Units L_1_95_Price

| Source | SS | df | MS | Number of obs = | 156 |
|----------|-------------------|------------|-------------------|-----------------|---------------|
| Model | 78079122.7 | 1 | 78079122.7 | F(1, 154) = | 125.61 |
| Residual | 95728380.4 | 154 | 621612.86 | Prob > F = | 0.0000 |
| Total | 173807503 | 155 | 1121338.73 | R-squared = | 0.4492 |
| | | | | Adj R-squared = | 0.4457 |
| | | | | Root MSE = | 788.42 |

| Units | Coef. | Std. Err. | t | P> t | [95% Conf. Interval] |
|--------------|------------------|-----------------|---------------|--------------|----------------------------|
| L_1_95_Price | -4394.162 | 392.0745 | -11.21 | 0.000 | -5168.701 -3619.624 |
| _cons | 19879.9 | 1045.078 | 19.02 | 0.000 | 17815.36 21944.44 |

. regress Units L_1_95_Feat L_1_95_Price

| Source | SS | df | MS | Number of obs = | 156 |
|----------|-------------------|------------|-------------------|-----------------|---------------|
| Model | 88996955 | 2 | 44498477.5 | F(2, 153) = | 80.28 |
| Residual | 84810548.2 | 153 | 554317.308 | Prob > F = | 0.0000 |
| Total | 173807503 | 155 | 1121338.73 | R-squared = | 0.5120 |
| | | | | Adj R-squared = | 0.5057 |
| | | | | Root MSE = | 744.52 |

| Units | Coef. | Std. Err. | t | P> t | [95% Conf. Interval] |
|--------------|------------------|-----------------|---------------|--------------|----------------------------|
| L_1_95_Feat | 959.9697 | 216.306 | 4.44 | 0.000 | 532.6377 1387.302 |
| L_1_95_Price | -4723.444 | 377.605 | -12.51 | 0.000 | -5469.437 -3977.451 |
| _cons | 20397.49 | 993.7551 | 20.53 | 0.000 | 18434.23 22360.74 |

Fuente: elaboración propia, STATA

En esta regresión se tuvo muchos problemas encontrando otras variables, a diferencia de las regresiones anteriores, en esta los precios de las otras medidas del producto, no son significativas.

Al analizar los competidores se probó mayormente con los de su misma medida (95ml), y con los de la siguiente (250ml), el cual solo hay 2. De los 4 competidores que hay con medidas de 95ml, 3 son significativos, pero cuando se los combina entre ellos, o con el feat de Cool Mint 95ml pierden la significancia.

| Source | SS | df | MS | | | |
|----------|------------|-----|------------|-----------------|--------|--|
| Model | 91282547.4 | 3 | 30427515.8 | Number of obs = | 156 | |
| Residual | 82524955.8 | 152 | 542927.341 | F(3, 152) = | 56.04 | |
| | | | | Prob > F = | 0.0000 | |
| | | | | R-squared = | 0.5252 | |
| | | | | Adj R-squared = | 0.5158 | |
| Total | 173807503 | 155 | 1121338.73 | Root MSE = | 736.84 | |

| Units | Coef. | Std. Err. | t | P> t | [95% Conf. Interval] | |
|--------------|-----------|-----------|-------|-------|----------------------|-----------|
| L_1_95_Price | -6236.194 | 826.5912 | -7.54 | 0.000 | -7869.286 | -4603.103 |
| L_1_95_Feat | 799.4998 | 227.9118 | 3.51 | 0.001 | 349.2159 | 1249.784 |
| L_5_95_Price | 1938.309 | 944.7014 | 2.05 | 0.042 | 71.86853 | 3804.75 |
| _cons | 19323.66 | 1114.077 | 17.35 | 0.000 | 17122.59 | 21524.74 |

. regress Units L_1_95_Price L_1_95_Feat PL_1_95_Price

| Source | SS | df | MS | | | |
|----------|------------|-----|------------|-----------------|--------|--|
| Model | 92771062.9 | 3 | 30923687.6 | Number of obs = | 156 | |
| Residual | 81036440.3 | 152 | 533134.475 | F(3, 152) = | 58.00 | |
| | | | | Prob > F = | 0.0000 | |
| | | | | R-squared = | 0.5338 | |
| | | | | Adj R-squared = | 0.5246 | |
| Total | 173807503 | 155 | 1121338.73 | Root MSE = | 730.16 | |

| Units | Coef. | Std. Err. | t | P> t | [95% Conf. Interval] | |
|---------------|-----------|-----------|-------|-------|----------------------|-----------|
| L_1_95_Price | -6110.644 | 639.5065 | -9.56 | 0.000 | -7374.113 | -4847.175 |
| L_1_95_Feat | 769.4017 | 223.8981 | 3.44 | 0.001 | 327.0476 | 1211.756 |
| PL_1_95_Price | 1625.874 | 611.08 | 2.66 | 0.009 | 418.5668 | 2833.181 |
| _cons | 20725.67 | 982.3571 | 21.10 | 0.000 | 18784.83 | 22666.51 |

Fuente: elaboración propia, STATA

Como competidor se utilizará Private Level Rem Mint Flavored 95ml, por ser el que mejor resultado arroja, y es más compatible con las otras variables.

La última variable que puede mejorar el modelo es el Feature de Cool Mint 250ml.

```
. regress Units L_1_95_Price L_1_95_Feat PL_1_95_Price L_1_250_Feat
```

| Source | SS | df | MS | Number of obs = 156 | | |
|----------|------------|-----|------------|---------------------|--------|--|
| Model | 99270801.5 | 4 | 24817700.4 | F(4, 151) = | 50.28 | |
| Residual | 74536701.7 | 151 | 493620.541 | Prob > F = | 0.0000 | |
| Total | 173807503 | 155 | 1121338.73 | R-squared = | 0.5712 | |
| | | | | Adj R-squared = | 0.5598 | |
| | | | | Root MSE = | 702.58 | |

| Units | Coef. | Std. Err. | t | P> t | [95% Conf. Interval] | |
|---------------|-----------|-----------|-------|-------|----------------------|-----------|
| L_1_95_Price | -5149.592 | 669.9264 | -7.69 | 0.000 | -6473.232 | -3825.952 |
| L_1_95_Feat | 8549.982 | 2154.973 | 3.97 | 0.000 | 4292.188 | 12807.78 |
| PL_1_95_Price | 1188.946 | 600.2005 | 1.98 | 0.049 | 3.070765 | 2374.822 |
| L_1_250_Feat | -6155.363 | 1696.299 | -3.63 | 0.000 | -9506.908 | -2803.818 |
| _cons | 19128.04 | 1042.758 | 18.34 | 0.000 | 17067.76 | 21188.32 |

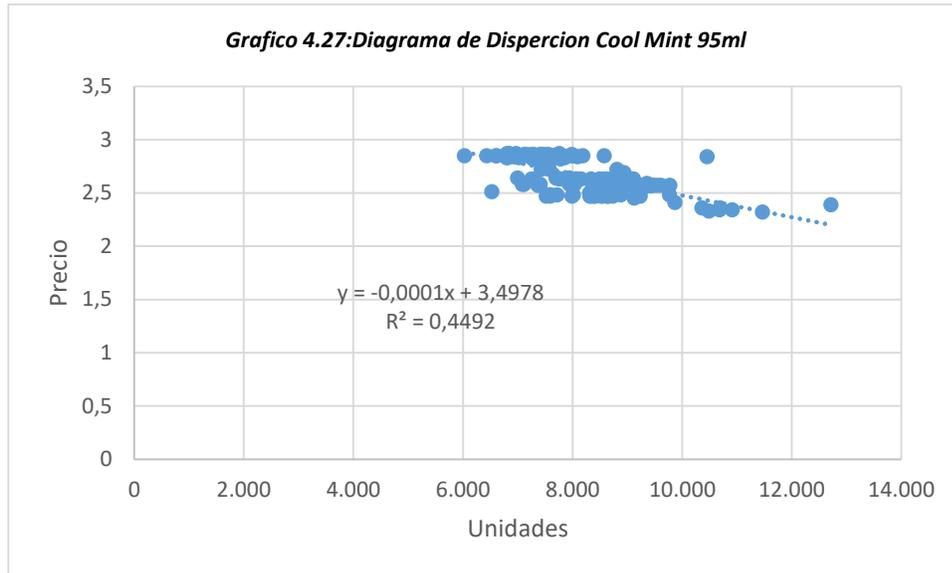
Fuente: elaboración propia, STATA

De todas las regresiones esta es la que menor R^2 obtuvo, pero al menos el error estándar es relativamente bajo.

Se continua a probar los supuestos:

*a- [Linealidad](#):

Un R de 0.7557 nos indica un alto grado de linealidad, sumado a la significancia de todas las variables y el grafico 4.27 de dispersión se da por satisfecho el supuesto.



Fuente: elaboración propia, EXCEL

Si bien, no tiene un R tan grande como las demás regresiones, se puede observar en el gráfico de dispersión, que hay una relación lineal entre el precio y las unidades vendidas.

***b- Varianza constante de los residuos:**

En principio se rechazan las hipótesis nulas de homocedasticidad, pero observando el grafico 4.28 de residuales, la heteroscedasticidad no parece ser muy marcada.

. estat hettest

Breusch-Pagan / Cook-Weisberg test for heteroskedasticity

Ho: Constant variance

Variables: fitted values of Units

chi2 (1) = **11.45**

Prob > chi2 = **0.0007**

Fuente: elaboración propia, STATA

```
. imtest, white
```

```
White's test for Ho: homoskedasticity
    against Ha: unrestricted heteroskedasticity
```

```
chi2(14)    =    33.50
Prob > chi2 =    0.0024
```

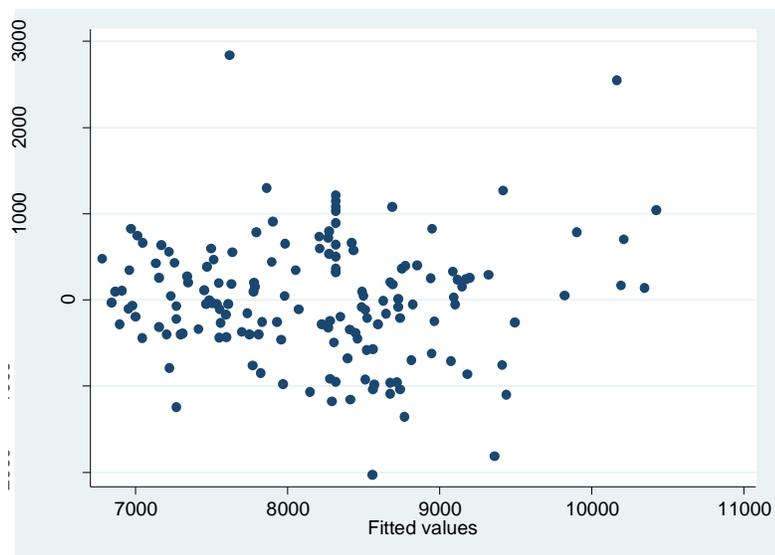
```
Cameron & Trivedi's decomposition of IM-test
```

| Source | chi2 | df | p |
|--------------------|-------|----|--------|
| Heteroskedasticity | 33.50 | 14 | 0.0024 |
| Skewness | 4.63 | 4 | 0.3278 |
| Kurtosis | 2.21 | 1 | 0.1369 |
| Total | 40.34 | 19 | 0.0029 |

Fuente: elaboración propia, STATA

En principio se rechazan las hipótesis nulas de homocedasticidad, pero observando el gráfico de residuales, la heteroscedasticidad no parece ser muy marcada.

Grafico 4.28: Grafico de residuales



Fuente: elaboración propia, STATA

Si aplicamos logaritmos para corregir la leve heterocedasticidad, perderíamos variables en el modelo, al igual que si aplicamos los errores estándar de White, habría que remover el Feature de la medida 250 ml.

Como el método gráfico no muestra que la heterocedasticidad sea muy grande, se decide no tratarla.

*c- [Independencia de los residuos:](#)

El modelo también muestra un problema de autocorrelación

```
. tsset Time
      time variable:  Time, 1960w2 to 1963w1
      delta: 1 week

. estat dwatson

Durbin-Watson d-statistic( 5, 156) = 1.266304
```

Fuente: elaboración propia, STATA

Dado el leve problema de heteroscedasticidad y el de autocorrelación, se procede a modificar el modelo, removiendo la variable Feature de 250ml.

```
. regress Units L_1_95_Price L_1_95_Feat PL_1_95_Price
```

| Source | SS | df | MS | | | |
|----------|------------|-----|------------|-----------------|--------|--|
| Model | 92771062.9 | 3 | 30923687.6 | Number of obs = | 156 | |
| Residual | 81036440.3 | 152 | 533134.475 | F(3, 152) = | 58.00 | |
| Total | 173807503 | 155 | 1121338.73 | Prob > F = | 0.0000 | |
| | | | | R-squared = | 0.5338 | |
| | | | | Adj R-squared = | 0.5246 | |
| | | | | Root MSE = | 730.16 | |

| Units | Coef. | Std. Err. | t | P> t | [95% Conf. Interval] | |
|---------------|-----------|-----------|-------|-------|----------------------|-----------|
| L_1_95_Price | -6110.644 | 639.5065 | -9.56 | 0.000 | -7374.113 | -4847.175 |
| L_1_95_Feat | 769.4017 | 223.8981 | 3.44 | 0.001 | 327.0476 | 1211.756 |
| PL_1_95_Price | 1625.874 | 611.08 | 2.66 | 0.009 | 418.5668 | 2833.181 |
| _cons | 20725.67 | 982.3571 | 21.10 | 0.000 | 18784.83 | 22666.51 |

Fuente: elaboración propia, STATA

Utilizando el procedimiento Cha, que serían los errores de Newey-West, arreglamos tanto la heteroscedasticidad como la autocorrelación para el modelo.

```
. newey Units L_1_95_Price L_1_95_Feat PL_1_95_Price, lag(0)
```

```
Regression with Newey-West standard errors      Number of obs =      156
maximum lag: 0                                F( 3, 152) =      53.58
                                                Prob > F       =      0.0000
```

| Units | Newey-West | | t | P> t | [95% Conf. Interval] | |
|---------------|------------|-----------|-------|-------|----------------------|-----------|
| | Coef. | Std. Err. | | | | |
| L_1_95_Price | -6110.644 | 890.3596 | -6.86 | 0.000 | -7869.722 | -4351.566 |
| L_1_95_Feat | 769.4017 | 236.639 | 3.25 | 0.001 | 301.8755 | 1236.928 |
| PL_1_95_Price | 1625.874 | 743.1321 | 2.19 | 0.030 | 157.6723 | 3094.076 |
| _cons | 20725.67 | 1126.544 | 18.40 | 0.000 | 18499.97 | 22951.38 |

Fuente: elaboración propia, STATA

*d- [Normalidad de los residuos:](#)

Los tests indican que no se puede asegurar de que haya normalidad en los residuos.

```
Skewness/Kurtosis tests for Normality
```

| Variable | Obs | Pr(Skewness) | Pr(Kurtosis) | adj chi2(2) | joint Prob>chi2 |
|-----------|-----|--------------|--------------|-------------|-----------------|
| residuals | 156 | 0.0103 | 0.0007 | 15.00 | 0.0006 |

```
. swilk residuals
```

```
Shapiro-Wilk W test for normal data
```

| Variable | Obs | W | V | z | Prob>z |
|-----------|-----|---------|-------|-------|---------|
| residuals | 156 | 0.97009 | 3.600 | 2.910 | 0.00181 |

```
. sfrancia residuals
```

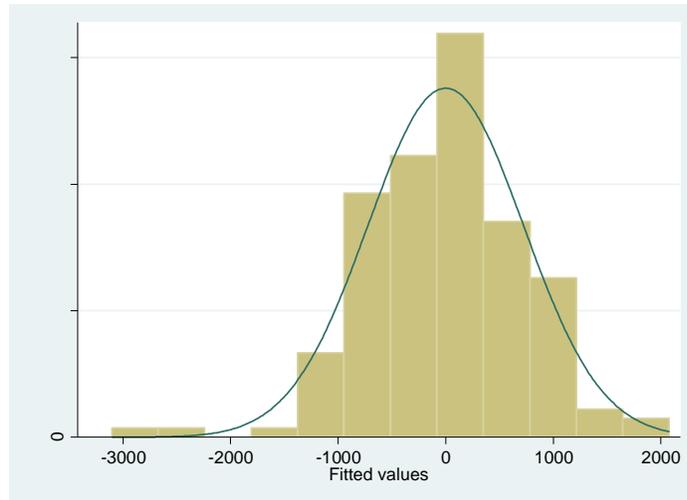
```
Shapiro-Francia W' test for normal data
```

| Variable | Obs | W' | V' | z | Prob>z |
|-----------|-----|---------|-------|-------|---------|
| residuals | 156 | 0.96472 | 4.652 | 3.128 | 0.00088 |

Fuente: elaboración propia, STATA

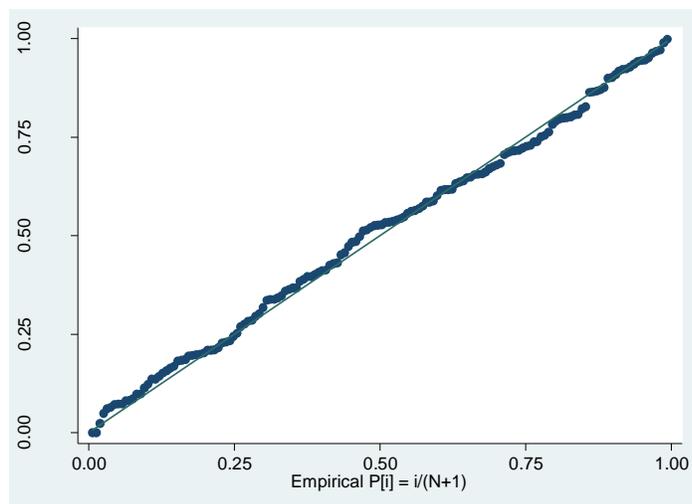
Los gráficos 4.29 de histograma y 4.30 de probabilidad normal parecerían indicar que los residuos se comportan como una distribución normal.

Gráfico 4.29: Histograma de residuales



Fuente: elaboración propia, STATA

Gráfico 4.30 Gráfico de probabilidad normal



Fuente: elaboración propia, STATA

Considerando la teoría general del límite, en la cual 156 se considera una muestra grande y los gráficos, se determina que se cumple el supuesto de normalidad.

*e- No colinealidad entre las variables:

Ninguna de las variables presenta un valor VIF entre 5 y 10, por lo tanto, no hay colinealidad en el modelo.

. estat vif

| Variable | VIF | 1/VIF |
|--------------|-------------|-----------------|
| PL_1_95_Pr~e | 3.37 | 0.296324 |
| L_1_95_Price | 3.10 | 0.322377 |
| L_1_95_Feat | 1.16 | 0.863008 |
| Mean VIF | 2.55 | |

Fuente: elaboración propia, STATA

El modelo si bien tiene un R^2 menor al de las demás regresiones, es la mejor que se pudo conseguir dados los datos, el error estándar es relativamente bajo, y cumple con todos los supuestos de regresión lineal múltiple.

Unidades Cool Mint 95ml = 20725.67 – 6110.644 Precio Cool Mint 95ml + 769.4017Feature Cool Mint 95ml + 1625.874Private Label Rem Mint 95ml

6- PRONOSTICOS:

Ahora que contamos con las regresiones para todas las medidas de Listerine Cool Mint en el mercado de CVS. Se procede a realizar la pronosticación las ventas para lo que queda del año y el año siguiente

Listerine Cool Mint 95ml:

Precio de 2017 es muy similar al de 2016 con un aumento promedio de 2 centavos. Para el resto de 2017 se mantiene. Para 2018 se incrementan 5 centavos en cada semana.

Feature de 2017 es en promedio un 1% menor al de 2016. Para las semanas restantes de 2017 se mantiene el porcentaje. Para 2018 se mantiene el mismo porcentaje promedio que en 2017.

Listerine Cool Mint 250ml:

Precio de 2017 es un 5.1% mayor en promedio a 2016. Para las semanas restantes de 2017 se mantiene el mismo porcentaje. Para 2018 se incrementan 2 centavos a cada semana.

Feature de 2017 es un 2% inferior en promedio a 2016. Para semanas restantes de 2017 se mantiene el porcentaje. Para 2018 se reduce en 1% promedio.

Listerine Cool Mint 500 ml:

Los precios subieron en promedio 5% en lo que va del año 2017, se sube un 5% los de 2016 para sacar el pronóstico de precios de las semanas que quedan de 2017. Para 2018 se usan los precios de 2017 sumados 1 centavo.

Feature promedio de 2017 es un 0.004 inferior a 2016, lo cual es tan chico que no genera un cambio, se ve que la política de feature se mantiene constante, por lo tanto, se utilizaran para el restante de 2017 y 2018 los mismos valores ya observados en cada semana.

Listerine Cool Mint 1 Litro:

Los precios de 2017 incrementaron en promedio un 5% con respecto a 2016. Se toma para las semanas restantes de 2017 el precio de 2016 con un 5% de incremento, y 1 centavo de incremento para 2018.

Listerine Cool Mint 1,5 Litros:

Los precios de 2017 aumentaron en promedio un 4,8% con respecto a 2016. Para lo restante de 2017 se mantiene ese porcentaje. Para 2018 se incrementa 1 centavo.

[Listerine Ultra Clean Cool Mint 500ml:](#)

Precio de 2017 es un 1% mayor en promedio a 2016. Para las semanas restantes se mantiene el porcentaje. Para 2018 se incrementa 2 centavos en todas las semanas.

[Listerine Ultra Clean Artic Mint 1.5 Litros:](#)

Precios de 2017 un 0.7% menores en promedio a 2016. Para las semanas restantes de 2017 se mantiene el porcentaje. Para 2018 se suma 1 centavo.

[Colgate Pro Shield Spearmint 500ml:](#)

Precios de 2017 aumentaron en promedio un 5,47% con respecto a 2016, se mantiene el porcentaje para las semanas restantes de 2017. Para 2018 se incrementa 1 centavo

Feature incremento en promedio un 3,47% en 2017 con respecto a 2016, se mantiene el mismo porcentaje para las semanas restantes de 2017. Para 2018 se incrementa en el mismo porcentaje.

[Crest Pro Health Unflavored 1 Litro:](#)

Precios de 2017 un 8,2% menores en promedio a 2016. Precios 2016 5.2% menores en promedio a 2015. Para 2017 se mantiene la reducción de 8,2%. Para 2018 seguimos la tendencia y se redujo un 2% el precio de todas las semanas.

[Private label Rem Mint Flavored 95ml:](#)

Precio de 2017 es en promedio un 11% mayor que en 2016. Para las semanas restantes de 2017 se mantiene el porcentaje. Para 2018 se suma 3 centavos a todas las semanas.

[Private Label CVS Rem Mint Flavored 1 Litro](#)

Precios de 2017 un 10.5% mayores en promedio a 2016. Para las semanas restantes de 2017 se mantiene el porcentaje. Para 2018 suma 2 centavos a cada semana.

Orajel Mint 500ml:

Precio de 2017 es un 3.4% mayor en promedio a 2016. Para las semanas restantes de 2017 se mantiene el porcentaje. Para 2018 5 centavos más cada semana.

A continuación, se presentan tablas (4.1 al 4.7) con los pronósticos de cada producto teniendo en cuenta los modelos obtenidos previamente y los valores determinados para cada producto.

Tabla 4.1: Pronostico Listerine Cool Mint 3.2oz(95ml)

| Cool Mint 3.2 | | | | |
|---------------|------------|----------|-----------|-------------|
| Semana | Precio 3.2 | Feat 3.2 | PL Precio | Pronostico |
| 05-08-17 | \$ 2.84 | 0% | \$ 2.43 | 7322.31486 |
| 12-08-17 | \$ 2.85 | 55% | \$ 2.42 | 7668.120615 |
| 19-08-17 | \$ 2.85 | 52% | \$ 2.42 | 7645.038564 |
| 26-08-17 | \$ 2.85 | 57% | \$ 2.43 | 7699.767389 |
| 02-09-17 | \$ 2.85 | 52% | \$ 2.57 | 7888.919664 |
| 09-09-17 | \$ 2.86 | 0% | \$ 2.60 | 7476.50056 |
| 16-09-17 | \$ 2.86 | 51% | \$ 2.40 | 7543.720627 |
| 23-09-17 | \$ 2.87 | 0% | \$ 2.60 | 7415.39412 |
| 30-09-17 | \$ 2.86 | 58% | \$ 2.45 | 7678.872446 |
| 07-10-17 | \$ 2.86 | 58% | \$ 2.60 | 7922.753546 |
| 14-10-17 | \$ 2.87 | 58% | \$ 2.52 | 7731.577186 |
| 21-10-17 | \$ 2.87 | 57% | \$ 2.42 | 7561.295769 |
| 28-10-17 | \$ 2.87 | 0% | \$ 2.61 | 7431.65286 |
| 04-11-17 | \$ 2.87 | 52% | \$ 2.61 | 7831.741744 |
| 11-11-17 | \$ 2.86 | 51% | \$ 2.60 | 7868.895427 |
| 18-11-17 | \$ 2.87 | 60% | \$ 2.60 | 7877.03514 |
| 25-11-17 | \$ 2.87 | 0% | \$ 2.60 | 7415.39412 |
| 02-12-17 | \$ 2.87 | 51% | \$ 2.62 | 7840.306467 |
| 09-12-17 | \$ 2.87 | 51% | \$ 2.60 | 7807.788987 |
| 16-12-17 | \$ 2.87 | 52% | \$ 2.39 | 7474.049464 |
| 23-12-17 | \$ 2.86 | 61% | \$ 2.35 | 7539.367097 |
| 30-12-17 | \$ 2.87 | 52% | \$ 2.61 | 7831.741744 |
| 06-01-18 | \$ 2.90 | 0% | \$ 2.40 | 6906.9 |
| 13-01-18 | \$ 2.90 | 55% | \$ 2.40 | 7330.070935 |
| 20-01-18 | \$ 2.90 | 0% | \$ 2.21 | 6597.98394 |
| 27-01-18 | \$ 2.90 | 50% | \$ 2.39 | 7275.34211 |
| 03-02-18 | \$ 2.90 | 0% | \$ 2.18 | 6549.20772 |
| 10-02-18 | \$ 2.91 | 57% | \$ 2.42 | 7316.870009 |
| 17-02-18 | \$ 2.91 | 55% | \$ 2.29 | 7090.118355 |
| 24-02-18 | \$ 2.92 | 52% | \$ 2.42 | 7217.293484 |
| 03-03-18 | \$ 2.92 | 52% | \$ 2.24 | 6924.636164 |
| 10-03-18 | \$ 2.92 | 52% | \$ 2.25 | 6940.894904 |
| 17-03-18 | \$ 2.92 | 52% | \$ 2.24 | 6924.636164 |
| 24-03-18 | \$ 2.91 | 0% | \$ 2.43 | 6894.56978 |
| 31-03-18 | \$ 2.91 | 59% | \$ 2.43 | 7348.516783 |
| 07-04-18 | \$ 2.90 | 56% | \$ 2.43 | 7386.541172 |
| 14-04-18 | \$ 2.91 | 52% | \$ 2.44 | 7310.917404 |
| 21-04-18 | \$ 2.91 | 51% | \$ 2.43 | 7286.964647 |
| 28-04-18 | \$ 2.91 | 0% | \$ 2.24 | 6585.65372 |
| 05-05-18 | \$ 2.91 | 58% | \$ 2.29 | 7113.200406 |
| 12-05-18 | \$ 2.91 | 55% | \$ 2.43 | 7317.740715 |
| 19-05-18 | \$ 2.91 | 55% | \$ 2.42 | 7301.481975 |
| 26-05-18 | \$ 2.90 | 61% | \$ 2.41 | 7392.493777 |
| 02-06-18 | \$ 2.90 | 53% | \$ 2.23 | 7038.284321 |
| 09-06-18 | \$ 2.90 | 57% | \$ 2.42 | 7377.976449 |
| 16-06-18 | \$ 2.91 | 55% | \$ 2.42 | 7301.481975 |
| 23-06-18 | \$ 2.90 | 57% | \$ 2.25 | 7101.577869 |
| 30-06-18 | \$ 2.90 | 57% | \$ 2.42 | 7377.976449 |
| 07-07-18 | \$ 2.90 | 58% | \$ 2.26 | 7125.530626 |
| 14-07-18 | \$ 2.90 | 54% | \$ 2.42 | 7354.894398 |
| 21-07-18 | \$ 2.90 | 54% | \$ 2.42 | 7354.894398 |
| 28-07-18 | \$ 2.90 | 55% | \$ 2.23 | 7053.672355 |
| 04-08-18 | \$ 2.89 | 0% | \$ 2.46 | 7065.55888 |
| 11-08-18 | \$ 2.90 | 54% | \$ 2.45 | 7403.670618 |
| 18-08-18 | \$ 2.90 | 51% | \$ 2.45 | 7380.588567 |
| 25-08-18 | \$ 2.90 | 56% | \$ 2.46 | 7435.317392 |
| 01-09-18 | \$ 2.90 | 52% | \$ 2.60 | 7632.163684 |
| 08-09-18 | \$ 2.91 | 0% | \$ 2.63 | 7219.74458 |
| 15-09-18 | \$ 2.91 | 51% | \$ 2.43 | 7286.964647 |
| 22-09-18 | \$ 2.92 | 0% | \$ 2.63 | 7158.63814 |
| 29-09-18 | \$ 2.91 | 58% | \$ 2.48 | 7422.116466 |
| 06-10-18 | \$ 2.91 | 58% | \$ 2.63 | 7665.997566 |
| 13-10-18 | \$ 2.92 | 58% | \$ 2.55 | 7474.821206 |
| 20-10-18 | \$ 2.92 | 56% | \$ 2.45 | 7296.845772 |
| 27-10-18 | \$ 2.92 | 0% | \$ 2.64 | 7174.89688 |
| 03-11-18 | \$ 2.92 | 53% | \$ 2.64 | 7582.679781 |
| 10-11-18 | \$ 2.91 | 52% | \$ 2.63 | 7619.833464 |
| 17-11-18 | \$ 2.92 | 59% | \$ 2.63 | 7612.585143 |
| 24-11-18 | \$ 2.92 | 0% | \$ 2.63 | 7158.63814 |
| 01-12-18 | \$ 2.92 | 54% | \$ 2.65 | 7606.632538 |
| 08-12-18 | \$ 2.92 | 51% | \$ 2.63 | 7551.033007 |
| 15-12-18 | \$ 2.92 | 50% | \$ 2.42 | 7201.90545 |
| 22-12-18 | \$ 2.91 | 64% | \$ 2.38 | 7305.693168 |
| 29-12-18 | \$ 2.92 | 50% | \$ 2.64 | 7559.59773 |

Fuente: Elaboración propia

Tabla 4.2: Pronostico Listerine Cool Mint 8.5oz(250ml)

| Cool Mint 8.5 | | | | | | | | Pronostico |
|---------------|------------|----------|-------------|-------------|-----------|---------------|-------------|------------|
| Semana | Precio 8.5 | feat 8.5 | Precio 16.9 | Precio 50.7 | L4 Precio | Orajel Precio | Precio | |
| 05-08-17 | \$ 4.36 | 0% | \$ 5.24 | \$ 8.33 | \$ 5.20 | \$ 10.49 | 8678.308569 | |
| 12-08-17 | \$ 4.36 | 75% | \$ 5.49 | \$ 8.27 | \$ 6.02 | \$ 10.48 | 10200.36329 | |
| 19-08-17 | \$ 4.36 | 77% | \$ 5.48 | \$ 6.45 | \$ 6.02 | \$ 10.51 | 9504.170107 | |
| 26-08-17 | \$ 4.07 | 73% | \$ 4.95 | \$ 7.31 | \$ 5.49 | \$ 10.51 | 11881.53033 | |
| 02-09-17 | \$ 4.45 | 75% | \$ 5.28 | \$ 8.55 | \$ 6.03 | \$ 10.47 | 9372.1123 | |
| 09-09-17 | \$ 4.47 | 0% | \$ 5.24 | \$ 8.51 | \$ 6.04 | \$ 10.51 | 8247.924157 | |
| 16-09-17 | \$ 4.47 | 72% | \$ 5.24 | \$ 6.49 | \$ 6.03 | \$ 10.50 | 8313.0335 | |
| 23-09-17 | \$ 4.47 | 0% | \$ 5.24 | \$ 8.57 | \$ 6.04 | \$ 10.49 | 8247.135099 | |
| 30-09-17 | \$ 4.47 | 73% | \$ 5.38 | \$ 8.52 | \$ 6.05 | \$ 10.49 | 9241.487115 | |
| 07-10-17 | \$ 4.46 | 71% | \$ 5.50 | \$ 6.43 | \$ 6.00 | \$ 10.51 | 8502.201121 | |
| 14-10-17 | \$ 4.16 | 71% | \$ 5.05 | \$ 7.40 | \$ 5.49 | \$ 10.59 | 11224.98277 | |
| 21-10-17 | \$ 4.47 | 69% | \$ 5.54 | \$ 6.46 | \$ 6.02 | \$ 10.65 | 8609.975826 | |
| 28-10-17 | \$ 4.47 | 0% | \$ 5.30 | \$ 8.42 | \$ 5.24 | \$ 10.67 | 7993.766996 | |
| 04-11-17 | \$ 4.47 | 70% | \$ 5.54 | \$ 6.46 | \$ 6.02 | \$ 10.70 | 8686.968256 | |
| 11-11-17 | \$ 4.14 | 72% | \$ 5.01 | \$ 7.46 | \$ 5.47 | \$ 10.68 | 11528.65517 | |
| 18-11-17 | \$ 4.47 | 74% | \$ 5.55 | \$ 8.60 | \$ 6.04 | \$ 10.71 | 9655.408607 | |
| 25-11-17 | \$ 4.47 | 0% | \$ 5.55 | \$ 8.59 | \$ 6.03 | \$ 10.67 | 8647.093707 | |
| 02-12-17 | \$ 4.13 | 70% | \$ 4.99 | \$ 7.40 | \$ 5.47 | \$ 10.68 | 11559.06748 | |
| 09-12-17 | \$ 4.46 | 68% | \$ 5.29 | \$ 6.47 | \$ 5.25 | \$ 10.68 | 8160.015747 | |
| 16-12-17 | \$ 4.13 | 71% | \$ 5.00 | \$ 7.48 | \$ 5.45 | \$ 10.68 | 11599.05323 | |
| 23-12-17 | \$ 4.47 | 81% | \$ 5.55 | \$ 8.54 | \$ 6.04 | \$ 10.70 | 9707.275215 | |
| 30-12-17 | \$ 4.47 | 70% | \$ 5.55 | \$ 6.47 | \$ 6.05 | \$ 10.66 | 8662.165179 | |
| 06-01-18 | \$ 4.28 | 0% | \$ 5.30 | \$ 8.17 | \$ 6.01 | \$ 10.38 | 9695.986522 | |
| 13-01-18 | \$ 4.28 | 70% | \$ 5.30 | \$ 8.20 | \$ 6.01 | \$ 10.41 | 10642.88227 | |
| 20-01-18 | \$ 4.28 | 0% | \$ 5.29 | \$ 8.19 | \$ 5.98 | \$ 10.37 | 9669.04039 | |
| 27-01-18 | \$ 3.98 | 71% | \$ 4.82 | \$ 7.14 | \$ 5.22 | \$ 10.39 | 12232.88729 | |
| 03-02-18 | \$ 4.28 | 0% | \$ 5.27 | \$ 8.20 | \$ 5.93 | \$ 10.40 | 9672.577588 | |
| 10-02-18 | \$ 4.28 | 71% | \$ 5.29 | \$ 8.31 | \$ 5.98 | \$ 10.37 | 10627.55163 | |
| 17-02-18 | \$ 3.97 | 70% | \$ 4.84 | \$ 7.23 | \$ 5.46 | \$ 10.38 | 12483.25798 | |
| 24-02-18 | \$ 4.26 | 72% | \$ 5.26 | \$ 6.71 | \$ 5.96 | \$ 10.36 | 10119.62433 | |
| 03-03-18 | \$ 3.99 | 69% | \$ 4.82 | \$ 7.24 | \$ 5.46 | \$ 10.38 | 12280.63265 | |
| 10-03-18 | \$ 4.26 | 77% | \$ 5.26 | \$ 8.24 | \$ 5.96 | \$ 10.37 | 10831.10959 | |
| 17-03-18 | \$ 4.00 | 72% | \$ 4.81 | \$ 7.23 | \$ 5.62 | \$ 10.38 | 12308.77874 | |
| 24-03-18 | \$ 4.26 | 0% | \$ 5.26 | \$ 8.25 | \$ 5.97 | \$ 10.36 | 9842.570058 | |
| 31-03-18 | \$ 4.28 | 78% | \$ 5.29 | \$ 8.36 | \$ 5.99 | \$ 10.39 | 10769.24302 | |
| 07-04-18 | \$ 4.28 | 70% | \$ 5.07 | \$ 8.23 | \$ 5.29 | \$ 10.38 | 10084.48786 | |
| 14-04-18 | \$ 4.27 | 70% | \$ 5.28 | \$ 6.19 | \$ 6.00 | \$ 10.40 | 9871.504659 | |
| 21-04-18 | \$ 3.97 | 81% | \$ 4.75 | \$ 7.15 | \$ 5.97 | \$ 10.40 | 12857.96855 | |
| 28-04-18 | \$ 4.26 | 0% | \$ 5.03 | \$ 8.23 | \$ 5.21 | \$ 10.38 | 9304.907745 | |
| 05-05-18 | \$ 4.28 | 71% | \$ 5.29 | \$ 8.31 | \$ 5.99 | \$ 10.40 | 10671.7479 | |
| 12-05-18 | \$ 4.27 | 73% | \$ 5.29 | \$ 6.67 | \$ 6.00 | \$ 10.39 | 10101.53228 | |
| 19-05-18 | \$ 3.95 | 75% | \$ 4.73 | \$ 7.17 | \$ 6.00 | \$ 10.39 | 12966.19536 | |
| 26-05-18 | \$ 4.28 | 76% | \$ 5.29 | \$ 8.36 | \$ 5.99 | \$ 10.41 | 10769.3222 | |
| 02-06-18 | \$ 4.28 | 62% | \$ 5.03 | \$ 8.27 | \$ 5.25 | \$ 10.41 | 9993.031215 | |
| 09-06-18 | \$ 4.27 | 69% | \$ 3.77 | \$ 6.67 | \$ 5.97 | \$ 10.40 | 9230.988729 | |
| 16-06-18 | \$ 3.95 | 70% | \$ 4.75 | \$ 7.23 | \$ 5.50 | \$ 10.39 | 12653.80119 | |
| 23-06-18 | \$ 4.28 | 69% | \$ 5.03 | \$ 8.27 | \$ 5.25 | \$ 10.42 | 10095.46345 | |
| 30-06-18 | \$ 4.28 | 69% | \$ 3.81 | \$ 6.70 | \$ 5.97 | \$ 10.42 | 9198.937048 | |
| 07-07-18 | \$ 4.27 | 71% | \$ 5.27 | \$ 8.33 | \$ 5.99 | \$ 10.45 | 10825.1361 | |
| 14-07-18 | \$ 3.94 | 72% | \$ 4.75 | \$ 7.25 | \$ 5.49 | \$ 10.42 | 12812.15555 | |
| 21-07-18 | \$ 4.27 | 70% | \$ 5.06 | \$ 8.32 | \$ 5.24 | \$ 10.44 | 10256.71259 | |
| 28-07-18 | \$ 3.96 | 71% | \$ 4.73 | \$ 7.18 | \$ 5.98 | \$ 10.43 | 12867.51691 | |
| 04-08-18 | \$ 4.38 | 0% | \$ 5.25 | \$ 8.34 | \$ 5.22 | \$ 10.54 | 8580.124569 | |
| 11-08-18 | \$ 4.38 | 73% | \$ 5.50 | \$ 8.28 | \$ 6.04 | \$ 10.53 | 10076.58113 | |
| 18-08-18 | \$ 4.38 | 75% | \$ 5.49 | \$ 6.46 | \$ 6.04 | \$ 10.56 | 9380.387947 | |
| 25-08-18 | \$ 4.09 | 73% | \$ 4.96 | \$ 7.32 | \$ 5.51 | \$ 10.56 | 11783.34633 | |
| 01-09-18 | \$ 4.47 | 77% | \$ 5.29 | \$ 8.56 | \$ 6.05 | \$ 10.52 | 9299.52646 | |
| 08-09-18 | \$ 4.49 | 0% | \$ 5.25 | \$ 8.52 | \$ 6.06 | \$ 10.56 | 8149.740157 | |
| 15-09-18 | \$ 4.49 | 71% | \$ 5.25 | \$ 6.50 | \$ 6.05 | \$ 10.55 | 8202.05042 | |
| 22-09-18 | \$ 4.49 | 0% | \$ 5.25 | \$ 8.58 | \$ 6.06 | \$ 10.54 | 8148.951099 | |
| 29-09-18 | \$ 4.49 | 76% | \$ 5.39 | \$ 8.53 | \$ 6.07 | \$ 10.54 | 9181.700355 | |
| 06-10-18 | \$ 4.48 | 73% | \$ 5.51 | \$ 6.44 | \$ 6.02 | \$ 10.56 | 8429.615281 | |
| 13-10-18 | \$ 4.18 | 75% | \$ 5.06 | \$ 7.41 | \$ 5.51 | \$ 10.64 | 11177.99509 | |
| 20-10-18 | \$ 4.49 | 70% | \$ 5.55 | \$ 6.47 | \$ 6.04 | \$ 10.70 | 8524.590906 | |
| 27-10-18 | \$ 4.49 | 0% | \$ 5.31 | \$ 8.43 | \$ 5.26 | \$ 10.72 | 7895.582996 | |
| 03-11-18 | \$ 4.49 | 74% | \$ 5.55 | \$ 6.47 | \$ 6.04 | \$ 10.75 | 8639.980576 | |
| 10-11-18 | \$ 4.16 | 71% | \$ 5.02 | \$ 7.47 | \$ 5.49 | \$ 10.73 | 11417.67209 | |
| 17-11-18 | \$ 4.49 | 76% | \$ 5.56 | \$ 8.61 | \$ 6.06 | \$ 10.76 | 9582.822767 | |
| 24-11-18 | \$ 4.49 | 0% | \$ 5.56 | \$ 8.60 | \$ 6.05 | \$ 10.72 | 8548.909707 | |
| 01-12-18 | \$ 4.15 | 72% | \$ 5.00 | \$ 7.41 | \$ 5.49 | \$ 10.73 | 11486.48164 | |
| 08-12-18 | \$ 4.48 | 69% | \$ 5.30 | \$ 6.48 | \$ 5.27 | \$ 10.73 | 8074.630827 | |
| 15-12-18 | \$ 4.15 | 75% | \$ 5.01 | \$ 7.49 | \$ 5.47 | \$ 10.73 | 11552.06555 | |
| 22-12-18 | \$ 4.49 | 85% | \$ 5.56 | \$ 8.55 | \$ 6.06 | \$ 10.75 | 9660.287535 | |
| 29-12-18 | \$ 4.49 | 70% | \$ 5.56 | \$ 6.48 | \$ 6.07 | \$ 10.71 | 8563.981179 | |

Fuente: Elaboración propia

Tabla 4.3: Pronostico Listerine Cool Mint 16.9oz(500ml)

| Semana | Cool Mint 16.9 | | | | | | Pronostico |
|----------|----------------|-----------|-------------|-------------|-------------------|------------------|------------|
| | precio 16.9 | feat 16.9 | precio 33.8 | precio 50.7 | colg 2 price 16.9 | feat colg 2 16.9 | |
| 05-08-17 | \$ 5.24 | 0% | \$ 5.28 | \$ 8.33 | \$ 3.66 | 0% | 5970 |
| 12-08-17 | \$ 5.49 | 69% | \$ 6.28 | \$ 8.27 | \$ 5.39 | 62% | 7620 |
| 19-08-17 | \$ 5.48 | 61% | \$ 6.24 | \$ 6.45 | \$ 5.49 | 65% | 5068 |
| 26-08-17 | \$ 4.95 | 68% | \$ 5.55 | \$ 7.31 | \$ 5.20 | 0% | 10089 |
| 02-09-17 | \$ 5.28 | 73% | \$ 6.26 | \$ 8.55 | \$ 4.22 | 0% | 10611 |
| 09-09-17 | \$ 5.24 | 0% | \$ 5.34 | \$ 8.51 | \$ 4.47 | 42% | 5493 |
| 16-09-17 | \$ 5.24 | 63% | \$ 6.29 | \$ 6.49 | \$ 4.22 | 0% | 8085 |
| 23-09-17 | \$ 5.24 | 0% | \$ 6.30 | \$ 8.57 | \$ 5.52 | 68% | 7668 |
| 30-09-17 | \$ 5.38 | 70% | \$ 6.29 | \$ 8.52 | \$ 5.04 | 0% | 10543 |
| 07-10-17 | \$ 5.50 | 62% | \$ 6.28 | \$ 6.43 | \$ 4.21 | 0% | 6318 |
| 14-10-17 | \$ 5.05 | 68% | \$ 5.59 | \$ 7.40 | \$ 4.84 | 34% | 8231 |
| 21-10-17 | \$ 5.54 | 60% | \$ 6.23 | \$ 6.46 | \$ 4.49 | 0% | 6144 |
| 28-10-17 | \$ 5.30 | 60% | \$ 5.33 | \$ 8.42 | \$ 4.75 | 0% | 8226 |
| 04-11-17 | \$ 5.54 | 62% | \$ 6.26 | \$ 6.46 | \$ 4.79 | 29% | 5493 |
| 11-11-17 | \$ 5.01 | 68% | \$ 5.54 | \$ 7.46 | \$ 4.15 | 0% | 9098 |
| 18-11-17 | \$ 5.55 | 70% | \$ 6.29 | \$ 8.60 | \$ 5.09 | 0% | 9611 |
| 25-11-17 | \$ 5.55 | 0% | \$ 6.28 | \$ 8.59 | \$ 5.35 | 0% | 7906 |
| 02-12-17 | \$ 4.99 | 67% | \$ 5.54 | \$ 7.40 | \$ 4.35 | 28% | 8309 |
| 09-12-17 | \$ 5.29 | 63% | \$ 5.37 | \$ 6.47 | \$ 3.82 | 0% | 5328 |
| 16-12-17 | \$ 5.00 | 66% | \$ 5.53 | \$ 7.48 | \$ 5.58 | 34% | 9003 |
| 23-12-17 | \$ 5.55 | 69% | \$ 6.28 | \$ 8.54 | \$ 5.72 | 0% | 9954 |
| 30-12-17 | \$ 5.55 | 56% | \$ 6.30 | \$ 6.47 | \$ 5.61 | 28% | 6018 |
| 06-01-18 | \$ 5.30 | 0% | \$ 5.89 | \$ 8.17 | \$ 4.04 | 0% | 7081 |
| 13-01-18 | \$ 5.30 | 68% | \$ 6.00 | \$ 8.20 | \$ 5.14 | 15% | 9482 |
| 20-01-18 | \$ 5.29 | 0% | \$ 5.98 | \$ 8.19 | \$ 5.17 | 0% | 8214 |
| 27-01-18 | \$ 4.82 | 65% | \$ 5.13 | \$ 7.14 | \$ 4.71 | 0% | 9282 |
| 03-02-18 | \$ 5.27 | 6% | \$ 5.90 | \$ 8.20 | \$ 5.34 | 17% | 7870 |
| 10-02-18 | \$ 5.29 | 64% | \$ 6.16 | \$ 8.31 | \$ 4.62 | 17% | 9491 |
| 17-02-18 | \$ 4.84 | 68% | \$ 5.33 | \$ 7.23 | \$ 5.37 | 18% | 9682 |
| 24-02-18 | \$ 5.26 | 61% | \$ 6.26 | \$ 6.71 | \$ 5.37 | 16% | 8416 |
| 03-03-18 | \$ 4.82 | 68% | \$ 5.33 | \$ 7.24 | \$ 5.03 | 28% | 9224 |
| 10-03-18 | \$ 5.26 | 71% | \$ 6.29 | \$ 8.24 | \$ 5.15 | 22% | 10299 |
| 17-03-18 | \$ 4.81 | 66% | \$ 5.58 | \$ 7.23 | \$ 4.61 | 0% | 10447 |
| 24-03-18 | \$ 5.26 | 2% | \$ 5.13 | \$ 8.25 | \$ 4.01 | 0% | 5711 |
| 31-03-18 | \$ 5.29 | 65% | \$ 6.33 | \$ 8.36 | \$ 5.20 | 38% | 9681 |
| 07-04-18 | \$ 5.07 | 64% | \$ 5.19 | \$ 8.23 | \$ 5.34 | 33% | 8522 |
| 14-04-18 | \$ 5.28 | 60% | \$ 6.09 | \$ 6.19 | \$ 5.42 | 12% | 7395 |
| 21-04-18 | \$ 4.75 | 68% | \$ 6.33 | \$ 7.15 | \$ 5.41 | 21% | 12379 |
| 28-04-18 | \$ 5.03 | 67% | \$ 5.13 | \$ 8.23 | \$ 5.36 | 39% | 8524 |
| 05-05-18 | \$ 5.29 | 70% | \$ 6.38 | \$ 8.31 | \$ 5.42 | 19% | 10682 |
| 12-05-18 | \$ 5.29 | 58% | \$ 6.39 | \$ 6.67 | \$ 5.34 | 35% | 7723 |
| 19-05-18 | \$ 4.73 | 67% | \$ 6.37 | \$ 7.17 | \$ 5.30 | 37% | 11965 |
| 26-05-18 | \$ 5.29 | 70% | \$ 6.36 | \$ 8.36 | \$ 5.42 | 0% | 11351 |
| 02-06-18 | \$ 5.03 | 63% | \$ 5.15 | \$ 8.27 | \$ 5.43 | 19% | 9252 |
| 09-06-18 | \$ 3.77 | 78% | \$ 6.35 | \$ 6.67 | \$ 5.45 | 0% | 19001 |
| 16-06-18 | \$ 4.75 | 65% | \$ 5.60 | \$ 7.23 | \$ 5.41 | 27% | 10511 |
| 23-06-18 | \$ 5.03 | 64% | \$ 5.15 | \$ 8.27 | \$ 5.34 | 45% | 8320 |
| 30-06-18 | \$ 3.81 | 73% | \$ 6.38 | \$ 6.70 | \$ 4.02 | 82% | 14847 |
| 07-07-18 | \$ 5.27 | 66% | \$ 6.38 | \$ 8.33 | \$ 5.00 | 0% | 11067 |
| 14-07-18 | \$ 4.75 | 64% | \$ 5.60 | \$ 7.25 | \$ 5.43 | 0% | 11451 |
| 21-07-18 | \$ 5.06 | 63% | \$ 5.13 | \$ 8.32 | \$ 4.60 | 30% | 8087 |
| 28-07-18 | \$ 4.73 | 67% | \$ 6.36 | \$ 7.18 | \$ 3.99 | 0% | 12252 |
| 04-08-18 | \$ 5.25 | 0% | \$ 5.29 | \$ 8.34 | \$ 3.67 | 0% | 5950 |
| 11-08-18 | \$ 5.50 | 69% | \$ 6.29 | \$ 8.28 | \$ 5.40 | 63% | 7565 |
| 18-08-18 | \$ 5.49 | 61% | \$ 6.25 | \$ 6.46 | \$ 5.50 | 66% | 5014 |
| 25-08-18 | \$ 4.96 | 68% | \$ 5.56 | \$ 7.32 | \$ 5.21 | 0% | 10069 |
| 01-09-18 | \$ 5.29 | 73% | \$ 6.27 | \$ 8.56 | \$ 4.23 | 0% | 10591 |
| 08-09-18 | \$ 5.25 | 0% | \$ 5.35 | \$ 8.52 | \$ 4.48 | 43% | 5439 |
| 15-09-18 | \$ 5.25 | 63% | \$ 6.30 | \$ 6.50 | \$ 4.23 | 0% | 8065 |
| 22-09-18 | \$ 5.25 | 0% | \$ 6.31 | \$ 8.58 | \$ 5.53 | 69% | 7614 |
| 29-09-18 | \$ 5.39 | 70% | \$ 6.30 | \$ 8.53 | \$ 5.05 | 0% | 10523 |
| 06-10-18 | \$ 5.51 | 62% | \$ 6.29 | \$ 6.44 | \$ 4.22 | 0% | 6298 |
| 13-10-18 | \$ 5.06 | 68% | \$ 5.60 | \$ 7.41 | \$ 4.85 | 36% | 8143 |
| 20-10-18 | \$ 5.55 | 60% | \$ 6.24 | \$ 6.47 | \$ 4.50 | 0% | 6124 |
| 27-10-18 | \$ 5.31 | 60% | \$ 5.34 | \$ 8.43 | \$ 4.76 | 0% | 8206 |
| 03-11-18 | \$ 5.55 | 62% | \$ 6.27 | \$ 6.47 | \$ 4.80 | 31% | 5404 |
| 10-11-18 | \$ 5.02 | 68% | \$ 5.55 | \$ 7.47 | \$ 4.16 | 0% | 9078 |
| 17-11-18 | \$ 5.56 | 70% | \$ 6.30 | \$ 8.61 | \$ 5.10 | 0% | 9591 |
| 24-11-18 | \$ 5.56 | 0% | \$ 6.29 | \$ 8.60 | \$ 5.36 | 0% | 7886 |
| 01-12-18 | \$ 5.00 | 67% | \$ 5.55 | \$ 7.41 | \$ 4.36 | 29% | 8255 |
| 08-12-18 | \$ 5.30 | 63% | \$ 5.38 | \$ 6.48 | \$ 3.83 | 0% | 5308 |
| 15-12-18 | \$ 5.01 | 66% | \$ 5.54 | \$ 7.49 | \$ 5.59 | 35% | 8949 |
| 22-12-18 | \$ 5.56 | 69% | \$ 6.29 | \$ 8.55 | \$ 5.73 | 0% | 9934 |
| 29-12-18 | \$ 5.56 | 56% | \$ 6.31 | \$ 6.48 | \$ 5.62 | 29% | 5964 |

Fuente: Elaboración propia

Tabla 4.4: Pronostico Listerine Cool Mint 33.8oz(IL)

| Cool Mint 33.8 | | | | | | |
|----------------|-------------|-------------|-------------|---------------------|------------|------------|
| Semana | Precio 33.8 | Precio 16.9 | Precio 50.7 | Precio Crest 5 33.8 | Pronostico | Pronostico |
| 05-08-17 | 1.663926098 | 1.656321498 | 2.119863456 | 1.981001469 | 9.91 | 20105.45 |
| 12-08-17 | 1.83736998 | 1.702928256 | 2.112634509 | 1.860974538 | 9.56 | 14143.15 |
| 19-08-17 | 1.830980182 | 1.701105101 | 1.864080131 | 1.619388243 | 9.12 | 9149.42 |
| 26-08-17 | 1.713797928 | 1.599387577 | 1.989243274 | 1.987874348 | 9.54 | 13918.50 |
| 02-09-17 | 1.834180185 | 1.663926098 | 2.145931283 | 1.976854953 | 9.60 | 14824.14 |
| 09-09-17 | 1.675225653 | 1.656321498 | 2.141241943 | 1.983756292 | 9.92 | 20399.36 |
| 16-09-17 | 1.838961071 | 1.656321498 | 1.870262531 | 1.609437912 | 9.09 | 8872.49 |
| 23-09-17 | 1.840549633 | 1.656321498 | 2.148267733 | 1.985130862 | 9.59 | 14630.44 |
| 30-09-17 | 1.838961071 | 1.682688374 | 2.142416341 | 1.62924054 | 9.59 | 14615.46 |
| 07-10-17 | 1.83736998 | 1.704748092 | 1.860974538 | 1.870262531 | 9.11 | 9051.11 |
| 14-10-17 | 1.720979287 | 1.619388243 | 2.00148 | 1.60341984 | 9.55 | 14039.14 |
| 21-10-17 | 1.829376333 | 1.711994501 | 1.865629318 | 1.864080131 | 9.14 | 9315.82 |
| 28-10-17 | 1.673351238 | 1.667706821 | 2.130609828 | 1.859418118 | 9.91 | 20162.62 |
| 04-11-17 | 1.834180185 | 1.711994501 | 1.865629318 | 1.990610328 | 9.13 | 9251.02 |
| 11-11-17 | 1.711994501 | 1.611435915 | 2.009555414 | 1.991975516 | 9.59 | 14583.45 |
| 18-11-17 | 1.838961071 | 1.713797928 | 2.151762203 | 1.991975516 | 9.63 | 15251.50 |
| 25-11-17 | 1.83736998 | 1.713797928 | 2.150598736 | 1.994700313 | 9.63 | 15271.58 |
| 02-12-17 | 1.711994501 | 1.60743591 | 2.00148 | 1.982379829 | 9.57 | 14340.33 |
| 09-12-17 | 1.680827909 | 1.665818246 | 1.867176109 | 1.601405741 | 9.42 | 12335.31 |
| 16-12-17 | 1.710187816 | 1.609437912 | 2.012232792 | 1.987874348 | 9.59 | 14690.66 |
| 23-12-17 | 1.83736998 | 1.713797928 | 2.144761008 | 1.86252854 | 9.62 | 15065.90 |
| 30-12-17 | 1.840549633 | 1.713797928 | 1.867176109 | 1.85159947 | 9.12 | 9132.63 |
| 06-01-18 | 1.773255998 | 1.667706821 | 2.100468909 | 1.60743591 | 9.64 | 15420.97 |
| 13-01-18 | 1.791759469 | 1.667706821 | 2.104134154 | 1.991975516 | 9.62 | 15072.73 |
| 20-01-18 | 1.788420568 | 1.665818246 | 2.102913898 | 1.623340818 | 9.62 | 14995.84 |
| 27-01-18 | 1.635105659 | 1.572773928 | 1.965712776 | 2.026831591 | 9.65 | 15513.74 |
| 03-02-18 | 1.774952351 | 1.662030363 | 2.104134154 | 1.996059933 | 9.65 | 15563.10 |
| 10-02-18 | 1.818076778 | 1.665818246 | 2.117459609 | 1.930071085 | 9.59 | 14572.59 |
| 17-02-18 | 1.673351238 | 1.576914721 | 1.978239036 | 2.056684555 | 9.59 | 14690.84 |
| 24-02-18 | 1.834180185 | 1.660131027 | 1.903598951 | 1.922787732 | 9.17 | 9600.98 |
| 03-03-18 | 1.673351238 | 1.572773928 | 1.979621206 | 1.625311262 | 9.58 | 14541.61 |
| 10-03-18 | 1.838961071 | 1.660131027 | 2.109000344 | 1.89009537 | 9.52 | 13686.50 |
| 17-03-18 | 1.719188776 | 1.570697084 | 1.978239036 | 2.056684555 | 9.50 | 13305.02 |
| 24-03-18 | 1.635105659 | 1.660131027 | 2.1102132 | 2.046401688 | 9.96 | 21065.64 |
| 31-03-18 | 1.845300236 | 1.665818246 | 2.123458427 | 1.633154439 | 9.53 | 13816.66 |
| 07-04-18 | 1.646733697 | 1.623340818 | 2.107786015 | 1.903598951 | 9.90 | 19989.89 |
| 14-04-18 | 1.806648082 | 1.663926098 | 1.822935087 | 1.605429891 | 9.08 | 8761.11 |
| 21-04-18 | 1.845300236 | 1.558144618 | 1.967112357 | 1.621366483 | 9.20 | 9853.32 |
| 28-04-18 | 1.635105659 | 1.615419984 | 2.107786015 | 1.998773639 | 9.93 | 20437.72 |
| 05-05-18 | 1.853168097 | 1.665818246 | 2.117459609 | 1.937301775 | 9.51 | 13546.16 |
| 12-05-18 | 1.854734268 | 1.665818246 | 1.89761986 | 2.063058062 | 9.12 | 9160.26 |
| 19-05-18 | 1.85159947 | 1.553925203 | 1.969905655 | 2.05796251 | 9.20 | 9853.14 |
| 26-05-18 | 1.850028377 | 1.665818246 | 2.123458427 | 2.046401688 | 9.53 | 13817.63 |
| 02-06-18 | 1.638996715 | 1.615419984 | 2.112634509 | 1.62924054 | 9.92 | 20267.18 |
| 09-06-18 | 1.848454813 | 1.327075001 | 1.89761986 | 2.061786606 | 8.95 | 7691.06 |
| 16-06-18 | 1.722766598 | 1.558144618 | 1.978239036 | 2.05796251 | 9.48 | 13114.85 |
| 23-06-18 | 1.638996715 | 1.615419984 | 2.112634509 | 1.943048917 | 9.92 | 20420.66 |
| 30-06-18 | 1.853168097 | 1.337629189 | 1.902107526 | 2.050270164 | 8.95 | 7719.76 |
| 07-07-18 | 1.853168097 | 1.662030363 | 2.119863456 | 1.617406082 | 9.51 | 13471.63 |
| 14-07-18 | 1.722766598 | 1.558144618 | 1.981001469 | 2.046401688 | 9.49 | 13175.78 |
| 21-07-18 | 1.635105659 | 1.621366483 | 2.118662255 | 1.928618652 | 9.95 | 20870.51 |
| 28-07-18 | 1.850028377 | 1.553925203 | 1.971299383 | 2.054123734 | 9.20 | 9909.11 |
| 04-08-18 | 1.665818246 | 1.658228077 | 2.121063216 | 1.961502244 | 9.91 | 20080.83 |
| 11-08-18 | 1.838961071 | 1.704748092 | 2.113842968 | 1.840549633 | 9.56 | 14133.93 |
| 18-08-18 | 1.832581464 | 1.702928256 | 1.865629318 | 1.599387577 | 9.12 | 9148.91 |
| 25-08-18 | 1.715598108 | 1.601405741 | 1.990610328 | 1.967112357 | 9.54 | 13908.70 |
| 01-09-18 | 1.835776355 | 1.665818246 | 2.14710019 | 1.957273908 | 9.60 | 14814.17 |
| 08-09-18 | 1.677096561 | 1.658228077 | 2.142416341 | 1.962907725 | 9.92 | 20373.70 |
| 15-09-18 | 1.840549633 | 1.658228077 | 1.871802177 | 1.589235205 | 9.09 | 8872.45 |
| 22-09-18 | 1.842135677 | 1.658228077 | 2.149433913 | 1.964311234 | 9.59 | 14620.52 |
| 29-09-18 | 1.840549633 | 1.684545385 | 2.143589362 | 1.609437912 | 9.59 | 14605.61 |
| 06-10-18 | 1.838961071 | 1.706564623 | 1.86252854 | 1.850028377 | 9.11 | 9050.80 |
| 13-10-18 | 1.722766598 | 1.621366483 | 2.002830439 | 1.583093937 | 9.55 | 14029.05 |
| 20-10-18 | 1.830980182 | 1.713797928 | 1.867176109 | 1.843719208 | 9.14 | 9315.04 |
| 27-10-18 | 1.675225653 | 1.669591835 | 2.131796772 | 1.838961071 | 9.91 | 20137.52 |
| 03-11-18 | 1.835776355 | 1.713797928 | 1.867176109 | 1.969905655 | 9.13 | 9250.31 |
| 10-11-18 | 1.713797928 | 1.613429934 | 2.010894999 | 1.971299383 | 9.59 | 14572.21 |
| 17-11-18 | 1.840549633 | 1.715598108 | 2.152924318 | 1.971299383 | 9.63 | 15240.12 |
| 24-11-18 | 1.838961071 | 1.715598108 | 2.151762203 | 1.974081026 | 9.63 | 15260.17 |
| 01-12-18 | 1.713797928 | 1.609437912 | 2.002830439 | 1.961502244 | 9.57 | 14329.55 |
| 08-12-18 | 1.682688374 | 1.667706821 | 1.86872051 | 1.581038438 | 9.42 | 12328.19 |
| 15-12-18 | 1.711994501 | 1.611435915 | 2.013568798 | 1.967112357 | 9.59 | 14679.14 |
| 22-12-18 | 1.838961071 | 1.715598108 | 2.145931283 | 1.842135677 | 9.62 | 15054.90 |
| 29-12-18 | 1.842135677 | 1.715598108 | 1.86872051 | 1.830980182 | 9.12 | 9132.09 |

Fuente: Elaboración propia

Tabla 4.5: Pronostico Listerine Cool Mint 50.7oz(1.5l)

| Cool Mint 50.7 | | | | | | |
|----------------|-------------|------------|-------------|-----------|-----------|-------------|
| Semana | Precio 50.7 | Precio33.8 | Precio 16.9 | Precio L6 | Precio PL | Pronostico |
| 05-08-17 | \$ 8.33 | \$ 5.28 | \$ 5.24 | \$ 9.13 | \$ 5.68 | 5290.633734 |
| 12-08-17 | \$ 8.27 | \$ 6.28 | \$ 5.49 | \$ 9.16 | \$ 3.54 | 6239.14441 |
| 19-08-17 | \$ 6.45 | \$ 6.24 | \$ 5.48 | \$ 9.11 | \$ 5.24 | 13089.77105 |
| 26-08-17 | \$ 7.31 | \$ 5.55 | \$ 4.95 | \$ 8.26 | \$ 3.57 | 7692.006232 |
| 02-09-17 | \$ 8.55 | \$ 6.26 | \$ 5.28 | \$ 9.28 | \$ 5.47 | 5875.43555 |
| 09-09-17 | \$ 8.51 | \$ 5.34 | \$ 5.24 | \$ 9.32 | \$ 5.48 | 4764.1243 |
| 16-09-17 | \$ 6.49 | \$ 6.29 | \$ 5.24 | \$ 9.28 | \$ 5.24 | 12898.22581 |
| 23-09-17 | \$ 8.57 | \$ 6.30 | \$ 5.24 | \$ 9.34 | \$ 5.15 | 5731.230666 |
| 30-09-17 | \$ 8.52 | \$ 6.29 | \$ 5.38 | \$ 9.33 | \$ 5.28 | 6053.941154 |
| 07-10-17 | \$ 6.43 | \$ 6.28 | \$ 5.50 | \$ 9.24 | \$ 5.85 | 13528.42861 |
| 14-10-17 | \$ 7.40 | \$ 5.59 | \$ 5.05 | \$ 8.36 | \$ 5.24 | 8215.46991 |
| 21-10-17 | \$ 6.46 | \$ 6.23 | \$ 5.54 | \$ 9.28 | \$ 5.16 | 13142.94246 |
| 28-10-17 | \$ 8.42 | \$ 5.33 | \$ 5.30 | \$ 9.30 | \$ 3.61 | 4376.811674 |
| 04-11-17 | \$ 6.46 | \$ 6.26 | \$ 5.54 | \$ 9.28 | \$ 5.87 | 13458.71051 |
| 11-11-17 | \$ 7.46 | \$ 5.54 | \$ 5.01 | \$ 8.32 | \$ 5.88 | 8136.50437 |
| 18-11-17 | \$ 8.60 | \$ 6.29 | \$ 5.55 | \$ 9.34 | \$ 5.68 | 6081.338878 |
| 25-11-17 | \$ 8.59 | \$ 6.28 | \$ 5.55 | \$ 9.28 | \$ 5.79 | 6116.251308 |
| 02-12-17 | \$ 7.40 | \$ 5.54 | \$ 4.99 | \$ 8.30 | \$ 4.54 | 7797.263886 |
| 09-12-17 | \$ 6.47 | \$ 5.37 | \$ 5.29 | \$ 9.28 | \$ 3.54 | 11111.42164 |
| 16-12-17 | \$ 7.48 | \$ 5.53 | \$ 5.00 | \$ 8.34 | \$ 5.19 | 7787.594362 |
| 23-12-17 | \$ 8.54 | \$ 6.28 | \$ 5.55 | \$ 9.33 | \$ 5.22 | 6091.61646 |
| 30-12-17 | \$ 6.47 | \$ 6.30 | \$ 5.55 | \$ 9.28 | \$ 5.83 | 13470.99156 |
| 06-01-18 | \$ 8.17 | \$ 5.89 | \$ 5.30 | \$ 9.41 | \$ 5.30 | 6701.288514 |
| 13-01-18 | \$ 8.20 | \$ 6.00 | \$ 5.30 | \$ 9.42 | \$ 5.33 | 6762.33919 |
| 20-01-18 | \$ 8.19 | \$ 5.98 | \$ 5.29 | \$ 9.38 | \$ 4.67 | 6486.29698 |
| 27-01-18 | \$ 7.14 | \$ 5.13 | \$ 4.82 | \$ 8.45 | \$ 5.25 | 8346.00512 |
| 03-02-18 | \$ 8.20 | \$ 5.90 | \$ 5.27 | \$ 9.43 | \$ 4.72 | 6370.60718 |
| 10-02-18 | \$ 8.31 | \$ 6.16 | \$ 5.29 | \$ 9.41 | \$ 5.55 | 6670.433914 |
| 17-02-18 | \$ 7.23 | \$ 5.33 | \$ 4.84 | \$ 8.46 | \$ 5.14 | 8283.84164 |
| 24-02-18 | \$ 6.71 | \$ 6.26 | \$ 5.26 | \$ 9.32 | \$ 5.67 | 12301.84867 |
| 03-03-18 | \$ 7.24 | \$ 5.33 | \$ 4.82 | \$ 8.42 | \$ 5.08 | 8190.02118 |
| 10-03-18 | \$ 8.24 | \$ 6.29 | \$ 5.26 | \$ 9.31 | \$ 5.11 | 6842.968088 |
| 17-03-18 | \$ 7.23 | \$ 5.58 | \$ 4.81 | \$ 8.49 | \$ 5.10 | 8593.990436 |
| 24-03-18 | \$ 8.25 | \$ 5.13 | \$ 5.26 | \$ 9.35 | \$ 5.73 | 5506.415272 |
| 31-03-18 | \$ 8.36 | \$ 6.33 | \$ 5.29 | \$ 9.43 | \$ 5.69 | 6790.740338 |
| 07-04-18 | \$ 8.23 | \$ 5.19 | \$ 5.07 | \$ 9.37 | \$ 3.62 | 4687.128636 |
| 14-04-18 | \$ 6.19 | \$ 6.09 | \$ 5.28 | \$ 6.77 | \$ 5.75 | 12691.27491 |
| 21-04-18 | \$ 7.15 | \$ 6.33 | \$ 4.75 | \$ 8.38 | \$ 5.77 | 10036.14892 |
| 28-04-18 | \$ 8.23 | \$ 5.13 | \$ 5.03 | \$ 9.30 | \$ 5.12 | 5120.818858 |
| 05-05-18 | \$ 8.31 | \$ 6.38 | \$ 5.29 | \$ 9.34 | \$ 5.17 | 6785.658744 |
| 12-05-18 | \$ 6.67 | \$ 6.39 | \$ 5.29 | \$ 7.07 | \$ 5.65 | 11553.10588 |
| 19-05-18 | \$ 7.17 | \$ 6.37 | \$ 4.73 | \$ 8.44 | \$ 3.27 | 9063.284764 |
| 26-05-18 | \$ 8.36 | \$ 6.36 | \$ 5.29 | \$ 9.41 | \$ 5.20 | 6631.485924 |
| 02-06-18 | \$ 8.27 | \$ 5.15 | \$ 5.03 | \$ 9.40 | \$ 5.16 | 5073.259374 |
| 09-06-18 | \$ 6.67 | \$ 6.35 | \$ 3.77 | \$ 9.38 | \$ 5.81 | 11387.26072 |
| 16-06-18 | \$ 7.23 | \$ 5.60 | \$ 4.75 | \$ 8.46 | \$ 5.82 | 8835.174002 |
| 23-06-18 | \$ 8.27 | \$ 5.15 | \$ 5.03 | \$ 9.40 | \$ 5.06 | 5034.473634 |
| 30-06-18 | \$ 6.70 | \$ 6.38 | \$ 3.81 | \$ 9.38 | \$ 3.24 | 10361.12028 |
| 07-07-18 | \$ 8.33 | \$ 6.38 | \$ 5.27 | \$ 9.32 | \$ 5.16 | 6686.332762 |
| 14-07-18 | \$ 7.25 | \$ 5.60 | \$ 4.75 | \$ 8.41 | \$ 5.81 | 8738.327498 |
| 21-07-18 | \$ 8.32 | \$ 5.13 | \$ 5.06 | \$ 9.38 | \$ 5.85 | 5157.206082 |
| 28-07-18 | \$ 7.18 | \$ 6.36 | \$ 4.73 | \$ 8.41 | \$ 5.19 | 9745.62551 |
| 04-08-18 | \$ 8.34 | \$ 5.29 | \$ 5.25 | \$ 9.14 | \$ 5.70 | 5290.593726 |
| 11-08-18 | \$ 8.28 | \$ 6.29 | \$ 5.50 | \$ 9.17 | \$ 3.56 | 6239.104402 |
| 18-08-18 | \$ 6.46 | \$ 6.25 | \$ 5.49 | \$ 9.12 | \$ 5.26 | 13089.73104 |
| 25-08-18 | \$ 7.32 | \$ 5.56 | \$ 4.96 | \$ 8.27 | \$ 3.59 | 7691.966224 |
| 01-09-18 | \$ 8.56 | \$ 6.27 | \$ 5.29 | \$ 9.29 | \$ 5.49 | 5875.395542 |
| 08-09-18 | \$ 8.52 | \$ 5.35 | \$ 5.25 | \$ 9.33 | \$ 5.50 | 4764.084292 |
| 15-09-18 | \$ 6.50 | \$ 6.30 | \$ 5.25 | \$ 9.29 | \$ 5.26 | 12898.1858 |
| 22-09-18 | \$ 8.58 | \$ 6.31 | \$ 5.25 | \$ 9.35 | \$ 5.17 | 5731.190658 |
| 29-09-18 | \$ 8.53 | \$ 6.30 | \$ 5.39 | \$ 9.34 | \$ 5.30 | 6053.901146 |
| 06-10-18 | \$ 6.44 | \$ 6.29 | \$ 5.51 | \$ 9.25 | \$ 5.87 | 13528.3886 |
| 13-10-18 | \$ 7.41 | \$ 5.60 | \$ 5.06 | \$ 8.37 | \$ 5.26 | 8215.429902 |
| 20-10-18 | \$ 6.47 | \$ 6.24 | \$ 5.55 | \$ 9.29 | \$ 5.18 | 13142.90245 |
| 27-10-18 | \$ 8.43 | \$ 5.34 | \$ 5.31 | \$ 9.31 | \$ 3.63 | 4376.771666 |
| 03-11-18 | \$ 6.47 | \$ 6.27 | \$ 5.55 | \$ 9.29 | \$ 5.89 | 13458.6705 |
| 10-11-18 | \$ 7.47 | \$ 5.55 | \$ 5.02 | \$ 8.33 | \$ 5.90 | 8136.464362 |
| 17-11-18 | \$ 8.61 | \$ 6.30 | \$ 5.56 | \$ 9.35 | \$ 5.70 | 6081.29887 |
| 24-11-18 | \$ 8.60 | \$ 6.29 | \$ 5.56 | \$ 9.29 | \$ 5.81 | 6116.2113 |
| 01-12-18 | \$ 7.41 | \$ 5.55 | \$ 5.00 | \$ 8.31 | \$ 4.56 | 7797.223878 |
| 08-12-18 | \$ 6.48 | \$ 5.38 | \$ 5.30 | \$ 9.29 | \$ 3.56 | 11111.38163 |
| 15-12-18 | \$ 7.49 | \$ 5.54 | \$ 5.01 | \$ 8.35 | \$ 5.21 | 7787.554354 |
| 22-12-18 | \$ 8.55 | \$ 6.29 | \$ 5.56 | \$ 9.34 | \$ 5.24 | 6091.576452 |
| 29-12-18 | \$ 6.48 | \$ 6.31 | \$ 5.56 | \$ 9.29 | \$ 5.85 | 13470.95156 |

Fuente: Elaboración propia

Tabla 4.6: Pronostico Listerine Cool Mint Agosto – Diciembre 2017

| Pronostico Agosto - Diciembre 2017 | | | | | | |
|------------------------------------|---------------|---------------|----------------|----------------|----------------|------------------------|
| Semana | Cool Mint 3.2 | Cool Mint 8.5 | Cool Mint 16.9 | Cool Mint 33.8 | Cool Mint 50.7 | Total Cool Mint Litros |
| 05-08-17 | 7322 | 8678 | 5970 | 20105 | 5291 | 33892 |
| 12-08-17 | 7668 | 10200 | 7620 | 14143 | 6239 | 30590 |
| 19-08-17 | 7645 | 9504 | 5068 | 9149 | 13090 | 34421 |
| 26-08-17 | 7700 | 11882 | 10089 | 13918 | 7692 | 34203 |
| 02-09-17 | 7889 | 9372 | 10611 | 14824 | 5875 | 32035 |
| 09-09-17 | 7477 | 8248 | 5493 | 20399 | 4764 | 33064 |
| 16-09-17 | 7544 | 8313 | 8085 | 8872 | 12898 | 35057 |
| 23-09-17 | 7415 | 8247 | 7668 | 14630 | 5731 | 29828 |
| 30-09-17 | 7679 | 9241 | 10543 | 14615 | 6054 | 32008 |
| 07-10-17 | 7923 | 8502 | 6318 | 9051 | 13528 | 35381 |
| 14-10-17 | 7732 | 11225 | 8231 | 14039 | 8215 | 34019 |
| 21-10-17 | 7561 | 8610 | 6144 | 9316 | 13143 | 34973 |
| 28-10-17 | 7432 | 7994 | 8226 | 20163 | 4377 | 33545 |
| 04-11-17 | 7832 | 8687 | 5493 | 9251 | 13459 | 35101 |
| 11-11-17 | 7869 | 11529 | 9098 | 14583 | 8137 | 34967 |
| 18-11-17 | 7877 | 9655 | 9611 | 15251 | 6081 | 32341 |
| 25-11-17 | 7415 | 8647 | 7906 | 15272 | 6116 | 31265 |
| 02-12-17 | 7840 | 11559 | 8309 | 14340 | 7797 | 33825 |
| 09-12-17 | 7808 | 8160 | 5328 | 12335 | 11111 | 34448 |
| 16-12-17 | 7474 | 11599 | 9003 | 14691 | 7788 | 34484 |
| 23-12-17 | 7539 | 9707 | 9954 | 15066 | 6092 | 32323 |
| 30-12-17 | 7832 | 8662 | 6018 | 9133 | 13471 | 35258 |

Fuente: Elaboración propia

Tabla 4.7: Pronostico Listerine Cool Mint 2018

| Pronostico 2018 | | | | | | |
|-----------------|---------------|---------------|----------------|----------------|----------------|------------------------|
| Semana | Cool Mint 3.2 | Cool Mint 8.5 | Cool Mint 16.9 | Cool Mint 33.8 | Cool Mint 50.7 | Total Cool Mint Litros |
| 06-01-18 | 6907 | 9696 | 7081 | 15421 | 6701 | 32093 |
| 13-01-18 | 7330 | 10643 | 9482 | 15073 | 6762 | 33314 |
| 20-01-18 | 6598 | 9669 | 8214 | 14996 | 6486 | 31877 |
| 27-01-18 | 7275 | 12233 | 9282 | 15514 | 8346 | 36423 |
| 03-02-18 | 6549 | 9673 | 7870 | 15563 | 6371 | 32095 |
| 10-02-18 | 7317 | 10628 | 9491 | 14573 | 6670 | 32676 |
| 17-02-18 | 7090 | 12483 | 9682 | 14691 | 8284 | 35752 |
| 24-02-18 | 7217 | 10120 | 8416 | 9601 | 12302 | 35477 |
| 03-03-18 | 6925 | 12281 | 9224 | 14542 | 8190 | 35167 |
| 10-03-18 | 6941 | 10831 | 10299 | 13686 | 6843 | 32468 |
| 17-03-18 | 6925 | 12309 | 10447 | 13305 | 8594 | 35155 |
| 24-03-18 | 6895 | 9843 | 5711 | 21066 | 5506 | 35296 |
| 31-03-18 | 7349 | 10769 | 9681 | 13817 | 6791 | 32234 |
| 07-04-18 | 7387 | 10084 | 8522 | 19990 | 4687 | 34505 |
| 14-04-18 | 7311 | 9872 | 7395 | 8761 | 12691 | 34658 |
| 21-04-18 | 7287 | 12858 | 12379 | 9853 | 10036 | 35004 |
| 28-04-18 | 6586 | 9305 | 8524 | 20438 | 5121 | 35333 |
| 05-05-18 | 7113 | 10672 | 10682 | 13546 | 6786 | 32410 |
| 12-05-18 | 7318 | 10102 | 7723 | 9160 | 11553 | 33572 |
| 19-05-18 | 7301 | 12966 | 11965 | 9853 | 9063 | 33366 |
| 26-05-18 | 7392 | 10769 | 11351 | 13818 | 6631 | 32835 |
| 02-06-18 | 7038 | 9993 | 9252 | 20267 | 5073 | 35670 |
| 09-06-18 | 7378 | 9231 | 19001 | 7691 | 11387 | 37281 |
| 16-06-18 | 7301 | 12654 | 10511 | 13115 | 8835 | 35480 |
| 23-06-18 | 7102 | 10095 | 8320 | 20421 | 5034 | 35331 |
| 30-06-18 | 7378 | 9199 | 14847 | 7720 | 10361 | 33686 |
| 07-07-18 | 7126 | 10825 | 11067 | 13472 | 6686 | 32418 |
| 14-07-18 | 7355 | 12812 | 11451 | 13176 | 8738 | 35910 |
| 21-07-18 | 7355 | 10257 | 8087 | 20871 | 5157 | 35913 |
| 28-07-18 | 7054 | 12868 | 12252 | 9909 | 9746 | 34541 |
| 04-08-18 | 7066 | 8580 | 5950 | 20081 | 5291 | 33808 |
| 11-08-18 | 7404 | 10077 | 7565 | 14134 | 6239 | 30498 |
| 18-08-18 | 7381 | 9380 | 5014 | 9149 | 13090 | 34337 |
| 25-08-18 | 7435 | 11783 | 10069 | 13909 | 7692 | 34134 |
| 01-09-18 | 7632 | 9300 | 10591 | 14814 | 5875 | 31973 |
| 08-09-18 | 7220 | 8150 | 5439 | 20374 | 4764 | 32963 |
| 15-09-18 | 7287 | 8202 | 8065 | 8872 | 12898 | 34995 |
| 22-09-18 | 7159 | 8149 | 7614 | 14621 | 5731 | 29741 |
| 29-09-18 | 7422 | 9182 | 10523 | 14606 | 6054 | 31948 |
| 06-10-18 | 7666 | 8430 | 6298 | 9051 | 13528 | 35328 |
| 13-10-18 | 7475 | 11178 | 8143 | 14029 | 8215 | 33928 |
| 20-10-18 | 7297 | 8525 | 6124 | 9315 | 13143 | 34916 |
| 27-10-18 | 7175 | 7896 | 8206 | 20138 | 4377 | 33461 |
| 03-11-18 | 7583 | 8640 | 5404 | 9250 | 13459 | 35021 |
| 10-11-18 | 7620 | 11418 | 9078 | 14572 | 8136 | 34894 |
| 17-11-18 | 7613 | 9583 | 9591 | 15240 | 6081 | 32277 |
| 24-11-18 | 7159 | 8549 | 7886 | 15260 | 6116 | 31195 |
| 01-12-18 | 7607 | 11486 | 8255 | 14330 | 7797 | 33747 |
| 08-12-18 | 7551 | 8075 | 5308 | 12328 | 11111 | 34385 |
| 15-12-18 | 7202 | 11552 | 8949 | 14679 | 7788 | 34407 |
| 22-12-18 | 7306 | 9660 | 9934 | 15055 | 6092 | 32268 |
| 29-12-18 | 7560 | 8564 | 5964 | 9132 | 13471 | 35180 |

Fuente: Elaboración propia

CONCLUSION:

En este trabajo se pudo encontrar 5 modelos de regresión lineal múltiple para explicar las ventas de Listerine Cool Mint en todas sus medidas, para el mercado de CVS en estados unidos. Todos los modelos cumplen con los supuestos de regresión lineal múltiple y cumplen con las teorías económicas y de administración.

En todos los modelos las variables que más impactan en las ventas son los precios de Listerine Cool Mint en sus distintas medidas, por lo cual podemos decir que Listerine tiene bastante control sobre sus productos.

El display no resulto ser significativo en ningún modelo, lo cual no sorprende dado que la empresa utiliza muy poco esta forma de promoción.

El feature fue significativo en varios de los modelos, tiene una fuerte influencia en las ventas. Mayormente el de la medida 500ml.

A pesar de que las diferentes medidas de Cool Mint son las que más impactan en las ventas, se pudo identificar algunos competidores de otras marcas, Colgate Pro Shield Spearmint; Crest Pro Health Unflavored; Private Label CVS Rem Mint Flavored y Orajel Mint. Biotene Unflavored apareció como variable significativa en algunos modelos previos a llegar a los definitivos, por lo cual se incluye en la lista de competidores a observar y tener en cuenta en la toma de decisiones para el producto analizado.

Como alternativa a este trabajo se puede explorar en alguna otra investigación, trabajar con herramientas estadísticas mas avanzadas, y probar con regresiones no lineales, con el fin de verificar si con estos métodos se puede llegar a regresiones mas precisas y que generen un mayor grado de explicativo

APENDICE

Tabla A.1: Tabla t student

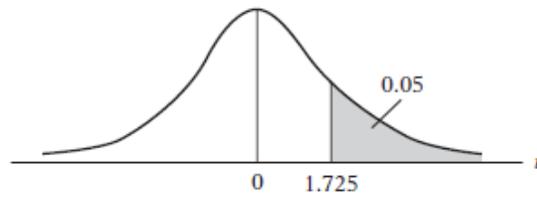
Ejemplo

$\Pr(t > 2.086) = 0.025$

$\Pr(t > 1.725) = 0.05$

$\Pr(|t| > 1.725) = 0.10$

para $gl = 20$



| Pr gl | 0.25 0.50 | 0.10 0.20 | 0.05 0.10 | 0.025 0.05 | 0.01 0.02 | 0.005 0.010 | 0.001 0.002 |
|----------|--------------|--------------|--------------|---------------|--------------|----------------|----------------|
| 1 | 1.000 | 3.078 | 6.314 | 12.706 | 31.821 | 63.657 | 318.31 |
| 2 | 0.816 | 1.886 | 2.920 | 4.303 | 6.965 | 9.925 | 22.327 |
| 3 | 0.765 | 1.638 | 2.353 | 3.182 | 4.541 | 5.841 | 10.214 |
| 4 | 0.741 | 1.533 | 2.132 | 2.776 | 3.747 | 4.604 | 7.173 |
| 5 | 0.727 | 1.476 | 2.015 | 2.571 | 3.365 | 4.032 | 5.893 |
| 6 | 0.718 | 1.440 | 1.943 | 2.447 | 3.143 | 3.707 | 5.208 |
| 7 | 0.711 | 1.415 | 1.895 | 2.365 | 2.998 | 3.499 | 4.785 |
| 8 | 0.706 | 1.397 | 1.860 | 2.306 | 2.896 | 3.355 | 4.501 |
| 9 | 0.703 | 1.383 | 1.833 | 2.262 | 2.821 | 3.250 | 4.297 |
| 10 | 0.700 | 1.372 | 1.812 | 2.228 | 2.764 | 3.169 | 4.144 |
| 11 | 0.697 | 1.363 | 1.796 | 2.201 | 2.718 | 3.106 | 4.025 |
| 12 | 0.695 | 1.356 | 1.782 | 2.179 | 2.681 | 3.055 | 3.930 |
| 13 | 0.694 | 1.350 | 1.771 | 2.160 | 2.650 | 3.012 | 3.852 |
| 14 | 0.692 | 1.345 | 1.761 | 2.145 | 2.624 | 2.977 | 3.787 |
| 15 | 0.691 | 1.341 | 1.753 | 2.131 | 2.602 | 2.947 | 3.733 |
| 16 | 0.690 | 1.337 | 1.746 | 2.120 | 2.583 | 2.921 | 3.686 |
| 17 | 0.689 | 1.333 | 1.740 | 2.110 | 2.567 | 2.898 | 3.646 |
| 18 | 0.688 | 1.330 | 1.734 | 2.101 | 2.552 | 2.878 | 3.610 |
| 19 | 0.688 | 1.328 | 1.729 | 2.093 | 2.539 | 2.861 | 3.579 |
| 20 | 0.687 | 1.325 | 1.725 | 2.086 | 2.528 | 2.845 | 3.552 |
| 21 | 0.686 | 1.323 | 1.721 | 2.080 | 2.518 | 2.831 | 3.527 |
| 22 | 0.686 | 1.321 | 1.717 | 2.074 | 2.508 | 2.819 | 3.505 |
| 23 | 0.685 | 1.319 | 1.714 | 2.069 | 2.500 | 2.807 | 3.485 |
| 24 | 0.685 | 1.318 | 1.711 | 2.064 | 2.492 | 2.797 | 3.467 |
| 25 | 0.684 | 1.316 | 1.708 | 2.060 | 2.485 | 2.787 | 3.450 |
| 26 | 0.684 | 1.315 | 1.706 | 2.056 | 2.479 | 2.779 | 3.435 |
| 27 | 0.684 | 1.314 | 1.703 | 2.052 | 2.473 | 2.771 | 3.421 |
| 28 | 0.683 | 1.313 | 1.701 | 2.048 | 2.467 | 2.763 | 3.408 |
| 29 | 0.683 | 1.311 | 1.699 | 2.045 | 2.462 | 2.756 | 3.396 |
| 30 | 0.683 | 1.310 | 1.697 | 2.042 | 2.457 | 2.750 | 3.385 |
| 40 | 0.681 | 1.303 | 1.684 | 2.021 | 2.423 | 2.704 | 3.307 |
| 60 | 0.679 | 1.296 | 1.671 | 2.000 | 2.390 | 2.660 | 3.232 |
| 120 | 0.677 | 1.289 | 1.658 | 1.980 | 2.358 | 2.617 | 3.160 |
| ∞ | 0.674 | 1.282 | 1.645 | 1.960 | 2.326 | 2.576 | 3.090 |

Fuente: GUJARATI, Damodar N, PORTER, Dawn C, Econometría 5ª Edición, Editorial McGraw Hill, (México, 2010), pág. 879.

Tabla A.2: Tabla Durbin – Watson:

Estadístico d de Durbin-Watson: puntos de significancia de d_L y d_U en el nivel de significancia de 0.05

| n | k' = 1 | | k' = 2 | | k' = 3 | | k' = 4 | | k' = 5 | | k' = 6 | | k' = 7 | | k' = 8 | | k' = 9 | | k' = 10 | |
|-----|--------|-------|--------|-------|--------|-------|--------|-------|--------|-------|--------|-------|--------|-------|--------|-------|--------|-------|---------|-------|
| | d_L | d_U | d_L | d_U |
| 6 | 0.610 | 1.400 | — | — | — | — | — | — | — | — | — | — | — | — | — | — | — | — | — | — |
| 7 | 0.700 | 1.356 | 0.467 | 1.896 | — | — | — | — | — | — | — | — | — | — | — | — | — | — | — | — |
| 8 | 0.763 | 1.332 | 0.559 | 1.777 | 0.368 | 2.287 | — | — | — | — | — | — | — | — | — | — | — | — | — | — |
| 9 | 0.824 | 1.320 | 0.629 | 1.699 | 0.455 | 2.128 | 0.296 | 2.588 | — | — | — | — | — | — | — | — | — | — | — | — |
| 10 | 0.879 | 1.320 | 0.697 | 1.641 | 0.525 | 2.016 | 0.376 | 2.414 | 0.243 | 2.822 | — | — | — | — | — | — | — | — | — | — |
| 11 | 0.927 | 1.324 | 0.658 | 1.604 | 0.595 | 1.928 | 0.444 | 2.283 | 0.316 | 2.645 | 0.203 | 3.005 | — | — | — | — | — | — | — | — |
| 12 | 0.971 | 1.331 | 0.812 | 1.579 | 0.658 | 1.864 | 0.512 | 2.177 | 0.379 | 2.506 | 0.268 | 2.832 | 0.171 | 3.149 | — | — | — | — | — | — |
| 13 | 1.010 | 1.340 | 0.861 | 1.562 | 0.715 | 1.816 | 0.574 | 2.094 | 0.445 | 2.390 | 0.328 | 2.692 | 0.230 | 2.985 | 0.147 | 3.266 | — | — | — | — |
| 14 | 1.045 | 1.350 | 0.905 | 1.551 | 0.767 | 1.779 | 0.632 | 2.030 | 0.505 | 2.296 | 0.389 | 2.572 | 0.286 | 2.848 | 0.200 | 3.111 | 0.127 | 3.360 | — | — |
| 15 | 1.077 | 1.361 | 0.946 | 1.543 | 0.814 | 1.750 | 0.685 | 1.977 | 0.562 | 2.220 | 0.447 | 2.472 | 0.343 | 2.727 | 0.251 | 2.979 | 0.175 | 3.216 | 0.111 | 3.438 |
| 16 | 1.106 | 1.371 | 0.982 | 1.539 | 0.857 | 1.728 | 0.734 | 1.935 | 0.615 | 2.157 | 0.502 | 2.388 | 0.398 | 2.624 | 0.304 | 2.860 | 0.222 | 3.090 | 0.155 | 3.304 |
| 17 | 1.133 | 1.381 | 1.015 | 1.536 | 0.897 | 1.710 | 0.779 | 1.900 | 0.664 | 2.104 | 0.554 | 2.318 | 0.451 | 2.537 | 0.356 | 2.757 | 0.272 | 2.975 | 0.198 | 3.184 |
| 18 | 1.158 | 1.391 | 1.046 | 1.535 | 0.933 | 1.696 | 0.820 | 1.872 | 0.710 | 2.060 | 0.603 | 2.257 | 0.502 | 2.461 | 0.407 | 2.667 | 0.321 | 2.873 | 0.244 | 3.073 |
| 19 | 1.180 | 1.401 | 1.074 | 1.536 | 0.967 | 1.685 | 0.859 | 1.848 | 0.752 | 2.023 | 0.649 | 2.206 | 0.549 | 2.396 | 0.456 | 2.589 | 0.369 | 2.783 | 0.290 | 2.974 |
| 20 | 1.201 | 1.411 | 1.100 | 1.537 | 0.998 | 1.676 | 0.894 | 1.828 | 0.792 | 1.991 | 0.692 | 2.162 | 0.595 | 2.339 | 0.502 | 2.521 | 0.416 | 2.704 | 0.336 | 2.885 |
| 21 | 1.221 | 1.420 | 1.125 | 1.538 | 1.026 | 1.669 | 0.927 | 1.812 | 0.829 | 1.964 | 0.732 | 2.124 | 0.637 | 2.290 | 0.547 | 2.460 | 0.461 | 2.633 | 0.380 | 2.806 |
| 22 | 1.239 | 1.429 | 1.147 | 1.541 | 1.053 | 1.664 | 0.958 | 1.797 | 0.863 | 1.940 | 0.769 | 2.090 | 0.677 | 2.246 | 0.588 | 2.407 | 0.504 | 2.571 | 0.424 | 2.734 |
| 23 | 1.257 | 1.437 | 1.168 | 1.543 | 1.078 | 1.660 | 0.986 | 1.785 | 0.895 | 1.920 | 0.804 | 2.061 | 0.715 | 2.208 | 0.628 | 2.360 | 0.545 | 2.514 | 0.465 | 2.670 |
| 24 | 1.273 | 1.446 | 1.188 | 1.546 | 1.101 | 1.656 | 1.013 | 1.775 | 0.925 | 1.902 | 0.837 | 2.035 | 0.751 | 2.174 | 0.666 | 2.318 | 0.584 | 2.464 | 0.506 | 2.613 |
| 25 | 1.288 | 1.454 | 1.206 | 1.550 | 1.123 | 1.654 | 1.038 | 1.767 | 0.953 | 1.886 | 0.868 | 2.012 | 0.784 | 2.144 | 0.702 | 2.280 | 0.621 | 2.419 | 0.544 | 2.560 |
| 26 | 1.302 | 1.461 | 1.224 | 1.553 | 1.143 | 1.652 | 1.062 | 1.759 | 0.979 | 1.873 | 0.897 | 1.992 | 0.816 | 2.117 | 0.735 | 2.246 | 0.657 | 2.379 | 0.581 | 2.513 |
| 27 | 1.316 | 1.469 | 1.240 | 1.556 | 1.162 | 1.651 | 1.084 | 1.753 | 1.004 | 1.861 | 0.925 | 1.974 | 0.845 | 2.093 | 0.767 | 2.216 | 0.691 | 2.342 | 0.616 | 2.470 |
| 28 | 1.328 | 1.476 | 1.255 | 1.560 | 1.181 | 1.650 | 1.104 | 1.747 | 1.028 | 1.850 | 0.951 | 1.958 | 0.874 | 2.071 | 0.798 | 2.188 | 0.723 | 2.309 | 0.650 | 2.431 |
| 29 | 1.341 | 1.483 | 1.270 | 1.563 | 1.198 | 1.650 | 1.124 | 1.743 | 1.050 | 1.841 | 0.975 | 1.944 | 0.900 | 2.052 | 0.826 | 2.164 | 0.753 | 2.278 | 0.682 | 2.396 |
| 30 | 1.352 | 1.489 | 1.284 | 1.567 | 1.214 | 1.650 | 1.143 | 1.739 | 1.071 | 1.833 | 0.998 | 1.931 | 0.926 | 2.034 | 0.854 | 2.141 | 0.782 | 2.251 | 0.712 | 2.363 |
| 31 | 1.363 | 1.496 | 1.297 | 1.570 | 1.229 | 1.650 | 1.160 | 1.735 | 1.090 | 1.825 | 1.020 | 1.920 | 0.950 | 2.018 | 0.879 | 2.120 | 0.810 | 2.226 | 0.741 | 2.333 |
| 32 | 1.373 | 1.502 | 1.309 | 1.574 | 1.244 | 1.650 | 1.177 | 1.732 | 1.109 | 1.819 | 1.041 | 1.909 | 0.972 | 2.004 | 0.904 | 2.102 | 0.836 | 2.203 | 0.769 | 2.306 |
| 33 | 1.383 | 1.508 | 1.321 | 1.577 | 1.258 | 1.651 | 1.193 | 1.730 | 1.127 | 1.813 | 1.061 | 1.900 | 0.994 | 1.991 | 0.927 | 2.085 | 0.861 | 2.181 | 0.795 | 2.281 |
| 34 | 1.393 | 1.514 | 1.333 | 1.580 | 1.271 | 1.652 | 1.208 | 1.728 | 1.144 | 1.808 | 1.080 | 1.891 | 1.015 | 1.979 | 0.950 | 2.069 | 0.885 | 2.162 | 0.821 | 2.257 |
| 35 | 1.402 | 1.519 | 1.343 | 1.584 | 1.283 | 1.653 | 1.222 | 1.726 | 1.160 | 1.803 | 1.097 | 1.884 | 1.034 | 1.967 | 0.971 | 2.054 | 0.908 | 2.144 | 0.845 | 2.236 |
| 36 | 1.411 | 1.525 | 1.354 | 1.587 | 1.295 | 1.654 | 1.236 | 1.724 | 1.175 | 1.799 | 1.114 | 1.877 | 1.053 | 1.957 | 0.991 | 2.041 | 0.930 | 2.127 | 0.868 | 2.216 |
| 37 | 1.419 | 1.530 | 1.364 | 1.590 | 1.307 | 1.655 | 1.249 | 1.723 | 1.190 | 1.795 | 1.131 | 1.870 | 1.071 | 1.948 | 1.011 | 2.029 | 0.951 | 2.112 | 0.891 | 2.198 |
| 38 | 1.427 | 1.535 | 1.373 | 1.594 | 1.318 | 1.656 | 1.261 | 1.722 | 1.204 | 1.792 | 1.146 | 1.864 | 1.088 | 1.939 | 1.029 | 2.017 | 0.970 | 2.098 | 0.912 | 2.180 |
| 39 | 1.435 | 1.540 | 1.382 | 1.597 | 1.328 | 1.658 | 1.273 | 1.722 | 1.218 | 1.789 | 1.161 | 1.859 | 1.104 | 1.932 | 1.047 | 2.007 | 0.990 | 2.085 | 0.932 | 2.164 |
| 40 | 1.442 | 1.544 | 1.391 | 1.600 | 1.338 | 1.659 | 1.285 | 1.721 | 1.230 | 1.786 | 1.175 | 1.854 | 1.120 | 1.924 | 1.064 | 1.997 | 1.008 | 2.072 | 0.952 | 2.149 |
| 45 | 1.475 | 1.566 | 1.430 | 1.615 | 1.383 | 1.666 | 1.336 | 1.720 | 1.287 | 1.776 | 1.238 | 1.835 | 1.189 | 1.895 | 1.139 | 1.958 | 1.089 | 2.022 | 1.038 | 2.088 |
| 50 | 1.503 | 1.585 | 1.462 | 1.628 | 1.421 | 1.674 | 1.378 | 1.721 | 1.335 | 1.771 | 1.291 | 1.822 | 1.246 | 1.875 | 1.201 | 1.930 | 1.156 | 1.986 | 1.110 | 2.044 |
| 55 | 1.528 | 1.601 | 1.490 | 1.641 | 1.452 | 1.681 | 1.414 | 1.724 | 1.374 | 1.768 | 1.334 | 1.814 | 1.294 | 1.861 | 1.253 | 1.909 | 1.212 | 1.959 | 1.170 | 2.010 |
| 60 | 1.549 | 1.616 | 1.514 | 1.652 | 1.480 | 1.689 | 1.444 | 1.727 | 1.408 | 1.767 | 1.372 | 1.808 | 1.335 | 1.850 | 1.298 | 1.894 | 1.260 | 1.939 | 1.222 | 1.984 |
| 65 | 1.567 | 1.629 | 1.536 | 1.662 | 1.503 | 1.696 | 1.471 | 1.731 | 1.438 | 1.767 | 1.404 | 1.805 | 1.370 | 1.843 | 1.336 | 1.882 | 1.301 | 1.923 | 1.266 | 1.964 |
| 70 | 1.583 | 1.641 | 1.554 | 1.672 | 1.525 | 1.703 | 1.494 | 1.735 | 1.464 | 1.768 | 1.433 | 1.802 | 1.401 | 1.837 | 1.369 | 1.873 | 1.337 | 1.910 | 1.305 | 1.948 |
| 75 | 1.598 | 1.652 | 1.571 | 1.680 | 1.543 | 1.709 | 1.515 | 1.739 | 1.487 | 1.770 | 1.458 | 1.801 | 1.428 | 1.834 | 1.399 | 1.867 | 1.369 | 1.901 | 1.339 | 1.935 |
| 80 | 1.611 | 1.662 | 1.586 | 1.688 | 1.560 | 1.715 | 1.534 | 1.743 | 1.507 | 1.772 | 1.480 | 1.801 | 1.453 | 1.831 | 1.425 | 1.861 | 1.397 | 1.893 | 1.369 | 1.925 |
| 85 | 1.624 | 1.671 | 1.600 | 1.696 | 1.575 | 1.721 | 1.550 | 1.747 | 1.525 | 1.774 | 1.500 | 1.801 | 1.474 | 1.829 | 1.448 | 1.857 | 1.422 | 1.886 | 1.396 | 1.916 |
| 90 | 1.635 | 1.679 | 1.612 | 1.703 | 1.589 | 1.726 | 1.566 | 1.751 | 1.542 | 1.776 | 1.518 | 1.801 | 1.494 | 1.827 | 1.469 | 1.854 | 1.445 | 1.881 | 1.420 | 1.909 |
| 95 | 1.645 | 1.687 | 1.623 | 1.709 | 1.602 | 1.732 | 1.579 | 1.755 | 1.557 | 1.778 | 1.535 | 1.802 | 1.512 | 1.827 | 1.489 | 1.852 | 1.465 | 1.877 | 1.442 | 1.903 |
| 100 | 1.654 | 1.694 | 1.634 | 1.715 | 1.613 | 1.736 | 1.592 | 1.758 | 1.571 | 1.780 | 1.550 | 1.803 | 1.528 | 1.826 | 1.506 | 1.850 | 1.484 | 1.874 | 1.462 | 1.898 |
| 150 | 1.720 | 1.746 | 1.706 | 1.760 | 1.693 | 1.774 | 1.679 | 1.788 | 1.665 | 1.802 | 1.651 | 1.817 | 1.637 | 1.832 | 1.622 | 1.847 | 1.608 | 1.862 | 1.594 | 1.877 |
| 200 | 1.758 | 1.778 | 1.748 | 1.789 | 1.738 | 1.799 | 1.728 | 1.810 | 1.718 | 1.820 | 1.707 | 1.831 | 1.697 | 1.841 | 1.686 | 1.852 | 1.675 | 1.863 | 1.665 | 1.874 |

Fuente: GUJARATI, Damodar N, PORTER, Dawn C, Econometría 5º Edición, Editorial McGraw Hill, (México, 2010), pág. 888.

Tabla A.3: Ejemplo de base de datos, productos Listerine Cool Mint, Fresh Burst y Gold, 77 datos.

| time | COOL MINT | | | | | | | | | | | | FRESH BURST | | | | | | | | | | | | GOLD | | | | | | | | | | | |
|----------|-------------|---------|------|----------|--------|------|------------|--------|------|------------|--------|------|-------------|--------|------|-------|--------|------|-------|--------|------|-------|--------|------|-------|--------|------|-------|--------|------|-------|--------|------|-----|--|--|
| | 16.9(500ml) | | | 33.8(1l) | | | 50.7(1.5l) | | | 8.5(250ml) | | | 3.2(95ml) | | | 16.9 | | | 33.8 | | | 50.7 | | | 16.9 | | | 33.8 | | | 50.7 | | | | | |
| unidades | precio | Display | Feat | price | disp | feat | price | disp | feat | price | disp | feat | price | disp | feat | price | disp | feat | price | disp | feat | price | disp | feat | price | disp | feat | price | disp | feat | price | disp | feat | | | |
| 1 | 8773 | 5.01 | 0 | 0 | \$6.06 | 1% | 0 | \$7.95 | 1% | 66% | \$3.96 | 0 | 0 | \$2.47 | 0 | 0 | \$5.00 | 0 | 0 | \$6.05 | 1% | 0 | \$7.95 | 0 | 0 | \$5.01 | 0% | 0 | \$6.04 | 0% | 0 | \$7.95 | 2% | 0 | | |
| 2 | 8849 | 4.99 | 0.01 | 0 | \$6.17 | 1% | 0 | \$7.03 | 2% | 0 | \$3.95 | 0 | 0 | \$2.47 | 0 | 0 | \$5.00 | 0 | 0 | \$6.16 | 1% | 0 | \$7.96 | 1% | 61% | \$4.99 | 0% | 0 | \$6.14 | 1% | 0% | \$7.05 | 1% | 0% | | |
| 3 | 9077 | 5 | 0 | 0 | \$6.17 | 1% | 0 | \$7.90 | 2% | 67% | \$3.96 | 0% | 0% | \$2.47 | 0% | 0% | \$5.01 | 0 | 0 | \$6.18 | 1% | 0 | \$7.89 | 1% | 0 | \$4.98 | 0 | 0 | \$6.15 | 1% | 0 | \$7.89 | 1% | 0 | | |
| 4 | 8324 | 4.94 | 0 | 0 | \$6.16 | 2% | 0 | \$6.04 | 2% | 0 | \$3.96 | 0 | 0 | \$2.47 | 0 | 0 | \$4.94 | 0 | 0 | \$6.16 | 0% | 0 | \$7.96 | 1% | 66% | \$4.94 | 0% | 0 | \$6.14 | 1% | 0% | \$6.06 | 1% | 0% | | |
| 5 | 19030 | 3.1 | 0 | 0.78 | \$6.09 | 0% | 81% | \$7.95 | 3% | 0% | \$3.95 | 0% | 0% | \$2.47 | 0% | 0% | \$4.91 | 0 | 70% | \$6.06 | 1% | 0 | \$7.94 | 1% | 0 | \$3.12 | 0% | 65% | \$6.06 | 1% | 0% | \$7.94 | 1% | 0% | | |
| 6 | 7842 | 4.97 | 0 | 0 | \$4.57 | 2% | 0 | \$7.89 | 1% | 64% | \$3.96 | 0 | 0 | \$2.47 | 0 | 0 | \$4.98 | 0 | 0 | \$6.11 | 2% | 66% | \$7.88 | 0% | 0% | \$4.97 | 0% | 0 | \$4.57 | 1% | 0% | \$7.87 | 1% | 0% | | |
| 7 | 7567 | 5.01 | 0 | 0 | \$6.13 | 0% | 76% | \$6.05 | 1% | 53% | \$3.95 | 0% | 0% | \$2.47 | 0% | 0% | \$5.00 | 0 | 0 | \$6.14 | 0% | 0 | \$7.96 | 0% | 60% | \$4.99 | 0% | 0 | \$6.10 | 0% | 0% | \$6.07 | 1% | 0% | | |
| 8 | 10400 | 4.9 | 0 | 0.69 | \$6.16 | 0% | 0 | \$7.95 | 1% | 0% | \$3.96 | 0 | 72% | \$2.47 | 0 | 61% | \$4.91 | 0 | 56% | \$6.16 | 0% | 58% | \$7.94 | 0% | 46% | \$4.93 | 0% | 53% | \$6.14 | 0% | 49% | \$7.94 | 1% | 44% | | |
| 9 | 25091 | 3.07 | 0 | 0.86 | \$6.12 | 1% | 80% | \$7.96 | 1% | 0% | \$3.95 | 0% | 0% | \$2.47 | 0% | 0% | \$4.91 | 0 | 77% | \$6.11 | 0% | 0 | \$7.96 | 0% | 0% | \$3.14 | 0% | 60% | \$6.11 | 0% | 0% | \$7.97 | 1% | 0% | | |
| 10 | 9824 | 4.96 | 0 | 0 | \$4.56 | 3% | 59% | \$7.89 | 1% | 69% | \$3.96 | 0% | 0% | \$2.47 | 0% | 0% | \$4.95 | 0 | 0% | \$6.11 | 1% | 64% | \$7.91 | 1% | 0% | \$4.96 | 0% | 0% | \$4.54 | 1% | 0% | \$7.90 | 0% | 0% | | |
| 11 | 9714 | 5.01 | 0 | 0 | \$6.11 | 0% | 77% | \$6.07 | 1% | 53% | \$3.95 | 0% | 0% | \$2.47 | 0% | 0% | \$4.98 | 0 | 0% | \$6.12 | 1% | 42% | \$7.96 | 1% | 67% | \$4.99 | 0% | 0% | \$6.07 | 0% | 42% | \$6.10 | 0% | 0% | | |
| 12 | 8723 | 4.99 | 0 | 0.66 | \$6.09 | 0% | 78% | \$7.96 | 1% | 0% | \$3.95 | 0% | 75% | \$2.47 | 0% | 62% | \$4.99 | 0 | 53% | \$6.09 | 0% | 58% | \$7.94 | 1% | 47% | \$5.00 | 0% | 52% | \$6.08 | 0% | 47% | \$7.96 | 0% | 47% | | |
| 13 | 7702 | 4.95 | 0 | 0 | \$4.57 | 0% | 0% | \$7.92 | 1% | 0% | \$3.95 | 0% | 0% | \$2.47 | 0% | 0% | \$4.93 | 0 | 0% | \$6.12 | 0% | 63% | \$7.94 | 0% | 0% | \$4.95 | 0% | 0% | \$4.57 | 0% | 0% | \$7.94 | 1% | 0% | | |
| 14 | 18338 | 3.55 | 0 | 0.8 | \$6.12 | 0% | 4% | \$7.91 | 1% | 76% | \$3.96 | 0% | 0% | \$2.48 | 0% | 0% | \$4.99 | 0 | 68% | \$6.13 | 0% | 0% | \$7.93 | 1% | 0% | \$3.60 | 0% | 55% | \$6.11 | 0% | 0% | \$7.93 | 1% | 0% | | |
| 15 | 6862 | 4.99 | 0 | 0 | \$6.01 | 0% | 82% | \$6.05 | 1% | 59% | \$3.96 | 0% | 0% | \$2.48 | 0% | 0% | \$4.97 | 0 | 0% | \$6.00 | 0% | 2% | \$7.96 | 1% | 66% | \$4.98 | 0% | 0% | \$5.99 | 0% | 45% | \$6.11 | 1% | 0% | | |
| 16 | 13089 | 4.86 | 0 | 0.76 | \$6.15 | 0% | 0% | \$7.96 | 1% | 0% | \$3.95 | 0% | 77% | \$2.48 | 0% | 61% | \$4.83 | 0 | 64% | \$6.14 | 1% | 67% | \$7.96 | 1% | 54% | \$4.86 | 0% | 57% | \$6.13 | 0% | 57% | \$7.94 | 1% | 54% | | |
| 17 | 37415 | 3.13 | 0 | 0.92 | \$6.16 | 1% | 78% | \$7.98 | 1% | 0% | \$3.94 | 0 | 0% | \$2.48 | 0% | 0% | \$4.99 | 0 | 92% | \$6.14 | 1% | 0% | \$7.97 | 1% | 0% | \$3.14 | 0% | 90% | \$6.10 | 1% | 0% | \$7.97 | 1% | 0% | | |
| 18 | 12413 | 4.98 | 0 | 0.66 | \$6.14 | 1% | 62% | \$7.91 | 2% | 65% | \$3.96 | 0% | 78% | \$2.47 | 0% | 65% | \$4.99 | 0 | 58% | \$6.14 | 0% | 63% | \$7.91 | 0% | 61% | \$4.97 | 0% | 51% | \$6.14 | 0% | 57% | \$7.90 | 1% | 52% | | |
| 19 | 6563 | 4.97 | 0 | 0 | \$5.95 | 1% | 80% | \$6.05 | 1% | 0% | \$3.96 | 0% | 0% | \$2.48 | 0% | 0% | \$4.98 | 0 | 0% | \$5.94 | 1% | 45% | \$7.97 | 1% | 52% | \$4.98 | 0% | 0% | \$5.94 | 1% | 38% | \$6.07 | 0% | 0% | | |
| 20 | 7738 | 4.87 | 0 | 0 | \$4.55 | 1% | 0% | \$7.94 | 1% | 0% | \$3.96 | 0% | 0% | \$2.48 | 0% | 0% | \$4.86 | 0 | 0% | \$6.14 | 0% | 64% | \$7.95 | 1% | 0% | \$4.89 | 0% | 0% | \$4.54 | 0% | 0% | \$7.94 | 1% | 0% | | |
| 21 | 34992 | 3.03 | 0 | 0.9 | \$6.13 | 0% | 68% | \$7.98 | 2% | 53% | \$3.95 | 0% | 0% | \$2.48 | 0% | 0% | \$4.99 | 0 | 88% | \$6.12 | 0% | 0% | \$7.98 | 0% | 0% | \$3.07 | 0% | 72% | \$6.13 | 0% | 0% | \$7.98 | 1% | 0% | | |
| 22 | 7839 | 4.78 | 0 | 0.57 | \$6.16 | 0% | 0% | \$7.97 | 2% | 0% | \$3.96 | 0% | 71% | \$2.48 | 0% | 59% | \$5.01 | 0 | 50% | \$6.15 | 1% | 52% | \$7.98 | 2% | 48% | \$4.83 | 0% | 54% | \$6.15 | 1% | 47% | \$7.97 | 1% | 46% | | |
| 23 | 29679 | 2.55 | 0 | 0.85 | \$6.01 | 1% | 81% | \$7.97 | 0% | 0% | \$3.96 | 0% | 0% | \$2.51 | 0% | 0% | \$4.99 | 0 | 82% | \$5.97 | 0% | 0% | \$7.94 | 2% | 0% | \$2.57 | 0% | 0% | \$5.98 | 1% | 0% | \$7.95 | 1% | 0% | | |
| 24 | 6021 | 4.49 | 0 | 0 | \$4.54 | 3% | 0% | \$7.84 | 1% | 73% | \$3.96 | 0% | 0% | \$2.57 | 0% | 0% | \$4.99 | 0 | 0% | \$6.16 | 1% | 66% | \$7.85 | 1% | 0% | \$4.50 | 0% | 0% | \$4.53 | 3% | 0% | \$7.88 | 1% | 0% | | |
| 25 | 6198 | 5.18 | 0 | 0 | \$5.95 | 1% | 76% | \$6.06 | 2% | 53% | \$3.96 | 0% | 0% | \$2.58 | 0% | 0% | \$5.19 | 0 | 0% | \$5.94 | 0% | 0% | \$7.85 | 1% | 66% | \$5.19 | 0% | 0% | \$5.94 | 0% | 0% | \$6.11 | 2% | 0% | | |
| 26 | 7682 | 5.19 | 0 | 0.61 | \$5.93 | 1% | 83% | \$7.93 | 1% | 0% | \$3.96 | 0% | 74% | \$2.58 | 0% | 59% | \$5.19 | 0 | 47% | \$5.92 | 0% | 59% | \$7.93 | 1% | 47% | \$5.19 | 0% | 53% | \$5.92 | 0% | 50% | \$7.92 | 1% | 51% | | |
| 27 | 6000 | 4.42 | 0 | 0 | \$4.56 | 6% | 0% | \$7.94 | 1% | 0% | \$3.96 | 0% | 0% | \$2.58 | 0% | 0% | \$5.19 | 0 | 0% | \$6.16 | 4% | 67% | \$7.95 | 1% | 0% | \$4.46 | 1% | 0% | \$4.54 | 3% | 0% | \$7.94 | 1% | 0% | | |
| 28 | 25957 | 2.57 | 0 | 0.85 | \$5.85 | 1% | 77% | \$7.96 | 1% | 0% | \$3.96 | 0% | 0% | \$2.58 | 0% | 0% | \$5.19 | 0% | 78% | \$6.16 | 0% | 0% | \$7.95 | 1% | 0% | \$2.58 | 0% | 70% | \$5.80 | 0% | 0% | \$7.95 | 1% | 0% | | |
| 29 | 5080 | 4.55 | 0 | 0 | \$4.57 | 0% | 0% | \$7.88 | 1% | 68% | \$3.96 | 0% | 0% | \$2.58 | 0% | 0% | \$5.19 | 0% | 0% | \$6.16 | 0% | 61% | \$7.89 | 0% | 0% | \$4.55 | 0% | 0% | \$4.56 | 0% | 0% | \$7.88 | 1% | 0% | | |
| 30 | 5775 | 5.16 | 0 | 0 | \$5.84 | 0% | 0% | \$6.06 | 1% | 0% | \$3.96 | 0% | 0% | \$2.58 | 0% | 0% | \$5.17 | 0% | 0% | \$6.16 | 0% | 0% | \$7.89 | 0% | 58% | \$5.19 | 0% | 0% | \$5.83 | 0% | 0% | \$6.06 | 1% | 0% | | |
| 31 | 6392 | 5.52 | 0.01 | 0 | \$4.57 | 1% | 75% | \$7.90 | 2% | 61% | \$3.96 | 0% | 0% | \$2.58 | 0% | 0% | \$5.19 | 0% | 0% | \$6.16 | 0% | 0% | \$7.88 | 0% | 0% | \$4.56 | 0% | 0% | \$4.55 | 0% | 0% | \$7.86 | 2% | 0% | | |
| 32 | 9418 | 5.17 | 0 | 0.68 | \$5.98 | 2% | 0% | \$7.87 | 2% | 0% | \$3.96 | 1% | 77% | \$2.57 | 0% | 65% | \$5.22 | 0% | 55% | \$5.95 | 0% | 61% | \$7.86 | 2% | 55% | \$5.21 | 0% | 52% | \$5.95 | 1% | 56% | \$7.88 | 2% | 52% | | |
| 33 | 6207 | 5.17 | 0 | 0 | \$5.93 | 1% | 0% | \$6.06 | 3% | 0% | \$3.95 | 0% | 0% | \$2.57 | 0% | 0% | \$5.21 | 0% | 0% | \$5.92 | 0% | 0% | \$7.88 | 3% | 0% | \$5.21 | 1% | 0% | \$5.93 | 1% | 0% | \$6.08 | 3% | 0% | | |
| 34 | 8940 | 4.73 | 0 | 0 | \$5.26 | 3% | 84% | \$6.95 | 5% | 0% | \$3.66 | 0% | 0% | \$2.34 | 0% | 0% | \$5.22 | 0% | 0% | \$6.16 | 2% | 0% | \$7.88 | 5% | 0% | \$4.82 | 0% | 0% | \$5.48 | 1% | 0% | \$7.30 | 4% | 0% | | |
| 35 | 5791 | 5.21 | 0 | 0 | \$4.54 | 1% | 78% | \$7.82 | 2% | 65% | \$3.96 | 0% | 0% | \$2.57 | 0% | 0% | \$5.22 | 0% | 0% | \$6.16 | 1% | 68% | \$7.85 | 2% | 0% | \$5.22 | 0% | 0% | \$4.54 | 2% | 60% | \$7.89 | 1% | 0% | | |
| 36 | 10269 | 5.23 | 0.01 | 0.7 | \$5.97 | 4% | 0% | \$7.88 | 3% | 71% | \$3.95 | 1% | 76% | \$2.57 | 0% | 65% | \$5.23 | 0% | 57% | \$5.97 | 3% | 66% | \$7.89 | 3% | 55% | \$5.23 | 0% | 52% | \$5.96 | 3% | 56% | \$7.89 | 2% | 52% | | |
| 37 | 6569 | 5.12 | 0.01 | 0 | \$5.98 | 3% | 0% | \$6.06 | 4% | 0% | \$3.96 | 1% | 0% | \$2.57 | 0% | 0% | \$5.05 | 0% | 0% | \$5.98 | 1% | 0% | \$7.89 | 3% | 60% | \$5.12 | 0% | 0% | \$5.97 | 2% | 0% | \$6.13 | 3% | 0% | | |
| 38 | 12012 | 2.68 | 0.01 | 0.69 | \$5.89 | 4% | 62% | \$7.88 | 2% | 0% | \$3.96 | 0% | 0% | \$2.57 | 0% | 0% | \$5.05 | 1% | 81% | \$6.16 | 1% | 0% | \$7.85 | 1% | 0% | \$2.59 | 1% | 72% | \$5.87 | 3% | 0% | \$7.86 | 3% | 0% | | |
| 39 | 8135 | 4.53 | 0.01 | 0.5 | \$4.57 | 3% | 74% | \$7.91 | 2% | 59% | \$3.96 | 0% | 0% | \$2.58 | 0% | 0% | \$5.05 | 1% | 36% | \$6.16 | 3% | 52% | \$7.93 | 0% | 0% | \$4.51 | 0% | 37% | \$4.54 | 3% | 0% | \$7.91 | 2% | 0% | | |
| 40 | 9505 | 5.13 | 0.01 | 0.67 | \$5.98 | 3% | 0% | \$7.95 | 2% | 0% | \$3.96 | 1% | 72% | \$2.57 | 0% | 61% | \$5.11 | 0% | 50% | \$5.96 | 2% | 58% | \$7.94 | 1% | 51% | \$5.15 | 0% | 50% | \$5.95 | 3% | 50% | \$7.93 | 3% | 51% | | |
| 41 | 23895 | 3.05 | 0.02 | 0.83 | \$5.98 | 4% | 58% | \$7.84 | 1% | 70% | \$3.96 | 1% | 0% | \$2.57 | 0% | 0% | \$5.11 | 1% | 76% | \$5.96 | 2% | 0% | \$7.84 | 1% | 0% | \$3.06 | 2% | 71% | \$5.93 | 2% | 0% | \$7.89 | 1% | 0% | | |
| 42 | 5960 | 5.15 | 0.03 | 0 | \$6.00 | 4% | 74% | \$6.06 | 2% | 57% | \$3.96 | 0% | 0% | \$2.57 | 0% | 0% | \$5.10 | 0% | 0% | \$5.98 | 3% | 41% | \$7.98 | 0% | 60% | \$5.13 | 1% | 0% | \$5.97 | 3% | 44% | \$6.08 | 1% | 47% | | |
| 43 | 9206 | 5.22 | 0.03 | 0.65 | \$6.00 | 6% | 0% | \$7.94 | 1% | 0% | \$3.96 | 0% | 73% | \$2.58 | 0% | 62% | \$5.22 | 2% | 51% | \$5.98 | 2% | 63% | \$7.92 | 0% | 54% | \$5.20 | 2% | 47% | \$5.97 | 5% | 51% | \$7.91 | 3% | 53% | | |
| 44 | 6624 | 5.21 | 0.03 | 0 | \$5.97 | 2% | 75% | \$7.92 | 3% | 49% | \$3.95 | 0% | 0% | \$2.57 | 0% | 0% | \$5.20 | 2% | 0% | \$5.95 | 1% | 0% | \$7.90 | 1% | 0% | \$5.21 | 0% | 0% | \$5.93 | 2% | 0% | \$7.88 | 2% | 0% | | |
| 45 | 7226 | 4.93 | 0.02 | 0.6 | \$5.14 | 3% | 58% | \$7.22 | 2% | 73% | \$3.66 | 0% | 76% | \$2.36 | 0% | 64% | \$5.20 | 3% | 48% | \$6.16 | 3% | 59% | \$7.98 | 1% | 42% | \$4.96 | 1% | 45% | \$5.39 | 5% | 48% | \$7.25 | 2% | 46% | | |
| 46 | 6459 | 5.1 | 0.02 | 0 | \$6.00 | 4% | 0% | \$6.03 | 2% | 0% | \$3.96 | 2% | 0% | \$2.58 | 0% | 0% | \$5.09 | 1% | 0% | | | | | | | | | | | | | | | | | |

Tabla A.4: Continuación del ejemplo de base de datos.

| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|-----|-------|------|------|------|--------|----|-----|--------|----|-----|--------|----|-----|--------|----|-----|--------|----|-----|--------|----|-----|--------|----|-----|--------|----|-----|--------|----|-----|--------|----|-----|
| 78 | 10026 | 5.14 | 0.03 | 0.69 | 55.99 | 3% | 66% | 57.94 | 1% | 53% | 53.96 | 0% | 78% | \$2.64 | 0% | 60% | \$5.10 | 1% | 49% | 55.98 | 1% | 56% | \$7.93 | 0% | 48% | \$5.15 | 0% | 49% | \$5.99 | 1% | 46% | \$7.93 | 0% | 47% |
| 79 | 25800 | 3.16 | 0.05 | 0.88 | 55.94 | 2% | 81% | 57.94 | 1% | 45% | 53.96 | 0% | 72% | \$2.63 | 0% | 59% | \$5.10 | 1% | 81% | 55.91 | 0% | 49% | \$7.94 | 1% | 44% | \$3.17 | 1% | 74% | \$5.88 | 1% | 39% | \$7.95 | 2% | 43% |
| 80 | 8149 | 4.63 | 0.05 | 0.63 | \$4.65 | 3% | 72% | \$7.91 | 1% | 56% | \$3.95 | 0% | 75% | \$2.63 | 0% | 61% | \$5.10 | 1% | 46% | \$6.16 | 1% | 65% | \$7.90 | 1% | 41% | \$4.63 | 0% | 47% | \$4.63 | 2% | 56% | \$7.92 | 1% | 37% |
| 81 | 9532 | 4.73 | 0.02 | 0.65 | \$5.23 | 1% | 64% | \$6.83 | 1% | 77% | \$3.68 | 0% | 78% | \$2.41 | 0% | 63% | \$5.19 | 1% | 47% | \$6.16 | 0% | 54% | \$7.98 | 0% | 51% | \$4.84 | 1% | 48% | \$5.21 | 1% | 44% | \$6.84 | 0% | 48% |
| 82 | 7066 | 5.21 | 0.01 | 0.6 | \$5.97 | 1% | 0% | \$6.10 | 1% | 0% | \$3.96 | 0% | 77% | \$2.63 | 0% | 63% | \$5.19 | 0% | 42% | \$5.95 | 1% | 44% | \$7.98 | 1% | 72% | \$5.22 | 0% | 44% | \$5.97 | 1% | 39% | \$6.12 | 2% | 67% |
| 83 | 10353 | 4.71 | 0 | 0 | \$5.23 | 2% | 80% | \$7.90 | 1% | 59% | \$3.96 | 0% | 0% | \$2.63 | 0% | 0% | \$5.19 | 1% | 0% | \$6.16 | 2% | 0% | \$7.91 | 1% | 0% | \$5.03 | 0% | 0% | \$5.62 | 1% | 0% | \$7.91 | 1% | 0% |
| 84 | 11670 | 5.15 | 0.01 | 0.7 | \$5.99 | 2% | 0% | \$7.94 | 0% | 0% | \$3.96 | 0% | 81% | \$2.63 | 0% | 62% | \$5.14 | 0% | 56% | \$5.98 | 1% | 64% | \$7.95 | 0% | 51% | \$5.18 | 2% | 49% | \$5.98 | 1% | 51% | \$7.95 | 0% | 48% |
| 85 | 21928 | 3.19 | 0 | 0.85 | \$5.98 | 1% | 77% | \$7.92 | 0% | 63% | \$3.95 | 0% | 0% | \$2.63 | 0% | 0% | \$5.19 | 0% | 77% | \$5.96 | 1% | 0% | \$7.92 | 0% | 0% | \$3.34 | 0% | 52% | \$5.98 | 0% | 0% | \$7.92 | 1% | 0% |
| 86 | 10050 | 4.66 | 0 | 0.65 | \$5.22 | 2% | 82% | \$6.98 | 1% | 65% | \$3.64 | 0% | 82% | \$2.50 | 0% | 59% | \$5.22 | 0% | 47% | \$6.16 | 1% | 60% | \$7.98 | 0% | 54% | \$4.93 | 0% | 43% | \$5.53 | 1% | 45% | \$7.95 | 0% | 51% |
| 87 | 11686 | 5.21 | 0 | 0.71 | \$5.94 | 2% | 86% | \$7.95 | 1% | 58% | \$3.96 | 0% | 83% | \$2.63 | 0% | 59% | \$5.22 | 0% | 54% | \$5.92 | 0% | 66% | \$7.94 | 1% | 53% | \$5.22 | 0% | 50% | \$5.94 | 1% | 53% | \$7.94 | 0% | 54% |
| 88 | 11306 | 4.61 | 0 | 0.71 | \$4.60 | 3% | 60% | \$7.87 | 1% | 74% | \$3.96 | 0% | 78% | \$2.64 | 0% | 58% | \$5.22 | 0% | 54% | \$6.16 | 1% | 71% | \$7.87 | 1% | 49% | \$4.65 | 0% | 47% | \$4.63 | 1% | 50% | \$7.91 | 0% | 48% |
| 89 | 6674 | 5.22 | 0 | 0.57 | \$5.95 | 2% | 77% | \$6.18 | 1% | 52% | \$3.95 | 0% | 78% | \$2.63 | 0% | 78% | \$2.63 | 0% | 38% | \$5.92 | 0% | 40% | \$7.98 | 1% | 66% | \$5.23 | 0% | 43% | \$5.95 | 0% | 40% | \$6.28 | 1% | 45% |
| 90 | 8357 | 4.99 | 0.01 | 0.62 | \$5.13 | 2% | 62% | \$7.22 | 1% | 75% | \$3.65 | 0% | 81% | \$2.45 | 0% | 61% | \$5.21 | 0% | 45% | \$6.16 | 1% | 61% | \$7.98 | 1% | 42% | \$5.00 | 0% | 47% | \$5.39 | 0% | 40% | \$7.25 | 1% | 45% |
| 91 | 6805 | 5.22 | 0.01 | 0.6 | \$5.99 | 3% | 80% | \$6.15 | 0% | 63% | \$3.96 | 1% | 79% | \$2.63 | 0% | 58% | \$5.23 | 0% | 40% | \$5.98 | 1% | 43% | \$7.98 | 0% | 66% | \$5.23 | 0% | 45% | \$5.99 | 1% | 43% | \$6.24 | 2% | 46% |
| 92 | 11033 | 5.15 | 0 | 0.71 | \$5.99 | 2% | 0% | \$7.94 | 0% | 0% | \$4.05 | 0% | 79% | \$2.69 | 0% | 61% | \$5.15 | 0% | 54% | \$5.98 | 1% | 65% | \$7.93 | 0% | 54% | \$5.17 | 0% | 49% | \$5.98 | 2% | 54% | \$7.23 | 1% | 55% |
| 93 | 19942 | 3.26 | 0.01 | 0.84 | \$5.97 | 2% | 80% | \$7.95 | 1% | 58% | \$4.13 | 0% | 0% | \$2.72 | 1% | 0% | \$5.23 | 0% | 73% | \$5.95 | 0% | 0% | \$7.94 | 1% | 0% | \$3.32 | 0% | 62% | \$5.93 | 1% | 0% | \$7.91 | 0% | 0% |
| 94 | 8082 | 4.91 | 0.01 | 0.6 | \$5.07 | 2% | 78% | \$7.39 | 1% | 61% | \$3.79 | 0% | 79% | \$2.53 | 0% | 60% | \$5.23 | 0% | 50% | \$6.16 | 0% | 65% | \$7.98 | 0% | 48% | \$4.67 | 0% | 50% | \$5.35 | 2% | 47% | \$6.84 | 1% | 49% |
| 95 | 10179 | 5.23 | 0.02 | 0.68 | \$5.98 | 1% | 0% | \$7.94 | 1% | 0% | \$4.15 | 1% | 76% | \$2.72 | 0% | 61% | \$5.23 | 0% | 48% | \$5.97 | 1% | 60% | \$7.93 | 1% | 50% | \$5.22 | 0% | 48% | \$5.98 | 3% | 49% | \$7.94 | 1% | 54% |
| 96 | 7066 | 5.21 | 0.02 | 0 | \$5.96 | 1% | 61% | \$7.90 | 2% | 71% | \$4.15 | 1% | 0% | \$2.72 | 0% | 0% | \$5.23 | 1% | 0% | \$5.97 | 0% | 0% | \$7.88 | 2% | 0% | \$5.23 | 0% | 0% | \$5.97 | 1% | 0% | \$7.89 | 1% | 0% |
| 97 | 6647 | 5.23 | 0.01 | 0.59 | \$5.95 | 2% | 77% | \$6.19 | 2% | 62% | \$4.15 | 0% | 74% | \$2.79 | 0% | 66% | \$5.22 | 1% | 36% | \$5.92 | 0% | 41% | \$7.98 | 1% | 60% | \$5.22 | 0% | 41% | \$5.93 | 1% | 35% | \$6.20 | 2% | 60% |
| 98 | 10270 | 4.71 | 0.01 | 0.66 | \$5.33 | 2% | 0% | \$6.85 | 2% | 0% | \$3.83 | 0% | 77% | \$2.83 | 0% | 55% | \$5.23 | 0% | 48% | \$6.16 | 1% | 60% | \$7.98 | 0% | 51% | \$4.79 | 0% | 47% | \$5.29 | 2% | 50% | \$6.84 | 2% | 49% |
| 99 | 8287 | 5.03 | 0.01 | 0 | \$5.99 | 1% | 0% | \$7.95 | 2% | 0% | \$4.15 | 0% | 0% | \$2.83 | 0% | 0% | \$5.23 | 0% | 0% | \$6.16 | 0% | 0% | \$7.94 | 1% | 0% | \$5.04 | 0% | 0% | \$5.08 | 1% | 0% | \$7.94 | 2% | 0% |
| 100 | 7450 | 5.23 | 0.02 | 0 | \$5.99 | 3% | 79% | \$7.96 | 1% | 62% | \$4.15 | 0% | 0% | \$2.83 | 0% | 0% | \$5.23 | 0% | 0% | \$5.97 | 0% | 0% | \$7.95 | 0% | 0% | \$5.23 | 0% | 0% | \$5.97 | 2% | 0% | \$7.95 | 1% | 0% |
| 101 | 9938 | 5.23 | 0.02 | 0.67 | \$5.97 | 3% | 76% | \$7.93 | 1% | 63% | \$4.15 | 0% | 78% | \$2.82 | 0% | 56% | \$5.22 | 3% | 47% | \$5.96 | 1% | 62% | \$7.93 | 2% | 51% | \$5.23 | 0% | 48% | \$5.95 | 2% | 49% | \$7.93 | 0% | 50% |
| 102 | 10634 | 4.67 | 0.02 | 0.67 | \$5.16 | 3% | 63% | \$6.85 | 1% | 73% | \$3.80 | 0% | 79% | \$2.57 | 0% | 56% | \$5.23 | 3% | 48% | \$6.16 | 2% | 59% | \$7.98 | 1% | 52% | \$4.71 | 0% | 48% | \$5.13 | 3% | 48% | \$6.86 | 0% | 52% |
| 103 | 7173 | 5.23 | 0.02 | 0.61 | \$5.97 | 5% | 76% | \$6.13 | 2% | 60% | \$4.15 | 0% | 76% | \$2.82 | 0% | 54% | \$5.23 | 2% | 40% | \$5.95 | 1% | 44% | \$7.98 | 2% | 61% | \$5.22 | 0% | 45% | \$5.97 | 1% | 38% | \$6.11 | 1% | 61% |
| 104 | 10481 | 4.67 | 0.01 | 0.65 | \$5.27 | 3% | 0% | \$6.87 | 3% | 0% | \$3.84 | 0% | 78% | \$2.83 | 0% | 53% | \$2.22 | 2% | 47% | \$6.16 | 2% | 58% | \$7.98 | 3% | 50% | \$4.75 | 0% | 49% | \$5.25 | 2% | 48% | \$6.83 | 1% | 49% |
| 105 | 8707 | 4.99 | 0.02 | 0 | \$5.03 | 5% | 78% | \$7.93 | 0% | 61% | \$4.15 | 0% | 0% | \$2.82 | 0% | 0% | \$4.99 | 1% | 0% | \$6.16 | 1% | 0% | \$7.92 | 1% | 0% | \$4.99 | 0% | 0% | \$5.02 | 1% | 0% | \$7.92 | 1% | 0% |
| 106 | 10678 | 5.23 | 0.03 | 0.69 | \$5.98 | 3% | 63% | \$7.88 | 1% | 74% | \$4.15 | 2% | 77% | \$2.83 | 1% | 54% | \$5.24 | 2% | 48% | \$5.96 | 2% | 62% | \$7.89 | 2% | 50% | \$5.24 | 0% | 43% | \$5.96 | 4% | 47% | \$7.88 | 1% | 46% |
| 107 | 7101 | 5.22 | 0.02 | 0.61 | \$5.94 | 3% | 74% | \$6.14 | 1% | 57% | \$4.15 | 1% | 75% | \$2.83 | 1% | 52% | \$5.23 | 2% | 41% | \$5.96 | 3% | 42% | \$7.98 | 2% | 64% | \$5.22 | 1% | 42% | \$5.94 | 1% | 33% | \$6.13 | 2% | 61% |
| 108 | 10648 | 4.71 | 0.01 | 0.68 | \$5.29 | 6% | 79% | \$6.96 | 4% | 57% | \$3.87 | 1% | 75% | \$2.83 | 0% | 50% | \$5.24 | 2% | 47% | \$6.16 | 2% | 56% | \$7.98 | 2% | 46% | \$4.76 | 0% | 46% | \$5.26 | 4% | 45% | \$6.95 | 1% | 46% |
| 109 | 11355 | 5.03 | 0.02 | 0.73 | \$5.96 | 3% | 0% | \$8.14 | 3% | 0% | \$4.24 | 0% | 77% | \$2.83 | 0% | 57% | \$5.03 | 1% | 54% | \$5.94 | 0% | 62% | \$8.12 | 3% | 46% | \$5.03 | 1% | 51% | \$5.95 | 4% | 49% | \$8.10 | 2% | 47% |
| 110 | 7772 | 4.99 | 0.03 | 0 | \$5.09 | 5% | 52% | \$8.10 | 2% | 71% | \$4.26 | 0% | 0% | \$2.84 | 0% | 0% | \$5.24 | 0% | 0% | \$6.16 | 3% | 0% | \$8.12 | 2% | 0% | \$4.99 | 0% | 0% | \$5.08 | 3% | 0% | \$8.10 | 2% | 0% |
| 111 | 7953 | 4.99 | 0.02 | 0.63 | \$5.99 | 3% | 0% | \$6.18 | 3% | 0% | \$4.26 | 0% | 70% | \$2.84 | 0% | 54% | \$5.24 | 0% | 42% | \$5.99 | 2% | 36% | \$8.12 | 3% | 56% | \$4.99 | 0% | 44% | \$5.98 | 2% | 30% | \$6.20 | 3% | 56% |
| 112 | 9017 | 4.99 | 0.04 | 0 | \$6.00 | 5% | 72% | \$8.16 | 2% | 59% | \$4.26 | 0% | 0% | \$2.85 | 0% | 0% | \$5.24 | 2% | 0% | \$5.99 | 1% | 0% | \$8.15 | 2% | 0% | \$4.99 | 0% | 0% | \$5.99 | 1% | 0% | \$8.15 | 2% | 0% |
| 113 | 10699 | 5.12 | 0.05 | 0.7 | \$5.99 | 5% | 61% | \$8.11 | 4% | 79% | \$4.26 | 1% | 75% | \$2.84 | 0% | 58% | \$5.24 | 4% | 49% | \$5.97 | 2% | 53% | \$8.10 | 3% | 47% | \$5.13 | 0% | 48% | \$5.98 | 3% | 45% | \$8.11 | 1% | 45% |
| 114 | 7490 | 5.24 | 0.03 | 0.62 | \$5.98 | 3% | 70% | \$6.12 | 4% | 56% | \$4.25 | 0% | 73% | \$2.84 | 0% | 58% | \$5.22 | 2% | 41% | \$5.97 | 1% | 43% | \$8.15 | 3% | 68% | \$5.25 | 0% | 45% | \$5.98 | 2% | 40% | \$7.19 | 2% | 51% |
| 115 | 10651 | 4.81 | 0.05 | 0.68 | \$5.32 | 3% | 61% | \$7.05 | 4% | 74% | \$3.96 | 0% | 75% | \$2.85 | 0% | 56% | \$5.24 | 4% | 46% | \$6.16 | 2% | 53% | \$8.15 | 2% | 43% | \$4.87 | 0% | 42% | \$5.28 | 3% | 42% | \$6.05 | 1% | 45% |
| 116 | 6981 | 5.28 | 0.04 | 0.6 | \$5.93 | 3% | 77% | \$6.15 | 5% | 0% | \$4.26 | 0% | 71% | \$2.85 | 0% | 56% | \$5.28 | 1% | 38% | \$5.95 | 1% | 41% | \$8.15 | 2% | 61% | \$5.28 | 0% | 43% | \$5.94 | 2% | 37% | \$6.05 | 4% | 61% |
| 117 | 7501 | 5.05 | 0.04 | 0.6 | \$5.08 | 5% | 63% | \$8.02 | 4% | 74% | \$4.26 | 0% | 0% | \$2.85 | 0% | 0% | \$5.05 | 1% | 42% | \$6.16 | 3% | 57% | \$8.04 | 2% | 0% | \$5.05 | 0% | 42% | \$5.05 | 3% | 47% | \$8.04 | 3% | 0% |
| 118 | 7419 | 5.28 | 0.02 | 0.62 | \$5.96 | 6% | 74% | \$6.15 | 1% | 56% | \$4.26 | 0% | 70% | \$2.85 | 0% | 56% | \$5.28 | 2% | 39% | \$5.95 | 3% | 42% | \$8.15 | 1% | 63% | \$5.28 | 0% | 44% | \$5.95 | 1% | 34% | \$6.17 | 1% | 62% |
| 119 | 10568 | 4.77 | 0 | 0.68 | \$5.28 | 4% | 77% | \$7.10 | 3% | 56% | \$3.94 | 0% | 74% | \$2.84 | 1% | 56% | \$5.28 | 0% | 47% | \$6.16 | 2% | 55% | \$8.15 | 3% | 43% | \$4.84 | 0% | 47% | \$5.26 | 1% | 45% | \$7.04 | 2% | 45% |
| 120 | 10502 | 5.29 | 0.01 | 0.7 | \$5.99 | 4% | 0% | \$8.19 | 1% | 0% | \$4.26 | 1% | 76% | \$2.85 | 0% | 59% | \$5.28 | 1% | 49% | \$5.98 | 3% | 58% | \$8.19 | 2% | 43% | \$5.28 | 1% | 48% | \$5.98 | 2% | 45% | \$8.15 | 2% | 44% |
| 121 | 6648 | 5.29 | 0 | 0 | \$5.98 | 3% | 76% | \$8.18 | 1% | 56% | \$4.26 | 0% | 0% | \$2.85 | 0% | 0% | \$5.28 | 0% | 0% | \$5.97 | 1% | 0% | \$8.17 | 0% | 0% | \$5.28 | 0% | 0% | \$5.96 | 1% | 0% | \$8.19 | 1% | 0% |
| 122 | 10151 | 4.75 | 0.01 | 0.67 | \$5.28 | 3% | 74% | \$7.05 | 1% | 67% | \$3.93 | 1% | 72% | \$2.85 | 0% | 52% | \$5.28 | 0% | 45% | \$6.16 | 2% | 55% | \$8.19 | 0% | 43% | \$4.84 | 0% | 47% | \$5.25 | 2% | 45% | \$7.07 | 1% | 47% |
| 123 | 7633 | 5.04 | 0.01 | 0.63 | \$5.11 | 2% | 74% | \$6.16 | 2% | 56% | \$4.25 | 1% | 66% | \$2.85 | 0% | 54% | \$5.28 | 0% | 40% | \$6.16 | 2% | 51% | \$8.19 | 1% | 54% | \$5.05 | 0% | 43% | \$5.08 | 1% | 43% | \$6.15 | 2% | 61% |
| 124 | 9943 | 4.76 | 0 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |

INDICE BIBLIOGRAFICO

Bibliografía General:

GUJARATI, Damodar N, PORTER, Dawn C, Econometría 5° Edición, Editorial McGraw Hill, (México, 2010).

MONTGOMERY, Douglas C, PECK, Elizabeth A, VINING, Geoffrey G, Introducción al Análisis de Regresión Lineal, 3° Edición, Editorial Continental, (México, 2006).

ZAMORA, Manuel, Estadística Descriptiva e Inferencial, 5° Edición, Editorial Moshera S.R.L., (Lima, 2003).

ANDERSON, David, SWEENEY, Dennis, WILLIAMS, Thomas. Estadística para Administración y Economía, trad. Por Ma. del Carmen Hano Roa, 10° Edición, Editorial Cengage Learning, (México, 2008).

HORNGREN, Charles, DATAR, Srikan, RAJAN, Madhav, Contabilidad de Costos: un enfoque gerencial, 14° Edición, Editorial Pearson (México, 2012).

INDICE

Pag.

| | |
|--------------|---|
| Prologo..... | 1 |
|--------------|---|

CAPITULO I

CONSTRUCCION DEL MODELO DE REGRESION LINEAL

| | |
|---|---|
| 1- Modelo, modelo matemático, modelo determinístico | 2 |
| 2- Diagrama de Dispersión | 2 |
| 3- Regresión Lineal | 4 |
| 4- Método de Mínimos Cuadrados | 5 |
| 5- Coeficientes | 8 |

CAPITULO II

VALIDACIO DEL MODELO: SUPUESTOS DE LA REGRESION LINEAL, TESTS Y CORRECCIONES

| | |
|--|----|
| 1- Linealidad | 13 |
| 2- Esperanza Matemática Nula | 17 |
| 3- Varianza Constante de los Residuos | 18 |
| 4- Independencia de los Residuos | 24 |
| 5- Normalidad de los Residuos | 29 |
| 6- No Colinealidad Entre las Variables | 32 |
| 7- Tests | 35 |
| 8- Estimación de σ^2 | 38 |

| | | |
|----|---|----|
| 9- | Estimación de Intervalos de Confianza | 39 |
|----|---|----|

CAPITULO 3

DESCRIPCION DEL CASO.

| | | |
|----|--------------------|----|
| 1- | Introducción | 42 |
| 2- | Productos | 44 |
| 3- | Variables | 48 |

CAPITULO 4

Análisis de Regresión.

| | | |
|----|---------------------------------|-----|
| 1- | Listerine Cool Mint 500ml | 51 |
| 2- | Listerine Cool Mint 1L | 63 |
| 3- | Listerine Cool Mint 1.5L | 71 |
| 4- | Listerine Cool Mint 250ml | 78 |
| 5- | Listerine Cool Mint 85ml | 85 |
| 6- | Pronósticos | 93 |
| | Conclusión | 104 |
| | Apéndice | 105 |
| | Índice Bibliográfico | 110 |
| | Índice | 111 |