

TESIS DE MAGISTER EN ESTADISTICA APLICADA

**COMPARACION NO PARAMETRICA
DE MAS DE DOS TRATAMIENTOS**

POR

MARTA ADRIANA CORREA ZEBALLOS

COMISION DE SUPERVISION

DR. RAUL PEDRO MENTZ (Director)

DR. JUAN CARLOS ABRIL

DR. ALDO JOSE VIOLLAZ

**INSTITUTO DE INVESTIGACIONES ESTADISTICAS
FACULTAD DE CIENCIAS ECONOMICAS
UNIVERSIDAD NACIONAL DE TUCUMAN**

1994

RESUMEN

En este trabajo se estudia el problema de comparar dos ó más poblaciones desde el punto de vista si son coincidentes ó están trasladadas, cuando las muestras son relacionadas. Enfoques paramétricos tradicionales para llevar a cabo tales comparaciones, son el test t para el caso de dos poblaciones y muestras apareadas, y algunos modelos del análisis de varianza para dos ó más poblaciones, considerando que se satisfacen todos los supuestos que estas técnicas requieren. En caso que no se cumplan algunos de estos supuestos, queda la posibilidad que sea aplicable un test no paramétrico.

Los tests no paramétricos estudiados en este trabajo son: i) Test M^2 de McNemar, ii) Test Q de Cochran y iii) Test de Friedman sin empates (F) y con empates (F^*). Los dos primeros se aplican con datos dicotómicos, siendo el segundo una generalización del primero, y el tercero es para datos medidos al menos en una escala ordinal.

Se estudiaron diversos aspectos relevantes de los tests, determinándose en cada caso la distribución nula exacta del estadístico correspondiente. Para el test de McNemar se determinó la distribución exacta en forma matemática y mediante tablas. Para los otros tests se determinaron solamente las tablas de la distribución nula exacta de los estadísticos. Debido a la complejidad de los cálculos y la gran cantidad

de operaciones que se necesitaba realizar para su obtención, se diseñaron y desarrollaron programas de computación para tal fin. Se hace notar que estas distribuciones, ya sea en forma matemática ó en tablas, no existen en la bibliografía estadística, salvo algunas sugerencias de cómo obtenerlas.

AGRADECIMIENTOS

Deseo manifestar mi más sincero y profundo agradecimiento al Dr. Raúl P. Mentz por dirigirme en esta tesis, por su generosidad, dedicación y sobre todo por la ayuda y confianza que depositó en mi para llevar a cabo este trabajo.

Así mismo hago extensivo este agradecimiento:

A los miembros de la comisión de supervisión, Dr Juan Carlos Abril y Dr. Aldo José Viollaz, por sus consejos y sugerencias.

A mi marido Ing. Ricardo Raúl Gallo, por el apoyo que me brindó en el desarrollo de los programas de computación y por el apoyo y comprensión que supo brindarme a lo largo de toda mi carrera de post-grado y de esta tesis.

A mi gran amiga Magister Mirta S. Santana por sugerirme en su momento el tema de tesis y, por todo el cariño, generosidad y colaboración que me dió desinteresadamente.

A todo el personal del Instituto de Investigaciones Estadísticas de la Facultad de Ciencias Económicas, por el apoyo profesional brindado.

A todas las personas que de alguna manera estuvieron aconsejándome y brindándome generosamente su colaboración en este trabajo.

CAPÍTULO I
INTRODUCCIÓN

1.1. PROBLEMAS DEMOGRÁFICOS, ECONÓMICOS
Y DE VIVIENDA EN LA CIUDAD DE TUCUMÁN

1.2. TIPO DE ESTUDIO PARA LA CIUDAD
DE TUCUMÁN

1.3. OBJETIVOS DE LA TESIS

CAPÍTULO II
ELABORACIÓN DE LOS ÍNDICES
PARA LA CIUDAD DE TUCUMÁN

2.1. INTRODUCCIÓN

2.2. PROCEDIMIENTO PARA LA ELABORACIÓN DE LOS ÍNDICES

2.3. TIPO DE MUESTRA Y LA ENCUESTA

2.4. TIPO DE MUESTRA A CONSIDERAR

2.4.1. Muestreo aleatorio simple

2.4.2. Muestreo sistemático

INDICE

RESUMEN.....	I
AGRADECIMIENTOS.....	III
INDICE.....	V

CAPITULO 1

INTRODUCCION

1.1 PROCEDIMIENTOS ESTADISTICOS PARAMETRICOS Y NO PARAMETRICOS EN LA COMPARACION DE POBLACIONES.....	1
1.2 TIPOS DE MUESTRAS PARA LA COMPARACION DE POBLACIONES.....	5
1.3 CONTENIDO DE LA TESIS.....	6

CAPITULO 2

CLASIFICACION DE LOS MODELOS PARA LA COMPARACION DE POBLACIONES

2.1 INTRODUCCION.....	8
2.2 PROCEDENCIA DEL LOTE DE INDIVIDUOS BAJO ESTUDIO.....	9
2.3 FORMA DE ASIGNACION DE LOS TRATAMIENTOS.....	10
2.4 TIPOS DE MUESTRAS A COMPARAR.....	10
2.4.1 Muestras independientes.....	11
2.4.2 Muestras relacionadas.....	12

2.5 MODELOS PARA LA COMPARACION DE TRATAMIENTOS.....	1
2.5.1 Modelo 1. Procedencia no muestral, Asignación al azar, Muestras independientes.....	1
2.5.2 Modelo 2. Procedencia muestral, Asignación al azar, Muestras independientes.....	1
2.5.3 Modelo 3. Procedencia no muestral, Asignación no al azar, muestras independientes.....	1
2.5.4 Modelo 4. Procedencia muestral, Asignación no al azar, Muestras independientes.....	1
2.5.4.1 Caso 4.1.....	1
2.5.4.2 Caso 4.2.....	1
2.5.5 Modelo 5. Procedencia no muestral, Asignación al azar, Muestras relacionadas.....	20
2.5.6 Modelo 6. Procedencia muestral, Asignación al azar, Muestras relacionadas.....	21
2.5.6.1 Caso 6.1.....	21
2.5.6.2 Caso 6.2.....	21
2.5.6.3 Caso 6.3.....	22
2.5.7 Modelo 7. Procedencia no muestral, Asignación no al azar, Muestras relacionadas.....	23
2.5.8 Modelo 8. Procedencia muestral, Asignación no al azar, muestras relacionadas.....	23
2.6 CONCLUSIONES.....	24

CAPITULO 3

TEST M^2 DE McNEMAR

PARA LA SIGNIFICACION DE LOS CAMBIOS

3.1 INTRODUCCION.....	26
3.2 METODO.....	27
3.3 DISTRIBUCION NULA EXACTA DEL ESTADISTICO M^2 DE McNEMAR.....	31
3.3.1 Deducción matemática de la distribución nula exacta.....	32
3.3.2 Modelo de permutación para la obtención de la distribución nula exacta.....	35
3.3.2.1 Descripción de los programas.....	39
3.3.2.1 Descripción de las tablas.....	40
3.4 CORRECCION POR CONTINUIDAD DE LAS APROXIMACIONES.....	40
3.5 POTENCIA EFICIENCIA.....	41

CAPITULO 4

TEST Q DE COCHRAN

4.1 INTRODUCCION.....	42
4.2 METODO.....	43
4.3 DISTRIBUCION NULA EXACTA DEL ESTADISTICO Q DE COCHRAN.....	44
4.4 DESCRIPCION DE LOS PROGRAMAS.....	51

4.5 DESCRIPCION DE LAS TABLAS.....	52
4.6 APROXIMACION DE LA DISTRIBUCION NULA EXACTA DEL ESTADISTICO Q DEL TEST POR LA DISTRIBUCION JI-CUADRADO CON 2 GRADOS DE LIBERTAD.....	55

CAPITULO 5

TEST DE FRIEDMAN SIN EMPATES (F) Y CON EMPATES (F*) BASADO EN RANGOS PARA EL ANALISIS DE LA VARIANZA DE DOS CLASIFICACIONES

5.1 INTRODUCCION.....	63
5.2 METODO.....	65
5.3 DISTRIBUCION NULA EXACTA DEL ESTADISTICO (F) DE FRIEDMAN SIN EMPATES.....	67
5.3.1 Descripción de las tablas y de los programas para calcular la distribución nula exacta.....	71
5.4 DISTRIBUCION NULA EXACTA DEL ESTADISTICO F* DE FRIEDMAN EN EL CASO DE EMPATES.....	72
5.4.1 Descripción de las tablas y de los programas para calcular la distribución nula exacta.....	81
5.5 DISTRIBUCIONES NULAS APROXIMADAS EN LOS CASOS SIN EMPATES Y CON EMPATES.....	81
5.5.1 Aproximación en el caso sin empates.....	81
5.5.2 Aproximación en el caso con empates.....	83
5.5.3 Corrección por continuidad de las aproximaciones de las distribuciones nulas exactas en los casos	

sin empates y con empates.....	84
5.5.4 Comentarios de tablas y gráficos de los errores de aproximación.....	90

CAPITULO 6

TEST DE FRIEDMAN

EFICIENCIA RELATIVA

COMPARACIONES MULTIPLES-ALTERNATIVAS ORDENADAS

6.1 EFICIENCIA RELATIVA.....	100
6.1.1 Modelos poblacionales.....	100
6.1.2 Eficiencia relativa en general de métodos no paramétricos.....	104
6.1.2.1 Eficiencia relativa.....	105
6.1.2.2 Eficiencia relativa asintótica.....	107
6.1.3 Eficiencia relativa asintótica del test de Friedman con respecto a las alternativas de traslación.....	109
6.2 COMPARACIONES MULTIPLES BASADAS EN EL TEST DE FRIEDMAN.....	111
6.2.1 Comparaciones de todos los tratamientos.....	111
6.2.1.1 Procedimiento.....	111
6.2.1.2 Tasa de error experimental. Definición.....	112
6.2.1.3 Aproximaciones para muestras grandes.....	112
6.2.1.4 Caso de empates.....	112
6.2.1.5 Comentarios.....	114
6.2.2 Comparaciones de todos los tratamientos versus	

un control.....	117
6.2.2.1 Procedimiento.....	117
6.2.2.2 Aproximaciones para muestras grandes.....	118
6.2.2.3 Empates.....	119
6.2.2.4 Comentarios.....	120
6.3 TEST DE DISTRIBUCIONES LIBRES PARA ALTERNATIVAS ORDENADAS BASADO EN EL TEST DE FRIEDMAN: TEST DE PAGE.....	121
6.3.1 Procedimiento.....	121
6.3.2 Empates.....	122
6.3.3 Aproximaciones para muestras grandes.....	122
6.3.4 Empates.....	123
6.3.5 Comentarios.....	124

CAPITULO 7

RESUMEN Y CONCLUSIONES

7.1 IDENTIFICACION DEL PROBLEMA.....	126
7.2 CONTENIDO DE LA TESIS.....	127
7.3 PROYECTOS FUTUROS.....	132

APENDICE 1

TABLA DEL ESTADISTICO M^2 DE McNEMAR

Tabla 1 : Distribución nula exacta del estadístico

M^2 de McNemar	134
------------------------	-----

APENDICE 2

TABLAS DEL ESTADISTICO Q DE COCHRAN

Tabla 1 : Distribución nula exacta del estadístico	
Q para tres tratamientos.....	138
Tabla 2 : Valores críticos del estadístico	
Q para tres tratamientos.....	146
Tabla 3 : Distribución nula exacta del estadístico	
Q para cuatro tratamientos.....	147
Tabla 4 : Valores críticos del estadístico Q para	
cuatro tratamientos.....	160
Tabla 5 : Distribución nula exacta del estadístico	
Q para cinco tratamientos.....	162
Tabla 6 : Valores críticos del estadístico Q para	
cinco tratamientos.....	163

APENDICE 3

TABLAS DEL ESTADISTICO F DE FRIEDMAN SIN EMPATES

TABLAS DEL ESTADISTICO F' DE FRIEDMAN CON EMPATES

Tabla 1 : Distribución nula exacta del estadístico F	
sin empates para tres tratamientos.....	165
Tabla 2 : Distribución nula exacta del estadístico F	
sin empates para cuatro tratamientos.....	166
Tabla 3 : Distribución nula exacta del estadístico F	

para cinco tratamientos.....	167
Tabla 4 : Distribución nula exacta del estadístico F^* con empates para tres tratamientos.....	168
Tabla 5 : Distribución nula exacta del estadístico F^* con empates para cuatro tratamientos.....	173
Tabla 6 : Distribución nula exacta del estadístico F^* con empates para cinco tratamientos.....	181
REFERENCIAS.....	190

CAPITULO 1

INTRODUCCION

1.1 PROCEDIMIENTOS ESTADISTICOS PARAMETRICOS Y NO PARAMETRICOS EN LA COMPARACION DE POBLACIONES

Un caso que se trata frecuentemente en estadística, es el de comparar c ($c \geq 2$) poblaciones, desde el punto de vista si son coincidentes o algunas están trasladadas con respecto a otras. Estas poblaciones pueden ser de dos tipos: fijas ó definidas por la asignación aleatoria de los tratamientos a los individuos. Como ejemplos de poblaciones fijas, supongamos que se quieren comparar variables para empresas de Tucumán, versus las de Salta, las de Jujuy, etc., ó de datos biológicos de fumadores versus no fumadores. En estos casos las variables ó condiciones que se comparan no provienen de tratamientos que pueden ser asignados aleatoriamente a los individuos.

Como ejemplo en que las c poblaciones son definidas por la asignación aleatoria de los individuos a los tratamientos o viceversa, se considera la experiencia de comparar tres tipos de drogas A, B y C. Para llevarla a cabo, $N = n_1 + n_2 + n_3$ individuos se asignan aleatoriamente, n_1 a la droga A, n_2 a la droga B y n_3 a droga C.

En la comparación de las c poblaciones, ya sean fijas ó no, estamos comparando c tratamientos. Con la palabra tratamiento estamos significando cualquiera de una variedad de

acciones que se realizan en dos o mas grupos con el fin de investigarsi sus efectos son distintos o no, por ejemplo: inyección de una droga, propaganda, método nuevo de enseñanza, modificaciones quirúrgicas, etc. En cada caso el grupo que ha recibido el tratamiento es comparado con el que no lo ha experimentado o que ha recibido un tratamiento diferente.

Con el fin de averiguar si existen ó no diferencias entre los tratamientos, se va a hacer uso, si es posible, de un test estadístico. Por ello se hace necesario tener en claro los distintos tipos de variables que se pueden presentar en una investigación, ya que la escala de medición de los datos es uno de los supuestos (como veremos mas adelante) que se debe cumplir para aplicar algún test en particular. Las variables a comparar pueden ser categóricas ó continuas. Las variables categóricas provienen de recuentos y las continuas de mediciones. A su vez las variables categóricas se clasifican en nominales (caso especial las dicotómicas) y ordinales, las continuas se clasifican en de intervalo y de razones.

En la clasificación múltiple para una variable o atributo en una escala nominal, las categorías no están ordenadas en ningún sentido; ejemplos de atributos nominales son el sexo, la ocupación, el país de nacimiento, etc. En las variables o atributos en una escala ordinal, existe un orden entre las categorías. Algunos ejemplos de variables categóricas ordinales son las categorías de ingreso (bajo, medio, alto), clases sociales, nivel de escolaridad (primaria, secundaria,

terciaria, cuaternaria), etc. Cuando se miden variables continuas, la escala puede ser de intervalos, si es posible interpretar las diferencias pero no sus cocientes, como es el caso de las temperaturas, donde el valor cero es fijado arbitrariamente. La escala es de razones cuando ambas comparaciones son posibles pues el valor cero tiene una interpretación adecuada en términos de la variable, es el caso del peso u otras características biológicas, el dinero, el tiempo, etc.

Cabe hacer notar que en muchas investigaciones las variables de medición son continuas, pero por la misma naturaleza del experimento se las puede considerar como variables categóricas, ya sean nominales ú ordinales, tal es el caso de la variable continua peso de un individuo. A los efectos del experimento se desea considerar tres categorías, flaco, normal, y obeso (dando tres valores de cortes para cada categoría). Cuando estamos frente a una situación como la descrita, decimos que la variable subyacente de medición es continua, pero le damos el tratamiento de categórica.

Como dijimos anteriormente, para averiguar si hay un efecto diferencial entre los tratamientos, existen procedimientos estadísticos que se pueden aplicar. Algunos requieren que se cumplan suposiciones detalladas con respecto a la naturaleza de las poblaciones de las que se extrajeron los datos. Por ejemplo los tests t ó F se basan en un conjunto de fuertes suposiciones. Al ser las suposiciones válidas estos tests son los idóneos para rechazar una hipótesis nula falsa.

Estos son tests " paramétricos ". Si la escala de medición de los datos es de razones o por lo menos de intervalos, el enfoque tradicional consiste en el "análisis de la varianza" (ANOVA) paramétrico. Los supuestos estándares de esta técnica son :1) Las variables correspondientes se miden por lo menos en una escala de intervalos.2) Los puntajes u observaciones (respuestas) sean obtenidos independientemente de poblaciones distribuídas normalmente.3) Las poblaciones tienen todas las misma varianza.4) Las esperanzas matemáticas de las poblaciones distribuídas normalmente, son combinaciones lineales de efectos debidos a los tratamientos, es decir que los efectos son aditivos. Hay una literatura estadística muy amplia para tratar este tipo de problemas con distintas variantes y extensiones.

Si un investigador encuentra inadecuada estas suposiciones para sus datos, por ejemplo, si los puntajes no satisfacen el requisito de medición, existen técnicas " no paramétricas" que pueden utilizarse en situaciones análogas. Las técnicas no paramétricas son también conocidas en la literatura estadística con el nombre de técnicas a "libre distribución", ya que no hacen ningún supuesto acerca de la forma de las poblaciones de las que se extrajeron las muestras. A veces se supone que son continuas. Cabe señalar sin embargo que las técnicas no paramétricas también requieren que se cumplan ciertas suposiciones para su validez, las que dependen del test que se desee aplicar. La siguiente tabla muestra en forma general algunas

de las diferencias existentes entre ambas técnicas :

TABLA 1.1 Tabla de comparación de los supuestos de las técnicas ANOVA clásico y las no paramétricas

Anova clásico	No paramétrico
* Escala de intervalos.	*Escala que depende del test.
* Poblaciones Normales (Supuesto de normalidad)	* Poblaciones arbitrarias, a veces su supone que son continuas.
* La esperanza matemática de las poblaciones es lineal en los parámetros (supuesto de linealidad).	* No se considera forma alguna para la esperanza matemática, se comparan las distribuciones.
* Las varianzas de la poblaciones es una constante (parámetro) (supuesto de homocedasticidad).	* La variabilidad de las poblaciones no interviene en el análisis.
* Las observaciones son independientes (supuesto de independencia).	* Las observaciones son independientes.

1.2 TIPOS DE MUESTRAS PARA LA COMPARACION DE POBLACIONES

En el capítulo 2 se realiza una clasificación de los distintos tipos de modelos que se pueden abordar con el fin de comparar c tratamientos. Para esta clasificación se tienen en cuenta los siguientes componentes: i) procedencia del lote de individuos, ii) forma de asignación de los tratamientos, y iii) tipos de muestras a comparar (relacionadas, ó independientes). En la mayoría de la bibliografía estadística, este último componente es el que divide a los modelos en dos grandes grupos que se los suele llamar como "diseños de muestras

relacionadas", y "diseños de muestras independientes". Como ejemplos de tests que se pueden aplicar en cada uno de estos diseños, se pueden mencionar el test de rangos de Wilcoxon para $c=2$, y el de Kruskal-Wallis para $c \geq 2$ (muestras independientes), y el test de McNemar para $c=2$, y el de Friedman para $c \geq 2$ (muestras relacionadas).

En el caso particular de $c=2$ muestras relacionadas corresponde al caso de muestras apareadas.

El diseño de muestras relacionadas se conoce con el nombre de "análisis de la varianza con dos clasificaciones", también llamado "diseño de bloques aleatorizados". El diseño de muestras independientes se conoce con el nombre de "análisis de la varianza de una clasificación".

1.3 CONTENIDO DE LA TESIS

Antes de comenzar con el estudio de los tests para la comparación de más de dos tratamientos, se hace necesario presentar una clasificación de los distintos modelos para comparar c poblaciones. Entre las razones para llevar a cabo dicha clasificación se pueden mencionar: a) aplicabilidad de los posibles tests a adoptar, b) validez de los resultados, c) alcance de la inferencia, y d) aspectos de los tests: poder y eficiencia.

Como antecedente al estudio de la comparación no paramétrica de más de dos tratamientos, están los tests estadísticos no paramétricos de dos muestras, para establecer la diferencia

entre dos tratamientos o si un tratamiento es mejor que otro. Según sean dos muestras relacionadas o independientes, existen distintos test estadísticos no paramétricas para estudiar la significación de los cambios. En el capítulo 3 se hizo especial mención, al test de McNemar para la significación de los cambios en el caso de dos muestras relacionadas y cuando los datos son dicotómicos, donde esta dicotomía puede originarse en una variable categórica ó continua. El test de McNemar puede extenderse para usarse en una investigación que contenga más de dos muestras relacionadas. Una de estas extensiones, es el "test Q de Cochran" , que será analizado en el capítulo 4. En el capítulo 5 se estudiará el "test de Friedman basado en rangos para el análisis de la varianza de dos clasificaciones". Este test es útil cuando los datos de las c muestras relacionadas están al menos en una escala ordinal. En el capítulo 6 se analizará la eficiencia relativa de métodos no paramétricos en general, eficiencia relativa asintótica del test de Friedman y comparaciones múltiples. En el caso de hipótesis alternativas ordenadas se presenta el "test de Page".

En el capítulo 7 se presenta en forma más detallada el contenido de esta tesis.

CAPITULO 2

CLASIFICACION DE LOS MODELOS PARA LA COMPARACION DE POBLACIONES

2.1 INTRODUCCION

Antes de comenzar con la clasificación de los modelos se hace necesario precisar el alcance de algunos términos que se usarán en el capítulo y en el resto del presente trabajo. Los datos de un experimento ó experiencia comparativa, se pueden considerar formando c columnas, una para cada tratamiento, donde cada columna contiene la muestra de datos disponibles del correspondiente tratamiento. Hay N datos en total. Un caso es cuando $N=nc$, donde n es el número de bloques (ver apartado 2.4.2), otro caso es el de c muestras independientes de tamaños n_1, n_2, \dots, n_c , no necesariamente iguales. Se denominará lote al conjunto de N sujetos, que pueden ser la población total bajo estudio, ó una muestra de una población.

La principal razón para intentar la clasificación de los modelos para la comparación de poblaciones en una investigación, es la necesidad de ordenar los distintos diseños que se pueden considerar, con el fin de determinar la aplicabilidad de los posibles tests a adoptar, la validez de los resultados y el alcance de la inferencia bajo el modelo elegido. De esta manera, una adecuada selección del modelo garantiza:

- a) Que las muestras elegidas para el estudio sean compara-

bles (comparabilidad de las muestras).

b) Que el destino de la inferencia esté bien definido.

La clasificación que se propone, se hace atendiendo a la conformación simultánea de lo que consideramos como los tres componentes básicos de los modelos. Estos componentes son:

- i) Procedencia del lote de individuos bajo estudio.
- ii) Forma de asignación de los tratamientos.
- iii) Tipos de muestras a comparar.

Con respecto a la procedencia del lote de individuos bajo estudio, se presentan dos casos, que el lote sea toda la población bajo estudio, ó bien una muestra de una población.

La forma de asignación de los tratamientos, se tienen en cuenta dos posibilidades, al azar o no al azar.

Los tipos de muestras consideradas son dos, independientes y relacionadas.

2.2 PROCEDENCIA DEL LOTE DE INDIVIDUOS BAJO ESTUDIO

El lote de individuos elegidos para llevar a cabo cualquier experiencia, puede constituir toda la población, ó puede ser elegido como una muestra de una población, mediante algún mecanismo. La diferencia está en el alcance de la inferencia, que bajo el primer caso sólo es válida para los sujetos dados, y en el segundo caso se puede extrapolar a la población de la que se extrajo la muestra.

EJEMPLO 1 . Supongamos que se quiere comparar tres métodos de enseñanza.

Capítulo 2 - Clasificación de modelos

Para llevar a cabo tal comparación se consideran los alumnos del sexto grado de una escuela determinada. De un total de treinta alumnos se asignan al azar diez alumnos a cada método. Las tres poblaciones a comparar quedan definidas mediante la asignación aleatoria de los métodos de enseñanzas a los alumnos. En este estudio la inferencia sólo es válida para los alumnos del sexto grado de esta escuela particular.

EJEMPLO 2. Supongamos, como en el ejemplo anterior, se quieren comparar los tres métodos de enseñanza, pero donde se considera una muestra de treinta alumnos del total de alumnos de sexto grado de Tucumán. Procediendo igual que en el caso anterior, se asignan al azar diez alumnos a cada método de enseñanza. Las poblaciones a comparar quedan definidas por la asignación al azar de los tratamientos a los alumnos. El alcance de la validez de los resultados es hacia la población de la que se extrajo la muestra, que es la de todos los alumnos de sexto grado de Tucumán.

2.3 FORMA DE ASIGNACION DE LOS TRATAMIENTOS

Según sea el tipo de experiencia que se quiere llevar a cabo, la asignación de los individuos a los tratamientos puede ser: a) al azar, b) no al azar. En el primer caso decimos que las poblaciones a comparar se definen por la asignación aleatoria de los tratamientos a los individuos, y en el segundo caso, donde los tratamientos están dados en forma natural, decimos que las poblaciones están fijas.

2.4 TIPOS DE MUESTRAS A COMPARAR

2.4.1 Muestras independientes

Tal como se indicó en el apartado 1.2 del capítulo 1, este tipo de diseño se presenta en aquellos casos de comparación de c tratamientos cuando las c muestras de n_i sujetos cada una, con $i=1,2,\dots,c$, no necesariamente iguales, tal que $N=n_1+n_2+\dots+n_c$ es toda la población estudiada, ó bien los N sujetos son una muestra de una población seleccionados por algún procedimiento a los fines del estudio, en donde la característica principal es que sean comparables y simultáneamente no presenten ningún tipo de relación con referencia a los tratamientos a considerar.

EJEMPLO 3 ¹. *Cuatro métodos experimentales diferentes de tratar la esquizofrenia.* (1) Tratamientos semanales de shock, (2) Tratamientos semanales de shock con inhalación de dióxido de carbono, (3) Dos semanas de tratamientos de shock alternadas, con dos semanas de tratamientos con inhalaciones de dióxido de carbono, y (4) Tratamientos usando drogas como tranquilizantes. Estos cuatro tratamientos son comparados para ver si son efectivos. Para llevar a cabo esta experiencia se considera una muestra al azar de pacientes esquizofrénicos de un hospital para enfermos mentales, y se los asigna aleatoriamente a los cuatro tratamientos. Los pacientes son observados durante cuatro semanas de tratamientos para ver si mejoran

¹ Este ejemplo se extrajo de Gibbons, J.D. and Chakraborti, S.(1991). *Nonparametric Statistical Inference*. Marcel Decker, New York.

dados que ellos presentan la misma patología, pero a la vez no presentan ninguna relación en cuanto a los tratamientos a recibir, como sería por ejemplo dividirlos por sexo ó edad, grados de la enfermedad, etc., lo que los convertiría en muestras relacionadas.

2.4.2 Muestras relacionadas

En este tipo de diseños tiene sentido llamar bloques a las filas de una matriz de datos.

Las c muestras de n respuestas cada una, se denominan relacionadas cuando cumplen cualquiera de las dos siguientes condiciones: a) cada muestra se conforma por los mismos n individuos, tal que cada uno de ellos aportan las c respuestas en cada bloque ó b) cada muestra está formada por n individuos, tal que los c individuos por bloque están vinculados con variables comunes (por ejemplo sexo, edad, nivel de inteligencia, etc.) las que están relacionadas con la variable respuesta y con los tratamientos que están siendo comparados.

De esta definición surge una importante característica de las muestras relacionadas y es que el tamaño de cada una de ellas es el mismo, lo que no sucede en el caso de muestras independientes donde pueden ser de distintos tamaños.

Este tipo de agrupamiento adquiere importancia en aquellas situaciones donde la comparación de los c tratamientos es inefectiva debido a que los sujetos bajo estudio son muy variables con respecto a ciertos factores (sexo, edad, estado de gravedad, etc.) que están relacionados, de alguna manera, con

los tratamientos aplicados y con la variable respuesta. De esta forma, cualquier efecto diferencial en los tratamientos puede ser confuso. Con el fin de controlar los factores extraños e incrementar la efectividad de la comparación, se pueden reconsiderar las muestras relacionándolas mediante dichos factores.

Es de hacer notar que en algunas investigaciones en que se comparan c tratamientos, por naturaleza de la propia experiencia se deben considerar muestras relacionadas. Tal es el caso de los diseños de "antes" y "después", donde cada individuo proporciona dos datos, en dos instantes distintos.

Consideraremos dos técnicas para la obtención de muestras relacionadas las que se conocen como de "bloqueo" y de "estratificación". La técnica de bloqueo consiste en dividir a los sujetos bajo estudio en bloques homogéneos en cuanto a las variables que estamos tratando de controlar, y la comparación de los tratamientos se realiza sólo dentro de cada bloque. Estos pueden consistir de c sujetos, relacionados por diseño. Como ejemplo, si tenemos un grupo de estudiantes, se los puede relacionar de acuerdo al grado de inteligencia, edad, etc. En el caso de tener un grupo de pacientes, se los puede relacionar por edad, sexo, grados de la enfermedad, etc. Por otra parte se puede tener un solo sujeto por bloque y éste proporciona c respuestas por bloque. La definición dada para bloque corresponde al caso pareado para $c=2$ tratamientos y es una generalización de este para $c>2$. Cabe hacer notar, que los bloques

pueden ser más generales en cuanto a tamaños, es decir se pueden tener bloques con menos de c observaciones (bloques incompletos) ó más de c observaciones.

La técnica de estratificación consiste en dividir a la población en estratos, mediante alguna variable de estratificación, por ejemplo, sexo, edad, altura, coeficiente de inteligencia, poder adquisitivo, etc. Luego se toma una muestra de tamaño c de cada estrato. De esta manera los individuos de cada muestra quedan relacionados por pertenecer al mismo estrato. La razón para estratificar la población, es la misma que la discutida anteriormente para bloques. Se supone que la población total no es homogénea a los efectos de la comparación de los tratamientos y por lo tanto, las muestras no van a resultar comparables si no se produce la estratificación.

2.5 MODELOS PARA LA COMPARACION DE TRATAMIENTOS

De todas las combinaciones posibles de los tres componentes de los modelos se obtienen ocho posibles alternativas que a continuación se analizan.

2.5.1 Modelo 1. Procedencia no muestral, Asignación al azar, Muestras independientes

En este modelo se supone que los N sujetos para el estudio constituyen toda la población bajo estudio, y ellos son asignados al azar, n_1 al tratamiento 1, n_2 al tratamiento 2, n_3 al tratamiento 3, etc. , tal que $n_1+n_2+\dots+n_c=N$, donde c es el número de tratamientos. Las poblaciones a comparar quedan

definidas por la asignación aleatoria de los sujetos a los tratamientos, y además las c muestras de resultados a comparar son independientes. El alcance de la inferencia de los resultados es válida sólo para este grupo fijo de sujetos.

EJEMPLO 4.² *Una nueva droga.* Un hospital de salud mental, desea testar la efectividad de una nueva droga, de la que se sostiene que tiene un efecto beneficioso sobre algunos desórdenes emocionales ó mentales. Hay cinco pacientes en este hospital sufriendo este desorden en aproximadamente el mismo grado. En realidad, este número sería típicamente muy pequeño para obtener resultados significativos. De estos cinco pacientes, tres son seleccionados al azar a recibir la nueva droga, y los otros dos sirven como controles es decir se les dá un placebo, píldoras que no contienen componentes activos. Por otro lado ni los pacientes ni el personal conocen cuáles de ellos están tomando la nueva droga. De esta manera se elimina la posibilidad de efectos psicológicos que podrían resultar de tal conocimiento. Las poblaciones a comparar son las definidas por la asignación aleatoria de los tratamientos a los pacientes, y la efectividad ó no de los tratamientos va a ser válida sólo para estos pacientes.

2.5.2 Modelo 2. Procedencia muestral, Asignación al azar, Muestras independientes

Los N sujetos son una muestra la azar de una población, y

² Este ejemplo se extrajo de Lehmann, E.L. (1975). *Nonparametric: Statistical Methods Based on Ranks*, Holden-Day, San Francisco.

son asignados al azar , n_1 al tratamiento 1 , n_2 al tratamiento 2 etc., tal que $n_1+n_2+\dots+n_c=N$. Es decir las poblaciones que vamos a comparar están definidas por la asignación aleatoria de los tratamientos a los sujetos bajo estudio, y además las c muestras de resultados son independientes. El alcance de la inferencia de los resultados es hacia la población de la que se extrajo la muestra de tamaño N .

2.5.3 Modelo 3. Procedencia no muestral, Asignación no al azar, Muestras independientes

Este es un modelo muy particular, que considera problemas donde la aleatorización de los tratamientos a los sujetos es imposible, y donde el proceso de muestreo tampoco es posible. Como por ejemplo el caso de dos observatorios que realizan mediciones independientes de velocidad, temperatura, distancia, etc. Se considera que los valores en la secuencia de mediciones variarán y darán la apariencia de aleatoriedad. Las fuentes de estas variaciones son fluctuaciones en las condiciones (tales como temperatura, humedad, etc.) en las que se realizan las mediciones, también fluctuaciones psicológicas y fisiológicas en el observador. Los efectos combinados de estas fluctuaciones hacen que las mediciones retraten las características de una variación aleatoria, la que puede ser razonablemente representada por variables aleatorias. Estos casos son tratados como el problema de dos muestras independientes.

Existen otros diseños muy especiales que cumplen con estas dos características, y se los conoce en la bibliografía con el nombre de "Estudios Observacionales". Son estudios donde aspectos de una situación existente son observados a los efectos de tratar de comprender qué es lo que está sucediendo, como por ejemplo el caso de un estudio clínico, donde por lo general se realiza con pacientes que están a mano.

2.5.4 Modelo tipo 4. Procedencia muestral, Asignación no al azar, Muestras independientes

Consideraremos dos casos que cumplen con la combinación de estos tres componentes.

2.5.4.1 Caso 4.1

En este modelo se comparan c subpoblaciones fijas, considerando muestras al azar de tamaños dados de cada una de ellas. Estas subpoblaciones son las que surgen de dividir la población original de acuerdo a los tratamientos que se quieren comparar. A modo de ejemplo, consideremos todos los estudiantes de la Universidad de Tucumán, y supongamos que se quiere comparar los datos biológicos de los fumadores versus los no fumadores. El tratamiento (fumar) es el que divide a la población original en dos subpoblaciones. Debido a que los tratamientos no son asignados al azar a los sujetos, no se puede afirmar que exista una relación causal entre los tratamientos aplicados y la variable respuesta, sino simplemente

una asociación. Este es otro aspecto diferencial con respecto al modelo tipo 2 donde se asignan aleatoriamente los tratamientos a los sujetos y allí si se puede concluir que existe relación causal entre los tratamientos y la variable respuesta.

EJEMPLO 5.³ *Factores psicológicos y cáncer.* Para ver si las variaciones encontrada en el comportamiento del mismo tipo de cáncer en diferentes individuos están vinculadas con factores psicológicos, se ha realizado una comparación entre un grupo de pacientes cuya enfermedad es progresivamente rápida y descontrolada (muestra I), y un grupo de pacientes cuya enfermedad es lenta y fácilmente controlable (muestra II). A cada sujeto se le dió un test psicológico. Si los valores negativos son muy altos para el puntaje, se consideró que indicaba una fuerte tenencia a presentar la apariencia de serenidad, mientras que valores bajos, de ese mismo puntaje, indicaba que había un gran stress. Para llevar a cabo esta experiencia se consideró que los dos grupos de respuestas son muestras al azar de las dos subpoblaciones: pacientes cuya enfermedad es progresivamente rápida, y pacientes cuya enfermedad es progresivamente lenta.

Este es un ejemplo donde las dos subpoblaciones están fijas debido a que los tratamientos no son asignados al azar, porque el ser paciente con enfermedad progresivamente rápida o lenta es una característica propia de los mismos y estos tratamientos no pueden ser asignados al azar.

³ Este Ejemplo se extrajo de Lehmann, E.L.(1975). *Nonparametric Statistical Methods Based on Ranks*, Holden-Day, San Francisco.

2.5.4.2 Caso 4.2

En el caso 4.1, se comparan c subpoblaciones fijas, para lo cual se consideran c muestras de tamaños fijos, una de cada subpoblación.

Por razón de una mayor sencillez, también es posible considerar una muestra al azar de tamaño N de la población total, conduciendonos luego a muestras con tamaños muestrales aleatorios n_1, n_2, \dots, n_c , de las c subpoblaciones a comparar. Sin embargo condicionalmente, dados los valores n_1, n_2, \dots, n_c , las distribuciones de las respuestas, serán exactamente las mismas, como si se hubieran extraído muestras de tamaños fijos n_1, \dots, n_c , de cada población. En otras palabras, cualquiera sea el método adoptado los resultados obtenidos tendrán igual grado de validez.

EJEMPLO 6.⁴ Un investigador educacional desea estudiar la influencia que tiene el nivel de educación de las madres, sobre el grado de interés de las mismas en la escuela a donde concurren sus hijos. Como una medida del nivel de educación se usa el grado educacional completado por cada madre, y como medida del grado de interés por la escuela de sus hijos, se usa el número de visitas voluntarias que cada madre realiza a la escuela durante el período escolar, el interés por las clases, las reunio-

⁴Este ejemplo se extrajo de Siegel, S. and Castellan, N.J.(1988). *Nonparametric Statistics for the behavioral Sciences*, 2nd ed., McGraw-Hill Book Company, New York.

nes de padres, las charlas iniciadas por si mismas con el personal docente y directivo del establecimiento, etc. Se toma una muestra al azar del 10% de los 440 chicos inscriptos en la escuela, de estos se obtienen los nombres de las 44 madres, quienes luego componen la muestra. Cada madre es clasificada de acuerdo a los ocho niveles de instrucciones especificados (tratamientos), y a cada una de ellas se les midió el grado de interés en la escuela de sus hijos.

Como "conclusión" de estos cuatro primeros modelos podemos decir que todos los procedimientos y resultados obtenidos bajo el primer modelo son válidos para los otros tres, pero en algunos casos se deben tener en cuenta ciertas consideraciones para garantizar sus aplicabilidades. Como por ejemplo, la distribución nula de los rangos en la comparación de dos ó más tratamientos obtenida bajo el modelo 1, es válida para los modelos 2 y 4 caso 4.1. Esta misma distribución se aplica para el modelo 4 caso 4.2 pero como una distribución condicional por las razones explicadas en dicho modelo oportunamente. Al modelo 3 se le dá el mismo tratamiento que a los modelos 2 y 4.

2.5.5 Modelo 5. Procedencia no muestral, Asignación al azar, Muestras relacionadas

En este modelo se considera un lote de $N=nc$ (c es el número de tratamientos) sujetos, los que constituyen toda la

población, se los agrupa formando los bloques de acuerdo a las variables que se quiera controlar (sexo, edad, nivel de instrucción, etc.), a los efectos de poder comparar los tratamientos. Los tratamientos son asignados al azar a los sujetos dentro de cada bloque. Si el bloque está formado por el mismo sujeto, el orden de aplicación de los tratamientos es al azar. Las poblaciones a comparar quedan definidas por la asignación al azar de los 2 tratamientos a los sujetos. El alcance de la inferencia de los resultados sólo es válida para los sujetos bajo estudio.

2.5.6 Modelo 6. Procedencia muestral, Asignación al azar, Muestras relacionadas

Se va a enunciar tres casos que cumplen con la combinación de los tres componentes mencionados.

2.5.6.1 Caso 6.1

Supongamos que los bloques representan diferentes laboratorios hospitalares o diferentes profesores o doctores, para los cuales $N=cn$ sujetos son tomados al azar de una población grande π , luego son asignados c al azar a cada bloque. El alcance de la inferencia es hacia la población de la que se extrajo la muestra.

2.5.6.2 Caso 6.2

Se considera que los pacientes de distintos hospitales o de doctores diferentes, o estudiantes en una gran diversidad de escuelas, a menudo provienen de estratos sociales dife-

rentes con variadas religiones, educación, niveles de ingreso, grados de instrucción, etc. Por ello es más razonable estratificar la población original, donde cada estrato va a representar a un diferente hospital, doctor o escuela, etc. Luego se consideran muestras de tamaños c (número de tratamientos) de los distintos estratos. La razón para estratificar la población es la homogeneidad de los sujetos dentro de los bloques. La población total se supone que es mucho menos homogénea que el estrato individual.

En este modelo, al estratificar la población y al considerar una muestra de cada estrato, los sujetos que conforman los distintos bloques son luego relacionados por pertenecer al mismo estrato.

2.5.6.3 Caso 6.3

En el caso 6.1 se supone que los bloques están fijos y los sujetos son asignados al azar a ellos. A su vez los bloques pueden ser tomados de una población de bloques, por ejemplo en los tests de los gustos donde el bloque es un sujeto comparando un número de sabores ,o en los ejemplos del caso 6.1 cuando los hospitales, profesores, doctores, etc., han sido tomados al azar de alguna población. Es decir se supone que la población está formada por bloques de tamaños c , donde se considera una muestra al azar de ellos.

En cualquiera de estos modelos las poblaciones a comparar quedan definidas por la asignación al azar de los tratamientos a los sujetos.

2.5.7 Modelo 7. Procedencia no muestral, Asignación no al azar, Muestras relacionadas

Este modelo tiene las mismas características del modelo 5, excepto que los tratamientos no son asignados al azar a los sujetos, ellos están dados en forma natural, por lo tanto las poblaciones a comparar están fijas. Este es el caso de los diseños de "Antes" y "Después", donde cada sujeto proporciona dos datos en dos instantes distintos. Este modelo también adquiere mucha importancia, cuando se comparan tratamientos donde uno de ellos es un tratamiento control, y donde las mediciones se relizan sobre un mismo sujeto. La inferencia de los resultados bajo este modelo sólo es válida para este grupo de sujetos.

2.5.8 Modelo 8 . Procedencia muestral, Asignación no al azar, Muestras relacionadas

Se pueden considerar tres casos, los que son similares a los del modelo 6, enunciados anteriormente, excepto por el hecho de que los tratamientos no son asignados al azar.

Al igual que en el modelo 7, son muy útiles en los casos de comparación de dos ó más tratamientos donde hay un tratamiento control, y sobre todo cuando cada sujeto proporciona c datos (c es número de tratamientos). A diferencia del modelo tipo 6, el alcance de la inferencia de los resultados es hacia la ó las poblaciones de las que se extrajeron los datos.

2.6 CONCLUSIONES

Cuando un investigador ha diseñado una experiencia donde trata de comparar dos ó más tratamientos para ver si son diferentes ó no, tiene claramente identificado los tres componentes básicos de los modelos, esto es, la procedencia del lote de individuos bajo estudio, forma de asignación de los tratamientos, y tipo de muestras a comparar, y como consecuencia tiene definido el modelo respectivo. Con esta identificación se consigue satisfacer buena parte de los interrogantes como ser:

- i) test a aplicar
- ii) validez de la inferencia
- iii) posibilidad de considerar el poder y eficiencia de los tests

Como ejemplo de la primera de estas consideraciones se pueden mencionar los tests de McNemar, Cochran, y Friedman, que se estudiarán en los capítulos siguientes, siendo aplicables cuando los tipos de muestras son relacionadas. Como ejemplo de la segunda consideración, está el hecho de que cuando el lote de individuos es toda la población la inferencia es válida para los sujetos bajo estudio, mientras que si este lote constituye una muestra de una población, las conclusiones son válidas para la población muestreada.

Respecto a la última consideración se debe mencionar que sólo es posible considerar el poder y la eficiencia de los

tests cuando el lote de individuos bajo estudio constituye una muestra de una población dada.

Los tests no paramétricos que se estudiarán en los capítulos siguientes, todos los resultados obtenidos para ellos son válidos bajo cualquiera de los modelos cuando las muestras son relacionadas.

CAPITULO 3
TEST DE M^2 McNEMAR
PARA LA SIGNIFICACION DE LOS CAMBIOS

3.1 INTRODUCCION

El test de McNemar para la significación de los cambios es particularmente apropiado para los diseños de antes y después en los que se usa a cada persona como su propio control. También es aplicable cuando se quiere comparar dos tratamientos diferentes asignados al azar o no, a pares de individuos relacionados. Las mediciones se realizan al menos en una escala nominal. Más específicamente podemos decir que este test es apropiado para datos dicotómicos, donde la dicotomía puede originarse en una variable categórica ó en una variable continua. Así, podría usarse para probar los efectos del desplazamiento del campo a la ciudad en la afiliación política de la gente. Este es un diseño de antes y después en el que se usa a cada persona como su propio control y donde no se asignan aleatoriamente los tratamientos a los sujetos.

Considerando otro ejemplo, supongamos que se quieren comparar dos Tratamientos " Quimioterapia " y " Cirugía" para un tipo particular de cáncer. Se considera un diseño de pares relacionados. Los participantes son relacionados de acuerdo a las siguientes variables: estado del cáncer, edad y estado mental del paciente. Se consideran las tasas de sobrevivencia al cabo de los tres años de aplicados los tratamientos. Dentro

de cada par cada individuo es seleccionado aleatoriamente a recibir uno de los dos tratamientos.

De esta manera se puede enunciar una gran cantidad de experiencias donde este test se puede aplicar.

3.2 METODO

Hay poblaciones que están formadas por dos clases, por ejemplo masculino y femenino, tiene la enfermedad y no la tiene, etc. En tales casos todas las observaciones posibles de la población caerán en una u otra de las dos categorías ó clases. De esta manera podemos decir que las mediciones realizadas en una escala nominal tienen como caso particular a las dicotomías. Estas pueden estar basadas en una variable discreta o continua.

Supongamos que existe una dicotomía (E y E^C) y supongamos que se quiere registrar cuál es la posición de una persona en dos instantes. Esta persona en un instante dado puede pertenecer a E con una cierta probabilidad. Sea X_1 la variable aleatoria que registra la posición de la persona en el instante t_1 , que toma los valores 0 (no pertenece a E) y 1 (si pertenece a E). Para el instante t_2 , se define una variable aleatoria X_2 que toma los mismos valores que X_1 . Por lo tanto, consideradas conjuntamente estamos frente a una población formada por cuatro clases conjuntas mutuamente excluyentes con probabilidades $p_{ij} \geq 0$ para $i, j = 0, 1$. El modelo probabi-

lístico es:

$p_{ij} = P(X_1=i, X_2=j)$, $i, j=0, 1$, donde $p_{ij} \geq 0$ para todo i, j que en forma tabular es :

		X_2		
		0	1	
X_1	0	p_{00}	p_{01}	$p_{0+} = p_{00} + p_{01}$
	1	p_{10}	p_{11}	$p_{1+} = p_{10} + p_{11}$
		$p_{+0} =$ $p_{00} + p_{10}$	$p_{+1} =$ $p_{01} + p_{11}$	$1 = p_{00} + p_{01} + p_{10} + p_{11}$

Este modelo probabilístico es un modelo teórico que representa la distribución de la población.

Estamos interesados en determinar si existen ó no diferencias entre los tratamientos, ó si hay diferencias entre el comportamiento de antes y después. La hipótesis nula H_0 de que no hubo cambios entre las situaciones antes y después, ó que no hay diferencias entre los tratamientos, puede escribirse alternativamente como $H_0: p_{+1} = p_{1+}$ ó $H_0: p_{0+} = p_{+0}$, pues $p_{+1} = 1 - p_{+0}$ y $p_{1+} = 1 - p_{0+}$.

En el primer caso, p_{+1} y p_{1+} tienen a p_{11} como sumando común, y en el otro caso, p_{0+} y p_{+0} tiene a p_{00} como sumando común. Es decir que la hipótesis nula dada en términos de probabilidades marginales es equivalente a la hipótesis nula reformulada en términos de las probabilidades conjuntas :

$$H_0 : p_{01} = p_{10}$$

donde p_{01} es la probabilidad de cambiar de E^C a E , y p_{10} es la

probabilidad de cambiar de E a E^C . Aquí no intervienen las probabilidades conjuntas p_{00} y p_{11} de permanecer en la misma situación. Una nueva alternativa de formular esta hipótesis nula en términos de probabilidades condicionales es :

$$H_0 : p^*_{01} = p^*_{10} = 1/2, \quad p^*_{01} = \frac{p_{01}}{p_{01} + p_{10}}, \quad p^*_{10} = \frac{p_{10}}{p_{01} + p_{10}}$$

donde p^*_{01} es la probabilidad de cambiar de E^C a E , dado que se cambió , y p^*_{10} es la probabilidad de cambiar de E a E^C dado que se cambió.

Dadas n observaciones muestrales independientes de esta población, la tabla de frecuencias observadas se denota como sigue:

TABLA 3.1 Tabla de frecuencias a doble entrada para testar la significación de los cambios

		DESPUES	
		0	1
ANTES	0	A	B
	1	C	D

B y C son las frecuencias observadas de respuestas (0,1) y (1,0) respectivamente, y A y D las frecuencias de casos que no registraron cambios en sus respuestas antes y después, tal que $n=A+B+C+D$.

El estadístico propuesto por McNemar es:

$$\begin{aligned}
 (3.2) \quad M^2 &= \frac{\left(B - \frac{B+C}{2} \right)^2}{\frac{B+C}{2}} + \frac{\left(C - \frac{B+C}{2} \right)^2}{\frac{B+C}{2}} \\
 &= \frac{(B-C)^2}{(B+C)}
 \end{aligned}$$

que puede interpretarse como el estadístico del tipo " ji-cuadrado " (del test ji-cuadrado de independencia), formado al comparar solamente las frecuencias observadas de cambios B y C con su valor esperado $(B+C)/2$, cuando los dos tipos de cambios (de E a E^C y de E^C a E) son igualmente probables y cuando se consideran tan sólo las $n_1 = B+C$ observaciones para las que se registraron cambios.

La distribución muestral conforme a H_0 del estadístico M^2 dado por la fórmula (3.2), es asintóticamente distribuída como una ji-cuadrado con un grado de libertad (g.l.=1). La demostración de esta teorema está en Lehmann(1975).

Del análisis precedente, resulta que este test puede considerarse del tipo condicional, pues las frecuencias observadas A y D son descartadas del estudio. A diferencia de este análisis, Jonsson (1993) consideró un test no condicional en el que se tienen en cuenta los valores de A y D. En particular distingue el caso $A=D=0$ del caso en que al menos A o D es diferente de cero. Dentro de este contexto, demuestra que la

distribución del test condicional dado anteriormente en (3.2), es coincidente con el test no condicional que él desarrolla para el caso $A=D=0$. No es así cuando al menos una observación se registra en las celdas $(0,0)$ ó $(1,1)$: en este caso él obtiene una distribución distinta de la que derivamos a continuación, que depende de las frecuencias de las cuatro celdas.

3.3 DISTRIBUCION NULA EXACTA DEL ESTADISTICO M^2 DE McNEMAR

La distribución nula exacta se puede obtener de dos maneras, matemáticamente y usando la tabla de la distribución binomial, ó bién usando el modelo de permutación (generación con computadora). Cabe señalar que la metodología usada en este modelo permite obtener la distribución nula exacta sin desorrollar todas las permutaciones posibles, y hace uso de la distribución binomial para calcular las probabilidades. Este modelo resulta de fácil aplicación para el test de McNemar, donde se tienen dos tratamientos y observaciones de $(0,1)$ y $(1,0)$ solamente. Si se considera la tabla 3.5 dada más adelante, al tener solo información de las celdas $(0,1)$ y $(1,0)$, vamos a tener un éxito por fila. Al aumentar el número de tratamientos, consecuentemente aumentará el número de éxitos por fila, por lo que el cálculo se hace más complejo, como se analizará en el capítulo 4 para el caso particular del test de Cochran (generalización el test de McNemar para más de dos tratamientos), donde esta metodología adquiere mucha importancia.

3.3.1 Deducción matemática de la distribución nula exacta del estadístico M^2

Dado n_1 , $B=b$, $b=0,1,2,\dots,n_1$, B es una variable aleatoria que tiene una distribución binomial con parámetros n_1 y $p=$

$1/2$. Es decir $P[B=b]=P_B[B=b/n_1, 1/2]=\binom{n_1}{b} \left(\frac{1}{2}\right)^{n_1}$, $b=0,1,\dots,n_1$.

El estadístico propuesto por McNemar es :

$$(3.3) \quad M^2 = \frac{(B-C)^2}{B+C} = \frac{(B-C)^2}{n_1} = \frac{(n_1-2B)^2}{n_1},$$

pues $C=n_1-B$. Para n_1 par, los valores posibles del estadístico M^2 son :

$$m = \frac{(n_1-2b)^2}{n_1}, \quad b = \frac{n_1}{2} - 1, \dots, 2, 1, 0.$$

La distribución de probabilidad del estadístico M^2 es:

$$P\left[M^2 = 0\right] = P_B\left(B = \frac{n_1}{2}\right), \quad m=0, \quad b = \frac{n_1}{2}$$

$$P\left[M^2 = m\right] = P_B(B=b) + P_B(B=n_1-b) = 2P_B(B=b \mid n_1, 1/2),$$

$$m = \frac{(n_1-2b)^2}{n_1}, \quad b = \frac{n_1}{2} - 1, \dots, 2, 1, 0$$

La tabla 3.2 muestra en forma tabular la distribución de probabilidades de M^2 para n_1 par.

TABLA 3.2 Distribución de probabilidad del estadístico M^2 de McNemar para n_1 par

m	P ($M^2=m$)
0	$P_B(B=\frac{n_1}{2})$
$\frac{4}{n_1}$	$2P_B(B=\frac{n_1}{2} - 1)$
$\frac{16}{n_1}$	$2P_B(B=\frac{n_1}{2} - 2)$
⋮	⋮
⋮	⋮
⋮	⋮
n_1	$2P_B(B=0)$

Para n_1 impar, los valores posibles del estadístico M^2 son:

$$m = \frac{(n_1 - 2b)^2}{n_1}, \text{ para } b = \frac{n_1-1}{2}, \frac{n_1-3}{2}, \frac{n_1-5}{2}, \dots, 0$$

y la distribución de probabilidad es:

$$P [M^2=m] = 2P_B [B=b / n_1, 1/2]$$

La tabla 3.3 muestra en forma tabular la distribución de probabilidad de M^2 para n_1 impar.

TABLA 3.3 Distribución de probabilidad del estadístico M^2 de McNemar par n_1 impar

$M^2=m$	$P(M^2=m)$
$\frac{1}{n_1}$	$2P(B=\frac{n_1-1}{2})$
$\frac{9}{n_1}$	$2P(B=\frac{n_1-3}{2})$
$\frac{25}{n_1}$	$2P(B=\frac{n_1-5}{2})$
.	.
.	.
$\frac{n_1}{n_1}$	$2P(B=0)$

EJEMPLO 1. Sea $n_1=6$, la tabla de distribución de probabilidades para este caso particular es :

TABLA 3.4 Distribución de probabilidades de M^2 para $n_1=6$

$M^2=m$	$P(M^2=m)$
0	$P_B(B=3)=10/32$
2/3	$2P_B(B=2)=15/32$
8/3	$2P_B(B=1)=6/32$
6	$2P_B(B=0)=1/32$

EJEMPLO 2. Sea $n_1=7$, la distribución de probabilidades del estadístico M^2 para este caso particular está dada en la tabla 3.5 .

TABLA 3.5 Distribución de probabilidades de M^2 para $n_1=7$

$M^2=m$	$P(M^2=m)$
1/7	$2P_B(B=3)=35/64$
9/7	$2P_B(B=2)=21/64$
25/7	$2P_B(B=1)=7/64$
7	$2P_B(B=0)=1/64$

3.3.2 Modelo de permutación para la obtención de la distribución nula exacta del estadístico M^2 de McNemar

La información dada en la tabla 3.1 , también se puede presentar como en la tabla 3.5 .

TABLA 3.5 Pares relacionados con respuestas dicotómicas

ANTES	DESPUES	FRECUENCIA
1	1	A
1	0	B
0	1	C
0	0	D

La distribución nula exacta del estadístico de McNemar se puede obtener bajo el "modelo de permutación". La población se genera por aleatorización. Si los resultados para el i -ésimo individuo consisten en u_i unos y $c-u_i$ ceros donde u_i con $i=1,2, \dots, n$ representa la cantidad de unos por fila y c al número de tratamientos que en este caso particular toma el valor 2. La población de los resultados para este

individuo particular consisten de $\binom{c}{u_i}$ maneras teniendo cada una una probabilidad de $\left[\binom{c}{u_i}\right]^{-1}$. Así si tenemos n individuos independientes para los cuales resultaron en exactamente u_i unos y $c-u_i$ ceros estos constituyen una muestra de la población que resulta de permutar cada una de las n_1 filas.

EJEMPLO 3. Supongamos que para $n=5$ los resultados observados son los siguientes:

1	1
1	0
0	0
0	1
1	0

La población generada con dos unos o dos ceros está formada únicamente por los casos observados. Es decir estas filas no aportan nada a la significación del test. La población de los posibles resultados en la filas donde se observa un éxito (1) consisten de dos posibilidades, como hay independencia entre filas la población total tendrá $2^3 = 8$ posibilidades.

Con este simple ejemplo se pone de manifiesto que, para obtener la distribución nula exacta del estadístico se necesita encontrar todas las posibles configuraciones y así determinar las probabilidades exactas de los distintos valores del estadístico.

La metodología que se enuncia a continuación permite obtener la distribución nula exacta del estadístico sin desarrollar todas las configuraciones mencionadas anteriormente.

Los resultado para un individuo particular pueden resultar en alguna de las cuatro maneras mutuamente excluyentes: $(0,0), (1,0), (0,1), (1,1)$. Se ignoran todos los pares de observaciones que tengan dos ceros o dos éxitos por fila, ya que estos no contribuyen al valor del estadístico. Por lo tanto solo se consideran los pares $(1,0)$ y $(0,1)$. Sea n_1 el número de tales pares, los que constituyen una muestra de la población donde la variable aleatoria \tilde{X} toma dos valores distintos $(1,0)$ y $(0,1)$ con probabilidad $1/2$. Es decir la variable aleatoria \tilde{X} tiene una distribución binomial con probabilidad $p_1 = p_2 = 1/2$.

Para obtener la distribución nula exacta del estadístico M^2 de McNemar se hará uso de la siguiente notación:

Sea $\tilde{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$, la matriz que contiene los pares de valo-

res con exactamente una coordenada unitaria .

Sea p_i la probabilidad de que se presente el par $(1,0)$ o $(0,1)$ respectivamente con $i=1,2$ tal $\sum_{i=1}^2 p_i = 1$.

Sea n_{1j} la frecuencia observada de cada una de las filas de

la matriz A tal que $\sum_{j=1}^2 n_{1j} = n_1$. Bajo el modelo de permutación se considera fijo al número n_1 y la distribución exacta del estadístico M^2 es condicional sobre este número.

Sea $\tilde{N}_1 = (n_{11}, n_{12})'$ el vector cuyas componentes son frecuencias de los casos definidos anteriormente.

Sea $Z_1 = A \cdot \tilde{N}_1$ los totales de columna para una configuración particular.

EJEMPLO 4. Sean los resultados muestrales los siguientes:

1	0
1	0
0	1
0	1
1	0

$$\tilde{N}_1 = (2, 3) \quad Z_1 = (3, 2)'$$

La probabilidad de que se presente el vector \tilde{N}_1 es:

$$\begin{aligned} P_1 &= n_1! \cdot 2^{-n_1} \prod_{j=1}^2 (n_{1j}!)^{-1} \\ &= \frac{n_1!}{n_{11}! n_{12}!} \left(\frac{1}{2} \right)^{n_1} \\ &= \binom{n_1}{n_{11}} \frac{1}{2^{n_{11}}} \cdot \frac{1}{2^{n_1 - n_{11}}} \end{aligned}$$

donde $n_1 = n_{11} + n_{12}$

En conclusión: dado n_1 , para obtener la distribución

exacta del estadístico se deben generar todos los posibles vectores \underline{N}_1 y sus correspondientes vectores \underline{Z}_1 . Para reproducir estos vectores se observan las siguientes características: dado n_1 , las componentes de los correspondientes vectores \underline{N}_1 deben ser menores o iguales a n_1 y su suma debe ser igual a n_1 . Es decir el vector \underline{N}_1 tendrá las siguientes componentes: $(0, n_1), (1, n_1-1), \dots, (n_1, 0)$. En cada una de estas configuraciones se observa que $\sum_{j=1}^2 n_{1j} = n_1$.

Con todo lo expuesto se pone de manifiesto que para obtener la distribución exacta del estadístico M^2 , para distintos valores de n_1 es necesario realizar una gran cantidad de operaciones. Por estas razones se diseñaron y desarrollaron programas de computación para este fin.

EJEMPLO 4 . Se considera el ejemplo 1 dado anteriormente. La tabla de la distribución nula exacta del estadístico M^2 para este caso particular es la siguiente :

TABLA 3.6 Tabla de probabilidades exactas bajo H_0 del estadístico M^2 de McNemar

$M^2=m$	$P[M^2=m]$	$P[M^2 \leq m]$
0	0.3125	0.3125
0.666667	0.46875	0.78125
2.666667	0.1875	0.96875
6	0.03125	1

3.3.2.1 Descripción de los programas

El programa consta de dos módulos, en el primero se generan todas las posibles configuraciones para cada valor de n_1 desde 2 hasta 30, calcula el valor del estadístico, su probabilidad y acumula las frecuencias para cada valor distinto del mismo. Al final del proceso ordena los valores de menor a mayor y computa las probabilidades desacomuladas. El segundo módulo es de impresión con el que se obtienen las tablas para $c=2$ y $n_1=2(1)30$.

3.3.2.2 Descripción de la tabla

La tabla que se describe a continuación está incluida en el apéndice 1 como tabla 1.

La mencionada tabla se presenta para cada valor de n_1 (número de casos que presentaron cambios en sus respuestas). En esta tabla la primera columna representa los distintos valores de M^2 , en la segunda sus probabilidades y en la tercera sus probabilidades desacomuladas. Los valores considerados para n_1 son : 2, 3, ..., 30.

3.4 CORRECCION POR CONTINUIDAD

La aproximación mediante la distribución ji-cuadrado a la distribución muestral del estadístico, es excelente si se hace una corrección por continuidad. La corrección es necesaria porque se usa una distribución continua (ji-cuadrado) para aproximar una distribución discreta (M^2). La aproximación puede ser pobre cuando la frecuencia esperada es pequeña. La corrección por continuidad, es un intento para remover esta

fuentes de error. Incluyendo la corrección por continuidad tenemos que:

$$(3.4) \quad M^2 = \frac{(|B - C| - 1)^2}{B + C}$$

con g.l. = 1. La significación de cualquier valor observado de M^2 , calculado con la fórmula (3.4), se determina con la tabla de los valores críticos de la distribución ji-cuadrado para valores con g.l. de 1 a 30. Si el valor observado de M^2 es igual o mayor que el que aparece en esta tabla, para el nivel de significación particular y g.l. = 1, se debe rechazar la hipótesis que los dos tipos de cambios son igualmente probables. Es decir, se demostró un efecto significativo en las respuestas de antes y después.

3.5 POTENCIA EFICIENCIA

Cuando del test de McNemar se usa con datos nominales, el concepto de potencia eficiencia no tiene sentido puesto que no hay una alternativa paramétrica para comparar el test. Sin embargo cuando la medición y otros aspectos de los datos son tales que es posible aplicar la prueba paramétrica t, la prueba de McNemar tiene una potencia eficiencia del 95 % para $B + C = 6$, hasta una eficiencia final (asintótica) de cerca del 63 %.

sujetos en cada muestra.

Otro caso de muestras relacionadas, se presenta cuando se analizan las respuestas a un ítem de los n conjuntos de c individuos relacionados en cada uno de ellos.

4.2 METODO

Si los datos dicotómicos de una investigación se colocan en una tabla a doble entrada formada por n filas y c columnas, es posible someter a test la hipótesis de nulidad de que la proporción de una clase particular es la misma en las poblaciones correspondientes a cada columna. Cochran (1950), argumentó que si la hipótesis nula es verdadera, esto significa que no hay diferencias entre las probabilidades de éxito de los tratamientos, lo cual equivale a decir que los éxitos y fracasos, están distribuidos aleatoriamente en las filas y columnas de la tabla a doble entrada.

El estadístico Q de Cochran propuesto es:

$$(4.1) \quad Q = \frac{c(c-1) \sum_{j=1}^c \frac{(T_j - \bar{T})^2}{n}}{c \sum_{i=1}^n u_i - \sum_{i=1}^n u_i^2}$$

donde $u_i = \sum_{j=1}^c Y_{ij}$, $i=1,2,\dots,n$ con ($Y_{ij} = 1$ ó 0)

$T_j = \sum_{i=1}^n Y_{ij}$, $j=1,2,\dots,c$, $\bar{T} = (\sum_{j=1}^c T_j) / c$.

CAPITULO 4

TEST Q DE COCHRAN

4.1 INTRODUCCION

El test de McNemar para dos muestras relacionadas puede extenderse para ser usado en una investigación que contenga más de dos muestras. El test Q de Cochran, para c muestras relacionadas proporciona un método para examinar si tres o más conjuntos relacionados de frecuencias o frecuencias relativas difieren significativamente y coincide con la de McNemar para $c=2$. El test Q de Cochran es específico para datos dicotómicos, y la dicotomía puede originarse en una clasificación categórica o en una variable continua. Existe una amplia variedad de hipótesis de investigación en los que los datos se podrían analizar con esta prueba. A modo de ejemplo, supongamos que se quiere saber si las distintas partes o ítems en que se compone un test difieren en cuanto a dificultad. Para ello se considera un grupo de n individuos en donde cada uno de ellos contesta las c partes y luego se analizan los datos que consisten en "pasa o falla" en las c partes. En este ejemplo se considera a las c muestras relacionadas, ya que cada persona contesta las c partes en que se compone el test. Por otro lado se podría tener un ítem, y analizar las respuestas de los n individuos bajo c condiciones diferentes. Aquí nuevamente tenemos c muestras relacionadas ya que son los mismos

Cochran demostró que Q se distribuye asintóticamente como una ji-cuadrado con $(c-1)$ grados de libertad. La demostración de esta afirmación se puede encontrar en Siegel(1988), Lehmann(1975).

4.3 DISTRIBUCION NULA EXACTA DEL ESTADISTICO Q DE COCHRAN

Los datos dicotómicos de la investigación se ubican en una tabla de doble entrada, formada por n filas y c columnas. Las filas se denominan bloques y las columnas tratamientos. De esta manera, los resultados correspondientes a la i -ésima fila formarán un vector c -dimensional de la forma $(Y_{i1}, Y_{i2}, \dots, Y_{ic})$, con $Y_{ij}=1$ si el resultado es un éxito, y 0 si el resultado es un fracaso para $i=1, 2, \dots, n$, $j=1, 2, \dots, c$.

En forma tabular la información es la que se presenta en la tabla 4.1. En esta tabla están incorporadas además las sumas u_i y T_j definidas en la sección 4.2 .

Queremos testar la hipótesis nula de que los c tratamientos son igualmente eficaces para producir un éxito ó resultado positivo, es decir que la proporción de éxitos es la misma para las poblaciones de las c columnas.

TABLA 4.1 Tabla de datos correspondientes a nc observaciones en una investigación

Bloques	Tratamientos					
	1	2	3	...j...	c	
1	Y_{11}	Y_{12}	Y_{13}	$\dots Y_{1j} \dots$	Y_{1c}	u_1
2	Y_{21}	Y_{22}	Y_{23}	$\dots Y_{2j} \dots$	Y_{2c}	u_2
.
.
.
i	Y_{i1}	Y_{i2}	Y_{i3}	$\dots Y_{ij} \dots$	Y_{ic}	u_i
.
.
.
n	Y_{n1}	Y_{n2}	Y_{n3}	$\dots Y_{nj} \dots$	Y_{nc}	u_n
	T_1	T_2	T_3	$\dots T_j \dots$	T_c	

El estadístico propuesto por Cochran para testar H_0 es el definido en la sección 4.2, que también se puede representar de la siguiente manera:

$$(4.2) \quad Q = \frac{(c-1) \left\{ c \sum_{j=1}^c T_j^2 - \left(\sum_{j=1}^c T_j \right)^2 \right\}}{c \sum_{i=1}^n u_i - \sum_{i=1}^n u_i^2}$$

La distribución nula exacta del estadístico Q de Cochran se obtiene bajo el modelo de permutación, en cuyo caso decimos que la población es generada por aleatorización.

Si los resultados para el i-ésimo individuo consisten en u_i unos y $c-u_i$ ceros, la población de los resultados para este

individuo consta de $\binom{c}{u_i}$ posibilidades, teniendo cada una la

misma probabilidad $\left[\binom{c}{u_i}\right]^{-1}$. Así si tenemos m individuos inde-

pendientes para los cuales resultaron exactamente u_i unos y $c-u_i$ ceros, éstos constituyen una muestra de la población que resulta de considerar todas las permutaciones con cada una de las m filas.

EJEMPLO 1. Supongamos el siguiente caso: para $c=4$, $m=3$, $u_i=2$ $c-u_i=2$, sean los resultados muestrales los siguientes:

1	1	0	0
0	1	1	0
0	1	0	1

Esta constituye una muestra de la población que resulta de permutar todas las filas. Para cualquiera de las filas de este ejemplo, tenemos $\binom{4}{2}=6$ posibilidades; como son independientes la población total tendrá $6^3=216$ posibilidades.

Para el análisis de la distribución exacta del estadístico Q es necesario introducir los siguientes elementos. Dados los

enteros c , número de tratamientos e i , número de unos en un bloque cualquiera, hay $\binom{c}{i}$ c -úplas con exactamente i coordenadas unitarias y $c-i$ ceros.

Sea n_i , el número de filas con exactamente i unos, con $i=1,2,\dots,(c-1)$; ésto es así puesto que para $i=0$ e $i=c$ las c -úplas no contribuyen al valor del estadístico Q .

EJEMPLO 2. Para $c=5$ se tendrán las siguientes posibilidades: n_1 filas con un solo uno, n_2 filas con dos unos, n_3 filas con tres unos y n_4 filas con cuatro unos.

Sea A_i , matriz de orden $\binom{c}{i} \times c$ que contiene las $\binom{c}{i}$ c -úplas.

EJEMPLO 3. Para $c=4$, $i=1,2,3$

$$A_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad A_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad A_3 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

Sea p_{ij} la probabilidad de que se presente la j -ésima de las $\binom{c}{i}$ c -úplas, con $j=1,2,\dots,\binom{c}{i}$, $\sum_j p_{ij} = 1$.

EJEMPLO 4. Para $c=4$, cuando $i=1$ $\binom{4}{1} = 4$, y para $j=1,2,3,4$ tenemos que $p_{11} = p_{12} = p_{13} = p_{14} = 1/4$; cuando $i=2$ $\binom{4}{2} = 6$,

y para $j=1,2,\dots,6$ tenemos que $p_{21} = p_{22} = p_{23} = p_{24} = p_{25} = p_{26} =$

$1/6$ para $i=3$, $\binom{4}{3} = 4$, y para $j = 1, 2, 3, 4$ tenemos que

$$p_{31}=p_{32}=p_{33} =p_{34}=1 / 4.$$

Sea n_{ij} , la frecuencia con que se presenta la j -ésima de las $\binom{c}{i}$ c -úplas con $j = 1,2,\dots, \binom{c}{i}$, donde $\sum_j n_{ij} = n_i$.

$$\text{Sea } \tilde{N}_i \left(\binom{c}{i} \times 1 \right) = (n_{i1}, n_{i2}, \dots, n_{i \binom{c}{i}})' , \quad i=1,2,\dots,c-1.$$

EJEMPLO 5. Para $c=4$, $i=1$, $\tilde{N}_1 = (n_{11}, n_{12}, n_{13}, n_{14})'$, donde n_{1j} es frecuencia con que se presenta la j -ésima fila de la matriz \tilde{A}_1 del ejemplo 3, con $j=1,2,3$. Para $i=2$, tenemos el vector $\tilde{N}_2 = (n_{21}, n_{22}, n_{23}, n_{24}, n_{25}, n_{26})'$, donde n_{2j} es la frecuencia con que se presenta la j -ésima fila de la matriz \tilde{A}_2 , del ejemplo 3 con $j=1,2,3,4,5,6$. Para $i=3$, el vector \tilde{N}_3 , resulta igual a $\tilde{N}_3 = (n_{31}, n_{32}, n_{33}, n_{34})'$, donde n_3 es la frecuencia con que se se presenta la j -ésima fila de la matriz \tilde{A}_3 del ejemplo 3, con $j=1,2,3,4$.

Sean $\tilde{Z}_i (c \times 1) = \tilde{A}'_i \cdot \tilde{N}_i$ los totales de columnas para una configuración particular.

EJEMPLO 6 . Para $c=3$, $i=1,2$, $n_1=7$, $n_2=1$. Sean los resultados muestrales los siguientes:

	T1	T2	T3
	1	0	0
	1	0	0
	0	1	0
	0	1	0
	0	1	0
	0	0	1
	1	1	0

Los totales de columnas para las n_1 filas son $(2,3,1)$. Los totales de columnas para las n_2 filas son $(1,1,0)$. La fórmula $Z_i = A'_i \cdot N_i$ es una transformación que nos permite reproducir estos totales. Sabemos que:

$$A_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad A_2 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$N_1 = (n_{11}, n_{12}, n_{13})' = (1, 3, 2)', \quad Z_1 = A_1' \cdot N_1 = (2, 3, 1)'$$

$$N_2 = (n_{21}, n_{22}, n_{23})' = (0, 0, 1)', \quad Z_2 = A_2' \cdot N_2 = (1, 1, 0)'$$

Esto se cumple para cualquier par de enteros c e i . Los números n_i son considerados fijos bajo el modelo de permutación, y la distribución exacta del estadístico Q es la distribución condicional sobre los n_i .

Para cada i , con $i=1,2,3,\dots,c-1$, las n_i correspondientes, constituyen una muestra de una población donde la variable a-

leatoria X toma $\binom{c}{i}$ valores distintos, con probabilidades

$$p_{ij} = \binom{c}{i}^{-1} \quad \text{para } j=1,2,\dots,\binom{c}{i}.$$

EJEMPLO 7. $c=3$ e $i=1$, la variable aleatoria \underline{X} toma tres valores distintos, $(0,0,1)'$, $(0,1,0)'$, $(1,0,0)'$, con probabilidades $p_{11}=p_{12}=p_{13}=1/3$. De acuerdo a esto la probabilidad de que se presente el vector \underline{N}_i con $i=1,2,\dots,c-1$ es:

$$P_i = n_i! \prod_j p_{ij}^{(n_{ij})} (n_{ij}!)^{-1}.$$

Sea $\underline{Y} = (\underline{cx1}) \Rightarrow \sum_{i=1}^{c-1} \underline{Z}_i$ el vector que representa los totales

de columnas para un conjunto de vectores \underline{N}_i .

EJEMPLO 8 . En el ejemplo 6 , $\underline{Z}_1 = (2,3,1)'$, $\underline{Z}_2 = (1,1,0)'$, por lo tanto el vector \underline{Y} para este caso es $\underline{Y} = (3,4,0)'$. Para cualquier entero c , en las configuraciones que se presentan se observan las siguientes características : para cada una de las n_i filas con $i=1,2,\dots,c-1$, en los correspondientes vectores \underline{N}_i , sus componentes deben ser menores o iguales que

$$n_i \text{ y su suma } \sum_j n_{ij} = n_i \text{ con } j=1,2,\dots,\binom{c}{i}.$$

EJEMPLO 9 . $c=3$. Para este caso tenemos que $n_i=1,2$. Para $i=1$, a las n_1 filas les corresponde el vector $\underline{N}_1 = (n_{11}, n_{12}, n_{13})'$.

Para $i=2$ tendremos n_2 filas y el vector $\underline{N}_2 = (n_{21}, n_{22}, n_{23})'$.

Para \underline{N}_1 , vamos a tener las siguientes posibilidades :

$$(0,0,n_1), \quad (0,1,n_1-1), \quad (0,2,n_1-2), \quad \dots, \quad (0,n_1,0), \dots,$$

$(1, 0, n_1-1), (1, 1, n_1-2), (1, 2, n_1-3), (1, 3, n_1-4), \dots, (1, n_1-1, 0),$
 $\dots, (n_1, 0, 0).$

En cada una de estas configuraciones $\sum_{j=1}^3 n_{ij} = n_i.$

Para obtener las distintas configuraciones para el vector N_2 , se efectúa el mismo procedimiento.

Con todo lo expuesto se pone de manifiesto que para obtener la distribución exacta del estadístico Q, para distintos valores de c, es necesario realizar una gran cantidad de operaciones, con las consiguientes posibilidades de error y lentitud en el cálculo. Por estas razones, se diseñaron y desarrollaron programas de computación para este fin.

4.4 DESCRIPCION DE LOS PROGRAMAS

Los programas tienen básicamente tres módulos de cálculos, un módulo de entrada de datos y uno de salida de resultados.

El primer módulo de cálculo para cualquier entero c genera los vectores N_i con $i=1, 2, \dots, c-1$, y los vectores Z_i , conservando los vectores N_i y Z_i . Esta generación se realiza en forma ordenada para cada i.

El segundo módulo de cálculo construye todas las tablas posibles que resultaron de combinar los Z_i . Para cada tabla, calcula el valor del estadístico Q y su probabilidad, conservando los distintos valores de Q, sus probabilidades y frecuencias asociadas.

El tercer módulo de cálculo genera los valores críticos

del estadístico Q y sus respectivas probabilidades acumuladas, las cuales son cercanas a los valores 0.1, 0.05 y 0.01.

El módulo de entradas de datos tiene dos posibilidades: la primera es que el programa genere automáticamente para un dado valor de c , el vector $c-1$ dimensional $(n_1, n_2, \dots, n_{c-1})$, con posibles valores para los n_i , $i=1, 2, \dots, c-1$, hasta un máximo que se desee. Como la distribución de Q es simétrica, la probabilidad de obtener este vector $c-1$ dimensional es la misma que la del vector $(n_{c-1}, n_{c-2}, \dots, n_1)$. Por lo tanto la tabulación de la distribución del estadístico Q se reduce a la mitad. Este hecho está previsto en el programa.

La segunda posibilidad es que el programa lea desde un archivo creado exteriormente, los vectores $c-1$ dimensionales, para los cuales se desea obtener la distribución del estadístico Q, no existiendo limitaciones en el número de vectores $c-1$ dimensionales.

El quinto y último módulo ordena los valores del estadístico Q de menor a mayor para cada uno de los vectores mencionados anteriormente, junto con sus frecuencias y probabilidades. Este módulo también presenta las salidas por impresora, de las tablas de la distribución exacta del estadístico Q, y la de los valores críticos para cada uno de los vectores $(n_1, n_2, \dots, n_{c-1})$.

4.5 DESCRIPCION DE LAS TABLAS

Todas las tablas que se describen a continuación están

incluidas en el apéndice 2.

Para cada valor de c se presentan dos tablas, la de distribución nula exacta del estadístico Q y la tabla de valores críticos. Para el caso de tres tratamientos ($c=3$), el acceso a cada una de ellas es mediante los pares de valores n_1 (número de filas con un solo uno) y n_2 (número de filas con dos unos) debiéndose ignorar los valores n_0 (número de filas con tres ceros) y n_3 (número de filas con tres unos) que se presentan en una investigación. Recordemos que por la simetría de la distribución del estadístico Q , la entrada (n_1, n_2) es la misma que la entrada (n_2, n_1) y por ello se presenta sólo una de ellas. Los valores considerados para n_i son $1, 2, 3, \dots, 10$ con $i=1, 2$. En la tabla 1 del apéndice 2, correspondiente a la distribución del estadístico, la primera columna representa los distintos valores de Q , en la segunda columna sus frecuencias y en la tercera sus probabilidades. En el mismo apéndice, se presenta la tabla 2 de valores críticos, en donde para cada par (n_1, n_2) se computan tres valores del estadístico Q con probabilidades cercanas a 0.1, 0.05 y 0.01, considerando el valor mas próximo a los mencionados ya sea por defecto o por exceso. Esta es la diferencia que existe entre estas tablas y las presentadas por Patil (1975) en el cual las probabilidades están tomadas en general por exceso.

Para $c=4$ el acceso a las tablas 3 y 4 es a través de los valores n_1, n_2 y n_3 no considerándose n_0 y n_4 por la misma razón expuesta en el caso $c=3$, donde n_i es la cantidad de unos

que tenemos en la i -ésima fila con $i=0,1,2,3,4$. Nuevamente teniendo en cuenta la simetría de la distribución de Q , los resultados correspondientes a los vectores (n_1, n_2, n_3) y (n_3, n_2, n_1) son los mismos. Es por ello que se presenta sólo para uno de ellos. Los valores posibles para n_i son 1,2,3,4 y 5. El cuerpo de la tabla 3 presenta tres columnas, en la primera están los distintos valores del estadístico Q , en la segunda sus frecuencias y en la tercera sus probabilidades. En la tabla 4, para cada terna (n_1, n_2, n_3) se presentan tres valores críticos con probabilidades cercanas a 0.1, 0.05 y 0.01, considerando la mas próxima ya sea por exceso o por defecto.

Para $c=5$ se presentan las tablas 5 y 6 a las cuales se accede con los valores n_1, n_2, n_3 y n_4 , no considerando los valores n_0 y n_5 por la misma razón que en los casos $c=3$ y $c=4$, donde n_i con $i=0,1,2,3,4,5$ representa la cantidad de unos que tenemos en la i -ésima fila. Por la simetría de la distribución del estadístico Q , los resultados correspondientes a (n_1, n_2, n_3, n_4) y (n_4, n_3, n_2, n_1) son los mismos, y por esta razón se presenta sólo para uno de ellos. Los valores posibles para n_i son 1,2 con $i=1,2,3,4$.

En la tabla 6, para cada cuaterna (n_1, n_2, n_3, n_4) tenemos un conjunto de tres valores críticos con probabilidades lo mas próxima, ya sea por exceso o por defecto a 0.1, 0.05 y 0.01.

4.6 APROXIMACION DE LA DISTRIBUCION EXACTA DEL ESTADISTICO Q
 DEL TEST POR LA DISTRIBUCION CONTINUA $(X^2_{(2)})$ PARA $c=3$
 TRATAMIENTOS

La distribución exacta del estadístico Q del test, es discreta y no equiespaciada. Su aproximación por la distribución continua ji-cuadrado con dos grados de libertad no es buena si no se hace una corrección por continuidad. Con el objeto de analizar el error que se comete en dicha aproximación, se estudian dos tipos de correcciones. La primera, en el caso de poder obtener el valor verdadero siguiente al valor observado del estadístico Q, se propone considerar la cantidad $h_k/2$ que es la mitad de la distancia $x_{k+1}-x_k$ siendo x_k el valor de Q observado, resultando de esta manera la siguiente aproximación:

$$(4.3) \quad P(Q > x_k) \approx P(X^2_{(2)} > x_k + \frac{h_k}{2})$$

La otra corrección se propone agregar al valor x_k la cantidad $[(n_1+n_2)/2]/[c(n_1+2n_2)-(n_1+4n_2)]$, la cual es una corrección sobre el estadístico, que resulta ser 0.25 para cualquier par de valores (n_1, n_2) , o sea se propone hacer:

$$(4.4) \quad P(Q > x_k) \approx P(X^2_{(2)} > x_k + 0.25)$$

En ambos casos se observa que el error de aproximación disminuye con respecto al que se comete si no se hace la corrección, resultando ser siempre menor en el primer caso. Note, sin embargo que para conocer los h_k hay que disponer del

valor verdadero siguiente al valor observado del estadístico Q.

Con lo expuesto se concluye que es mejor usar la primera corrección, en el caso de disponer de los valores posibles del estadístico Q. Caso contrario, se recomienda trabajar con la segunda aproximación o sea con $x_k+0.25$ (cola derecha de la distribución).

EJEMPLO 10.¹ *Cuatro métodos diferentes para consolar a los bebés.* Se comparan cuatro métodos diferentes para calmar a los bebés, Baño con agua cálida (W), Meciéndolos (R), suministrarles Chupetes (P), y Cantándoles (S). Tenemos $c=4$ tratamientos (W,R,P,S) para comparar y $n=12$ sujetos. Cada una de las 48 combinaciones fue clasificada como éxito (+) o fracaso (-), con los siguientes resultados:

Sujetos	Tratamientos				u_i
	W	R	P	S	
1	-	-	-	-	0
2	-	+	-	-	1
3	-	-	+	-	1
4	-	-	-	-	0
5	+	+	+	+	4
6	-	+	+	+	3
7	+	+	-	-	2
8	-	+	-	+	2
9	-	+	+	+	3
10	-	-	+	-	1
11	+	+	-	+	3
12	+	+	+	+	4
Totales (T_j)	4	8	6	6	24

De la tabla observamos que, $n_0=2$, $n_1=3$, $n_2=2$, $n_3=3$, $n_4=2$, el

tamaño muestral es $n=n_0+n_1+n_2+n_3+n_4=12$. Para el cómputo del estadístico Q n_0 y n_4 no se toman en cuenta.

Los sujetos forman los bloques ,y los cuatro tratamientos fueron aplicados a cada sujeto en un orden al azar. Los u_i con $i=1,2,\dots,12$ son los totales de éxitos en los bloques y $T_j, j=1,2,\dots,4$ son los totales de éxitos por tratamiento. Sustituyendo estos valores en la fórmula (4.1) que computa el valor del estadístico Q, tenemos que $x_k=48/13=3.69$.

Usando la tabla de la distribución exacta del estadístico Q para $c=4$, $n_1=3$, $n_2=2$, $n_3=3$ tenemos que $P(Q>3.69)=0.2548828$.

Usando la tabla de la distribución límite ji-cuadrado con 3 grados de libertad, sin corrección tenemos que $P(X^2 \geq 3.69) = 0.297$ que es el (3)

valor utilizado por Lehmann (op.cit) y tiene un error relativo del 16.5%.

Realizando la primera corrección por continuidad, usando el valor siguiente al valor observado del estadístico tenemos que $x_k=3.69$,

$x_{k+1}=4.6154$ $h_k/2=0.4627$, entonces $x_k + h_k/2 = 4.1527$ y $P(X^2 \geq 4.1527) = 0.245$, (3)

que tiene un error relativo de -3.9 % .

Realizando la corrección por continuidad sobre el estadístico, que para el caso de $c=4$ resulta ser $\{(n_1 + n_2 + n_3) / 2\} / \{c(n_1+2n_2+3n_3) - (n_1+4n_2+9n_3)\}$. Particularizando los valores correspondientes se tiene la siguiente aproximación : $P(X^2 \geq x_k + 4/27) = P(X^2 \geq 3.844) = 0.279$, que es (3) (3)

la que se usaría en la práctica y tiene el 9.5 % de error relativo.

¹ Este ejemplo se extrajo de Lehmann, E.L.(1975). *Nonparametrics: Statistical Methods Based on Ranks*, Holden-Day, San Francisco.

A continuación se presenta la tabla 4.2 con probabilidades exactas, aproximadas y los correspondientes errores de aproximación. También se presentan tres gráficos de los errores de aproximación para valores de 0.1, 0.05 y 0.01 de α y distintos tamaños n_1+n_2 . En estos gráficos se observa en todos los casos que el error 1 de usar χ^2 sin corrección (2) es siempre mayor, siguiendo el error 3 producido de corregir el estadístico y luego el error 2 de la aproximación que usa los valores posibles verdaderos del estadístico. También se observa que los errores tienden a hacerse menores y a aproximarse para cuando $n_1 + n_2$ son mayores.

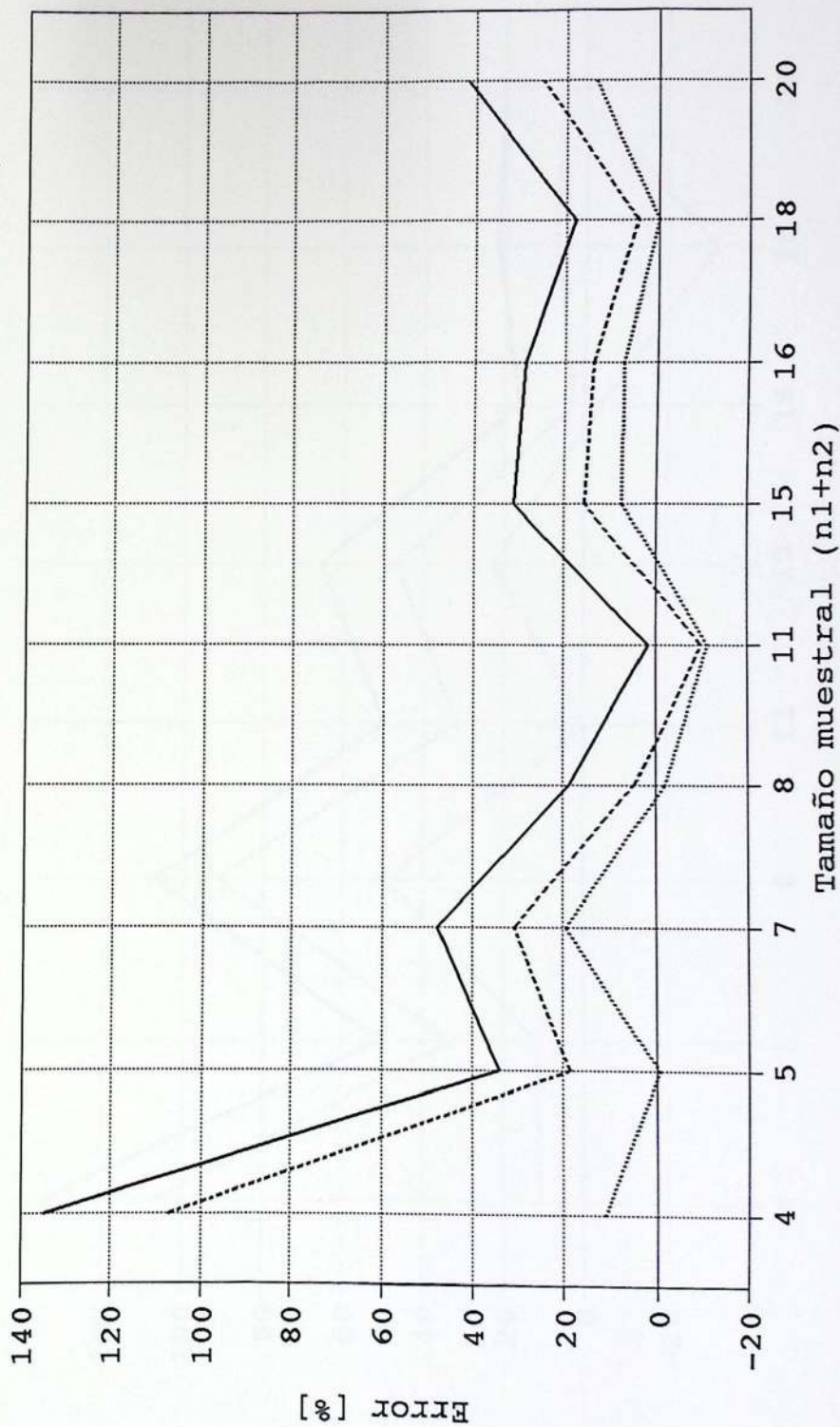
TABLA 4.2. TABLA DE PROBABILIDADES EXACTAS Y APROXIMADAS CON ERRORES DE APROXIMACION DEL ESTADISTICO Q DE COCHRAN (c=3)

ALFA	ni+n2	xk	P1	P2	xk+hk/2	P3	P4	Error 1 %	Error 2 %	Error 3 %
0.10	4	3.50000	0.07407	0.17400	5.00000	0.08208	0.15335	134.610	10.820	107.040
0.10	5	3.60000	0.12346	0.16500	4.20000	0.12246	0.14588	33.880	-0.810	18.160
0.10	7	3.71429	0.10562	0.15600	4.14284	0.12601	0.13777	47.810	19.300	30.440
0.10	8	4.00000	0.11431	0.13500	4.37500	0.11220	0.11943	18.390	-1.850	4.480
0.10	11	4.54545	0.10127	0.10300	4.81815	0.08990	0.09092	1.740	-11.230	-10.220
0.10	15	4.13333	0.09687	0.12700	4.53300	0.10367	0.11173	30.870	7.020	15.340
0.10	16	3.87500	0.11191	0.14400	4.25000	0.11943	0.12714	28.730	6.720	13.610
0.10	18	4.11110	0.10850	0.12800	4.44450	0.10837	0.11298	17.990	-0.120	4.130
0.10	20	3.90000	0.10037	0.14200	4.35000	0.11361	0.12556	41.750	13.190	25.090
0.05	4	3.50000	0.07407	0.17400	5.00000	0.08208	0.15335	134.610	10.820	107.040
0.05	5	5.20000	0.04938	0.07400	5.80000	0.05502	0.06555	50.410	11.430	32.740
0.05	8	5.25000	0.03338	0.07200	6.00000	0.04979	0.06393	107.020	49.150	91.520
0.05	11	4.90909	0.05741	0.08600	5.72730	0.05706	0.07581	49.629	-0.609	32.048
0.05	15	5.73330	0.04688	0.05700	6.13330	0.04658	0.05020	65.853	22.875	46.374
0.05	16	5.37500	0.05857	0.06800	5.75000	0.05642	0.06005	16.187	-3.677	2.532
0.05	18	5.44440	0.05402	0.06600	6.61110	0.03668	0.05801	21.675	-32.101	7.378
0.05	20	5.70000	0.04812	0.05784	6.00000	0.04979	0.05105	20.208	3.464	6.084
0.01	6	7.00000	0.00823	0.03000	8.00000	0.01832	0.02665	266.918	122.547	233.804
0.01	8	9.00000	0.00823	0.01100	9.37500	0.00921	0.09800	34.982	11.904	19.121
0.01	11	7.09091	0.01123	0.01129	7.90910	0.01917	0.02546	156.950	70.679	126.758
0.01	15	8.53330	0.01134	0.01400	8.73330	0.01270	0.01238	23.708	11.937	9.172
0.01	18	8.44444	0.01035	0.01500	8.61110	0.01349	0.01294	41.701	30.372	25.071
0.01	20	8.40000	0.00952	0.01500	8.85000	0.01197	0.01323	57.517	21.780	39.088

REFERENCIAS:

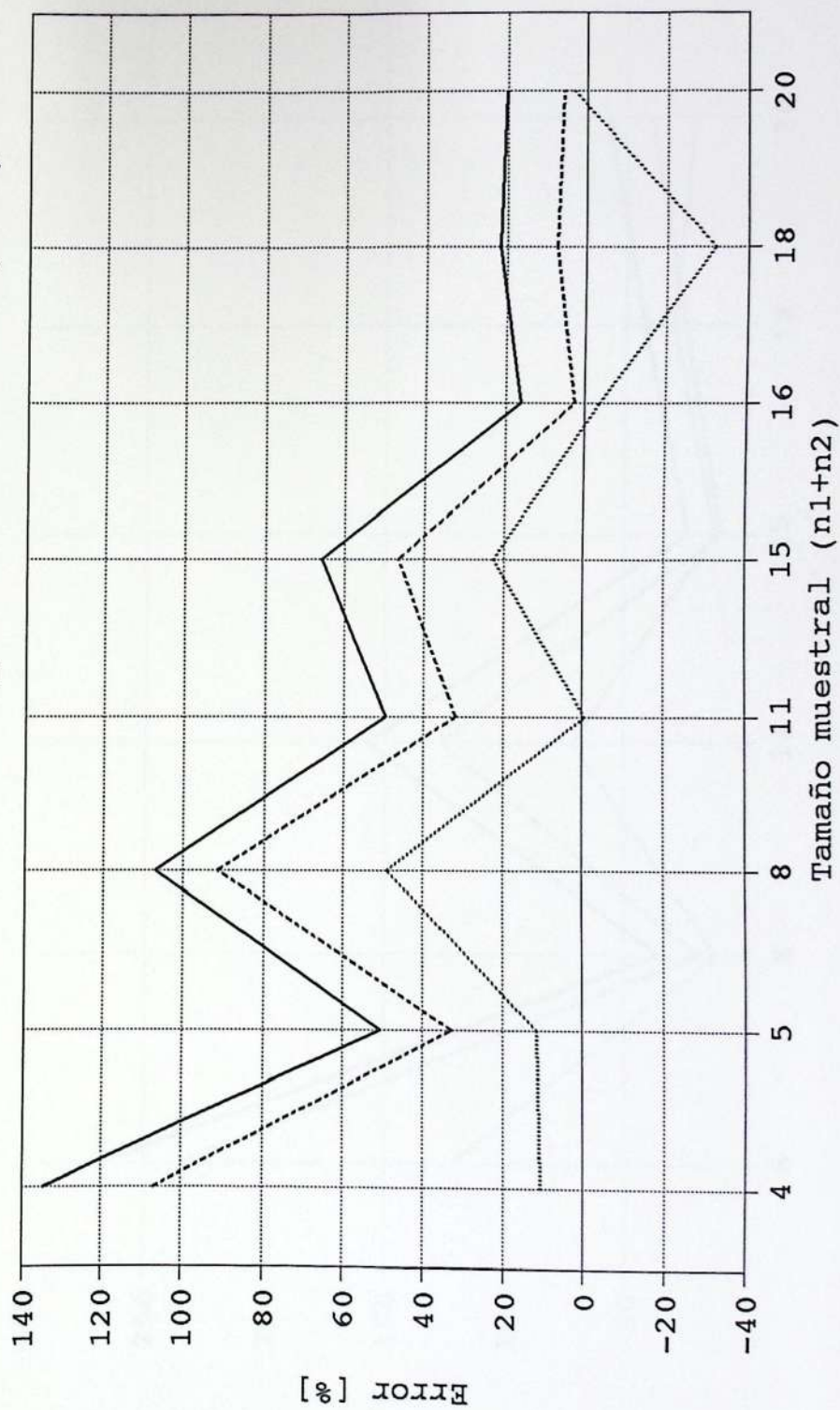
- P1 = Probabilidad exacta $P(Q > xk)$
- P2 = Aproximación ji-cuadrado con dos grados de libertad $P[X2 > xk]$
- P3 = Aproximación ji-cuadrado con corrección 1, $P[X2 > xk + hk/2]$
- P4 = Aproximación ji-cuadrado con corrección 2, $P[X2 > xk + 0.25]$
- Error 1: Error de la aproximación ji-cuadrado
- Error 2: Error de la aproximación ji-cuadrado con corrección 1
- Error 3: Error de la aproximación ji-cuadrado con corrección 2

Correcciones por continuidad para Q
 Gráfico de errores para alfa 0.10 (c=3)



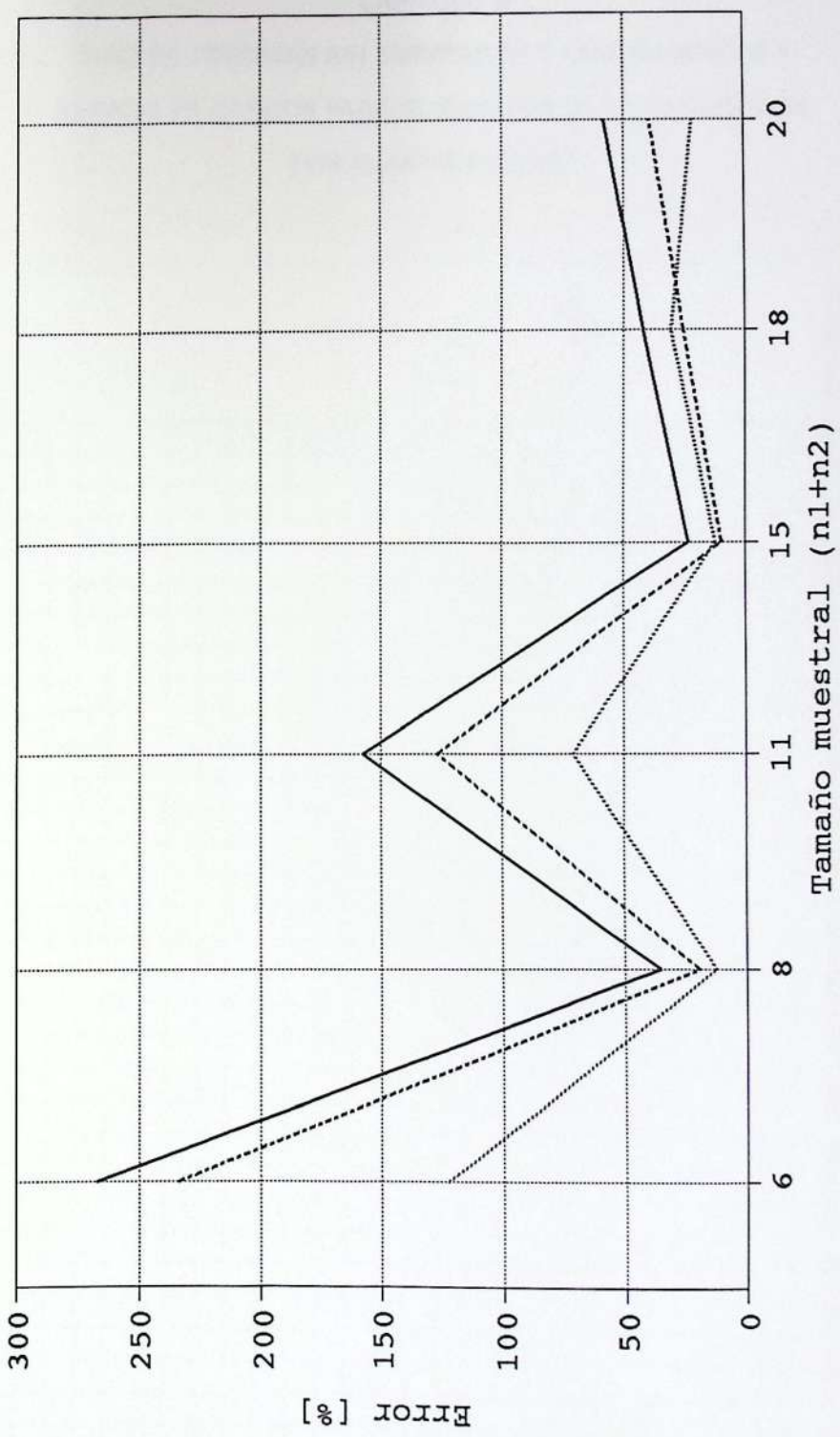
— Error 1 Error 2 Error 3

Correcciones por continuidad para Q
 Gráfico de errores para alfa 0.05 (c=3)



— Error 1 Error 2 Error 3

Correcciones por continuidad para Q
 Gráfico de errores para alfa 0.01 (c=3)



— Error 1 Error 2 Error 3

CAPITULO 5

TEST DE FRIEDMAN SIN EMPATES (F) Y CON EMPATES (F*) BASADO EN RANGOS PARA EL ANALISIS DE LA VARIANZA DE DOS CLASIFICACIONES

5.1 INTRODUCCION

En la comparación de $c > 2$ tratamientos cuando se disponen de N sujetos para el estudio, puede que ellos sean asignados aleatoriamente n_1 al tratamiento 1, n_2 al tratamiento 2, n_3 al tratamiento 3, etc., de tal manera que $n_1 + n_2 + n_3 + \dots + n_c = N$. Si existe mucha variabilidad entre los sujetos, probablemente esta comparación sea inefectiva, debido a que si los tratamientos fueran diferentes, estas diferencias podrían ser borrosas debido a la variabilidad existente entre los sujetos que reciben el mismo tratamiento. En tales casos para optimizar la comparación, se puede dividir a los sujetos en n subgrupos o bloques homogéneos y se efectúa la comparación de los sujetos que reciben los c distintos tratamientos solamente dentro de cada bloque. El diseño de agrupamiento en bloques es importante, ya que tiende a eliminar las diferencias entre unidades experimentales en el mismo bloque. Este diseño se conoce con el nombre de "Diseño de bloques completamente aleatorizado". Recordemos que éste es la generalización del diseño de comparaciones pareadas para dos tratamientos. En el caso de tener c individuos distintos pero relacionados por bloque, lo que se aleatoriza es la asignación de los mismos a

los c tratamientos. En el caso de tener un individuo por bloque, el orden de aplicación de los c diferentes tratamientos es aleatorizado.

Para la comparación de los tratamientos se disponen de los modelos presentados en el capítulo 2 cuando las muestras son relacionadas. Recordemos que en los modelos 5 y 7 se parte de un lote de $N=cn$ individuos, los que constituyen toda la población, en cambio en los modelos 6 y 8, que se va a estudiar con mayor detalle en el capítulo 6, se considera una muestra o muestras aleatorias de una población o subpoblaciones.

Al igual que en el caso paramétrico, el modelo del análisis de varianaza propuesto para este caso es:

$$(5.1) \quad X_{ij} = \mu + \beta_i + \theta_j + \epsilon_{ij}$$

donde X_{ij} es la observación del bloque i recibiendo el tratamiento número j con $i=1,2, \dots, n$, $j=1,2, \dots, c$, μ es la media total, β_i es el efecto bloque (desconocido), θ_j es el efecto tratamiento (desconocido), y los errores experimentales ϵ_{ij} son mutuamente independientes y provienen de la misma población continua. Además los β_i y θ_j satisfacen las condiciones $\beta_1 + \beta_2 + \dots + \beta_n = 0$, $\theta_1 + \theta_2 + \dots + \theta_c = 0$. En este modelo se considera una observación por celda, y se supone que no hay interacción entre bloques y tratamientos.

En cualquiera de los modelos definidos para la comparación de c tratamientos cuando el tipo de muestra es relacionada, y cuando los datos están medidos al menos en una escala ordinal,

se puede usar el test de Friedman, conocido en la bibliografía como " Test de Friedman para el análisis de la varianza con dos criterios de clasificación". El estadístico del test se computa con los rangos de las observaciones en estudio. La hipótesis nula a ser testada es que " no hay diferencias entre los c tratamientos o condiciones", contra la alternativa de que los tratamientos afectan el nivel de las respuestas. Estas hipótesis también se puede enunciar de la siguiente manera :

$$(5.2) \quad H_0 : \theta_1 = \theta_2 = \dots = \theta_c = 0$$

contra la alternativa que los θ 's no son todos iguales a cero.

La prueba $H_0 : \beta_i = 0 \quad (i=1,2,\dots, n)$, no se discute debido a la manera en que se efectúa la aleatorización, ya que únicamente los tratamientos son asignados al azar dentro de cada bloque, donde los mismos se forman de manera no aleatoria.

El test supone que las variables de medición tienen una distribución continua subyacente, y el test requiere un medición ordinal de estas variables. Esta afirmación se puede encontrar en Siegel(1988).

5.2 METODO

Para el test de Friedman, usando cualquiera de los modelos antes definidos, los datos consisten en nc observaciones dispuestos en una tabla formada por n filas y c columnas, con una observación en cada una de los c tratamientos y n bloques. En la comparación de los c tratamientos las respuestas de los

sujetos son ordenadas separadamente de 1 a c. Al puntaje más bajo de cada bloque le damos el rango 1, al siguiente el rango 2, etc. También se pueden asignar los rangos en el orden decreciente.

Sea $R_{ij}=r_{ij}$ el rango del i-ésimo tratamiento en el j-ésimo bloque con $i=1, \dots, n$, $j=1, \dots, c$. Consideremos el problema de testar la hipótesis nula H_0 de homogeneidad de los tratamientos contra la alternativa que los tratamientos afectan el nivel de las respuestas; también se podría considerar como hipótesis nula la enunciada en (5.2). Los valores de los rangos R_{1j}, \dots, R_{cj} para cada j son los enteros $1, 2, \dots, c$ en algún orden, esto es una permutación de los enteros $1, 2, \dots, c$. Bajo la hipótesis nula esperamos que los rangos aparezcan con igual frecuencia en cada columna.

Sea $R_{i.}=(R_{i1}+R_{i2}+\dots+R_{in})/n$ el promedio de los rangos sobre el i-ésimo tratamiento computado sobre los n bloques con $i=1, 2, \dots, c$. Si los tratamientos difieren uno de otro, esta situación se reflejará en grandes diferencias entre los $R_{i.}$'s, con $i=1, 2, \dots, c$. Sea $R_{..}=[(R_{11}+\dots+R_{c1})+\dots+(R_{1n}+\dots+R_{cn})]/cn$ el promedio total. El numerador es igual a $nc(c+1)/2$, entonces $R_{..}=(c+1)/2$. Un criterio conveniente para medir la distancia total de los $R_{i.}$'s a $R_{..}$ es la suma de los cuadrados de las diferencias $[R_{i.}-(c+1)/2]^2$, o bien el estadístico de Friedman, igual a:

$$(5.3) \quad F = \frac{12n}{c(c+1)} > \frac{c}{i=1} \left[R_{i.} - \frac{c+1}{2} \right]^2$$

Una fórmula equivalente a la dada y que es computacionalmente mas fácil es:

$$(5.4) \quad F = \frac{12}{nc(c+1)} > \frac{c}{i=1} R_i^2 - 3n(c+1)$$

El estadístico F es cero cuando los R_i 's son iguales y es grande cuando hay diferencias sustanciales entre ellos. Al nivel α de significación, la regla del test es rechace H_0 si $F > f(\alpha, c, n)$ y acepte H_0 si $F < f(\alpha, c, n)$, donde el valor crítico f se obtiene de la tabla de la distribución exacta del estadístico F.

5.3 DISTRIBUCION NULA EXACTA DEL ESTADISTICO F DE FRIEDMAN SIN EMPATES

La distribución nula exacta del estadístico F es la misma bajo cualquiera de los modelos 5, 6, 7, y 8 definidos en el capítulo 2. Para obtenerla se usa el hecho de que bajo H_0 la asignación aleatoria de los c tratamientos a los sujetos en cada bloque implica que todos los $c! = 1.2 \dots c$ órdenes posibles de R_{1j}, \dots, R_{cj} son igualmente probables de manera que cada uno tiene probabilidad $1/c!$. Ya que las asignaciones, y de aquí los rangos en diferentes bloques son independientes, la distribución nula de los rangos está dada por:

$$(5.5) \quad P(R_{11}=r_{11}, \dots, R_{c1}=r_{c1}; \dots; R_{1n}=r_{1n}, \dots, R_{cn}=r_{cn}) = (1/c!)^n.$$

EJEMPLO 1. Para obtener la distribución nula del estadístico F se considera el caso $c=4$ y $n=2$ donde $F=0.3R^*-30$ con,

$$R^* = \sum_{i=1}^4 R_i^2.$$

Se observa que al intercambiar el nombre

de los bloques, como en los casos (a) y (b), se obtiene el mismo valor para F.

	(a)					(b)			
	I	II	III	IV		I	II	III	IV
Bloque I	1	2	3	4	Bloque I	3	1	2	4
Bloque II	3	1	2	4	Bloque II	1	2	3	4

Si se intercambian los roles de las muestras como en las tablas (c) y (d), también se obtiene el mismo valor de F.

	(c)					(d)			
	I	II	III	IV		I	II	III	IV
Bloque I	1	2	3	4	Bloque I	2	1	3	4
Bloque II	3	1	2	4	Bloque II	1	3	2	4

Esto nos dice que en lugar de realizar $(4!)^2=576$ configuraciones de rangos para obtener la distribución nula, solamente son necesarias $4!=24$. Para obtenerlas se deja fija la configuración del primer bloque 1 2 3 4 y se permuta la del segundo. En cada configuración se calcula el valor de R^* y el de F.

Capítulo 5- Test de Friedman sin empates (F) y con empates (F*)

(a)

I	II	III	IV
1	2	3	4
1	2	3	4

$R^* = 120$ $F = 6$

(b)

I	II	III	IV
1	2	3	4
1	2	4	3

$R^* = 118$ $F = 5.4$

(c)

I	II	III	IV
1	2	3	4
1	3	4	2

$R^* = 114$ $F = 4.2$

(d)

I	II	III	IV
1	2	3	4
1	3	2	4

$R^* = 118$ $F = 5.4$

(e)

I	II	III	IV
1	2	3	4
1	4	2	3

$R^* = 114$ $F = 4.2$

(f)

I	II	III	IV
1	2	3	4
1	4	3	2

$R^* = 112$ $F = 3.6$

(g)

I	II	III	IV
1	2	3	4
2	1	4	3

$R^* = 118$ $F = 5.4$

(h)

I	II	III	IV
1	2	3	4
2	1	4	3

$R^* = 116$ $F = 4.8$

(i)

I	II	III	IV
1	2	3	4
2	3	4	1

$R^* = 108$ $F = 2.4$

(k)

I	II	III	IV
1	2	3	4
2	3	1	4

$R^* = 114$ $F = 4.2$

(k)

I	II	III	IV
1	2	3	4
2	4	1	3

$R^* = 110$ $F = 3$

(l)

I	II	III	IV
1	2	3	4
2	4	3	1

$R^* = 106$ $F = 1.8$

Capítulo 5- Test de Friedman sin empates (F) y con empates (F*)

(ll)
I II III IV

1 2 3 4
3 1 2 4
R* = 114 F = 4.2

(n)

I II III IV
1 2 3 4
3 2 4 1
R* = 106 F = 1.8

(p)

I II III IV
1 2 3 4
3 4 1 2
R* = 104 F = 1.2

(r)

I II III IV
1 2 3 4
4 1 2 3
R* = 108 F = 2.4

(t)

I II III IV
1 2 3 4
4 2 1 3
R* = 106 F = 1.8

(v)

I II III IV
1 2 3 4
4 3 1 2
R* = 102 F = 0.6

(m)

I II III IV
1 2 3 4
3 1 4 2
R* = 110 F = 3

(o)

I II III IV
1 2 3 4
3 2 1 4
R* = 112 F = 3.6

(q)

I II III IV
1 2 3 4
3 4 2 1
R* = 102 F = 0.6

(s)

I II III IV
1 2 3 4
4 1 3 2
R* = 106 F = 1.8

(u)

I II III IV
1 2 3 4
4 2 3 1
R* = 102 F = 0.6

(w)

I II III IV
1 2 3 4
4 3 2 1
R* = 100 F = 0

Los resultados obtenidos de los cálculos anteriores están en la siguiente tabla:

TABLA 5.1 Distribución nula exacta del estadístico F de Friedman para el caso $c=4$, $n=2$.

F	$P(F=f)$	$P(F \geq f)$
0	0.041667	1.000000
0.6	0.125000	0.958333
1.2	0.041667	0.833333
1.8	0.166667	0.791667
2.4	0.083333	0.625000
3	0.083333	0.541667
3.6	0.083333	0.458333
4.2	0.166667	0.375000
4.8	0.041667	0.208333
5.4	0.125000	0.166667
6	0.041667	0.041667

5.3.1 Descripción de las tablas y de los programas para calcular la distribución nula exacta

Los programas constan de tres módulos, en el primero se realiza la lectura desde un archivo de datos que contiene los posibles bloques sin empates, el segundo módulo constituye todas las posibles permutaciones según sea el valor de n , calcula el valor del estadístico y acumula frecuencias para cada valor distinto del mismo. Al final del proceso ordena los valores del estadístico de menor a mayor y computa las probabilidades des acumuladas. EL último módulo es el de impresión con el que se obtiene las tablas para los casos $c=3$ $n=2(1)7$, $c=4$ $n=2(1)4$, $c=5$ $n=2(1)3$, que se incluyen como tablas 1,2 y 3 respectivamente en el apéndice 3. Estas constan de cuatro columnas, en las que se representan los distintos valores del

estadístico ordenados de menor a mayor, sus respectivas frecuencias, probabilidades y probabilidades des acumuladas.

Analizando estas tablas se observa que el máximo valor del estadístico para cualquier c y n es igual a $n(c-1)$ y se presenta en la configuración donde los bloques están formados por los rangos $1, 2, 3, \dots, c$ en ese orden. Para la demostración se considera la configuración formada por n bloques y c tratamientos :

	1	2	3	...	c
	1	2	3	...	c

	1	2	3	...	c
$R_i:$	n	2n	3n	...	nc

Reemplazando estos totales de rangos en la fórmula (5.4), se obtiene que :

$$\begin{aligned}
 F &= \frac{12}{nc(c+1)} > \sum_{i=1}^c (n^2 + 4n^2 + \dots + n^2 c^2) - 3n(c+1) \\
 &= \frac{12}{nc(c+1)} \frac{n^2 c (c+1) (2c+1)}{6} - 3n(c+1) \\
 &= n(c-1)
 \end{aligned}$$

5.4 DISTRIBUCION NULA EXACTA EN EL CASO DE EMPATES

En la aplicación de este test se presentan frecuentemente casos donde los bloques tienen dos o mas observaciones iguales o sea que existen empates. En este caso el supuesto de continuidad de las variables de medición no se cumple. En presencia

de empates, se puede usar el método de los promedios de los rangos, que consiste en asignar a cada una de las observaciones repetidas el promedio de los rangos que les corresponderían en el caso de que no se presentaran empates. Los rangos correspondientes a estas observaciones se llaman rangos empatados. Sea e_j el número de valores distintos en el bloque j , $j=1,2,3,\dots, n$. Sean $d_{1j}, d_{2j}, \dots, d_{e_j j}$ cantidades de cada valor distinto, donde $\frac{e_j}{\sum_{i=1}^{e_j} d_{ij}} = c$, donde d_{1j} es el número de observaciones iguales al valor más pequeño, d_{2j} el siguiente más pequeño, etc. Como ejemplo supongamos que $c=5$ tratamientos y las observaciones en los dos primeros bloques son: 1.7, 1.2, 2, 1.3, 1.3 y 1.5, 4, 1.5, 1.5, 3. Luego $e_1=4$ con $d_{11}=1, d_{21}=2, d_{31}=1, d_{41}=1$; $e_2=3$ con $d_{12}=3, d_{22}=1, d_{32}=1$. Para obtener la distribución nula exacta, se usa nuevamente el hecho de que bajo H_0 todas las posibles permutaciones de los bloques son igualmente probables. Como ilustración se considera el caso de $c=3$ tratamientos y $n=2$ (tamaño muestral). Los bloques de rangos que se pueden presentar son los siguientes : i) dos bloques sin rangos empatados, ii) un bloque sin empates y uno con empates, iii) dos bloques con rangos empatados. O sea que los bloques de rangos que se pueden presentar en una investigación son : i) sin empates 1,2, 3 o cualquiera de sus permutaciones ,ii) con dos rangos empatados 1.5, 1.5, 3 ó 1, 2.5, 2.5. Los bloques formados por tres rangos empatados no se consideran ya que no alteran

el valor del estadístico. Además a los efectos de comparar tratamientos en el sentido de si existe diferencias entre ellos, los casos de bloques con tres empates no aportan ninguna información. Esto se demostrará más adelante cuando se defina el estadístico para el caso de empates. Obtenemos la distribución nula exacta del estadístico enumerando las seis configuraciones que se pueden presentar con estos tres tipos de bloques tomados de a dos, y todas sus permutaciones. A efectos del cómputo en cada configuración se mantiene fijo el primer bloque, y se permuta el segundo, calculando para cada conjunto de valores resultantes el estadístico definido más adelante. El hecho de mantener fijo el primer bloque, se debe a que el estadístico F sólo considera la suma de cuadrados de los R_i (suma de los rangos de las columnas), y si permutamos la primera fila obtendremos las permutaciones de los R_i , o sea que el valor del estadístico no se altera.

(a)	I	II	III	

	1	2	3	
	1	2	3	$3!=6$ permutaciones distintas.
(b)	I	II	III	

	1	2	3	
	1.5	1.5	3	3 permutaciones distintas.
(c)	I	II	III	

	1	2	3	
	1	2.5	2.5	3 permutaciones distintas.

(d)	I	II	III	
	1.5	1.5	3	
	1.5	1.5	3	3 permutaciones distintas.
(e)	I	II	III	
	1.5	1.5	3	
	1	2.5	2.5	3 permutaciones distintas.
(f)	I	II	III	
	1	2.5	2.5	
	1	2.5	2.5	3 permutaciones distintas.

En total se presentan 21 permutaciones distintas. En el caso de n=3 vamos a tener las siguientes casos:

(a)	I	II	III	
	1	2	3	
	1	2	3	6x6=36
	1	2	3	
(b)	I	II	III	
	1	2	3	
	1	2	3	6x3=18 , 18x2=36
	1.5	1.5	3	
(c)	I	II	III	
	1	2	3	
	1	2	3	6x3=18 , 18x2=36
	1	2.5	2.5	
(d)	I	II	III	
	1	2	3	
	1.5	1.5	3	3x3=9
	1.5	1.5	3	
(e)	I	II	III	
	1	2	3	
	1.5	1.5	3	3x3=9 , 9x2=18
	1	2.5	2.5	

(f)	I	II	III	
	1	2	3	
	1	2.5	2.5	3x3=9
	1	2.5	2.5	
(g)	I	II	III	
	1.5	1.5	3	
	1.5	1.5	3	3x3=9
	1.5	1.5	3	
(h)	I	II	III	
	1.5	1.5	3	
	1.5	1.5	3	3x3=9 , 9x2=18
	1	2.5	2.5	
(i)	I	II	III	
	1.5	1.5	3	
	1	2.5	2.5	3x3=9
	1	2.5	2.5	
(j)	I	II	III	
	1	2.5	2.5	
	1	2.5	2.5	3x3=9
	1	2.5	2.5	

En total se pueden formar 189 permutaciones distintas. Este mismo procedimiento se repite para $n > 3$. Sea R_{ij} el rango asignado al sujeto recibiendo el i -ésimo tratamiento en el j -ésimo bloque.

Sea $R_i^* = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n R_{ij}^*$, la suma de los rangos asociados con el i -ésimo tratamiento. Se define el estadístico F^* de Friedman con empates, como: (Lehmann 1972, pag.265)

$$(5.6) \quad F^* = \frac{\frac{12}{nc(c+1)} \sum_{i=1}^c R_i^*{}^2 - 3n(c+1)}{1 - \sum_{j=1}^n \frac{e_j}{c} \sum_{i=1}^3 \frac{d_{ij} - d_{ij}^3}{nc(c^2 - 1)}}$$

Como ejemplo se considera la configuración del caso b) para $c=3$ tratamientos y $n=3$ número de bloques. Se calculan los valores e_j y d_{ij} definidos anteriormente que para este caso particular toman los valores siguientes: $e_1=3$ $d_{11}=1$ $d_{21}=1$ $d_{31}=1$; $e_2=3$ $d_{12}=1$ $d_{22}=1$ $d_{32}=1$; $e_3=2$ $d_{13}=2$ $d_{23}=1$. Desarrollando la doble suma tenemos que:

$$\sum_{i=1}^{e_1} (d_{i1}^3 - d_{i1}) + \sum_{i=1}^{e_2} (d_{i2}^3 - d_{i2}) + \sum_{i=1}^{e_3} (d_{i3}^3 - d_{i3})$$

Se observa que las dos primeras sumas se anulan, quedando sólo la tercera que es igual a $(2^3 - 2) = (8-2) = 6$. Como vimos anteriormente, ya que la suma de los d_{ij} sobre cada bloque es igual a c y no se consideran los casos de bloques con tres rangos empatados, se deduce que los d_{ij} para cualquier c toman sólo los valores $1, 2, \dots, c-1$. Para el caso del ejemplo donde $c=3$ tratamientos, d_{ij} sólo toma los valores 1 y 2. Si se define t como el número de bloques empatados en cualquier configuración, para el caso de $c=3$ $n=3$, t puede tomar los siguientes valores : i) $t=0$, tres bloques sin empates, ii) $t=1$, un bloque con empates y dos sin empates, iii) $t=2$, dos bloques con

empates y uno sin empates, iv) t=3 tres bloques con empates. Para c=3 y n cualquier valor se deduce fácilmente que esta doble suma es igual a 6t. Reemplazando en la fórmula (5.6) se obtiene :

$$(5.7) \quad F^* = \frac{\frac{12}{nc(c+1)} \sum_{i=1}^c R_i^2 - 3n(c+1)}{1 - \frac{6t}{nc(c^2 - 1)}}$$

Habiendo definido el estadístico F* se puede mostrar que para c=3, los bloques con tres rangos empatados no deben ser considerados. Si tomamos la siguiente configuración de rangos,

a) 1 2 3 1.5 1.5 3 2 2 2	b) 1 2 3 1.5 1.5 3
---	--------------------------------

En la configuración a), para c=3 tratamientos y n=3 tamaño muestral, el tercer bloque de rangos corresponde al caso de tres rangos empatados. Computando F* tenemos lo siguiente,

$$F^* = \frac{\frac{114.5}{3} - 36}{1 - \frac{30}{72}} = 3.7142857$$

En la configuración del apartado b) no se considera el tercer bloque, en este caso n=2, resultando F* = 3.7142857. Con esto observa que el valor del estadístico no se altera si no

se consideran los bloques con tres rangos empatados.

Se observa que la fórmula del estadístico F^* para configuraciones de bloques con empates, en el caso de que ellos no se presenten, coincide con la fórmula del estadístico F para configuraciones sin empates presentada anteriormente, ya que el segundo sumando del denominador de (5.7) se anula.

En la tabla 5.2, para $c=3$ y valores de $n=2(1)7$ se presentan las frecuencias de las configuraciones y la fórmula del estadístico F^* resultante para cada caso. Computamos las frecuencias mediante la fórmula $f=12^{n-1} + 6^{n-1} + 3^{n-1}$, que resulta después de hacer un análisis de la formación de las distintas configuraciones para cada valor de n considerado.

TABLA 5.2. Tabla de frecuencias de configuraciones y fórmula resultante para calcular F* para los casos de c=3 y n=2(1)7

n	frecuencia	F*
2	21	$\left[\frac{1}{2} \sum R_i^{*2} - 24 \right] / \left[1 - 6t/48 \right]$
3	189	$\left[\frac{1}{3} \sum R_i^{*2} - 36 \right] / \left[1 - 6t/72 \right]$
4	1971	$\left[\frac{1}{4} \sum R_i^{*2} - 48 \right] / \left[1 - 6t/96 \right]$
5	22113	$\left[\frac{1}{5} \sum R_i^{*2} - 60 \right] / \left[1 - 6t/120 \right]$
6	256.851	$\left[\frac{1}{6} \sum R_i^{*2} - 72 \right] / \left[1 - 6t/144 \right]$
7	3.033.369	$\left[\frac{1}{7} \sum R_i^{*2} - 84 \right] / \left[1 - 6t/168 \right]$

Con procedimientos similares se construyen las configuraciones para $c > 3$, cálculo del estadístico F*, frecuencias y probabilidades. Tal como se mostró para el caso de $c=3$ y $n=2$ y 3 , la complejidad de los cálculos obliga al diseño y elaboración de programas de computación para obtener la distribución nula exacta del estadístico, sus frecuencias, probabilidades y probabilidades acumuladas. Para este trabajo se realizaron tres programas para obtener los elementos mencionados en los casos particulares de $c=3$, $n=2(1)7$; $c=4$, $n=2(1)4$; $c=5$, $n=2,3$.

5.4.1 Descripción de las tablas y de los programas para calcular la distribución nula exacta

Los programas constan de tres módulos. En el primero se realiza la lectura desde un archivo de datos que contiene los posibles bloques sin empates y con uno o mas empates, según sea el caso analizado. El segundo módulo construye todas las posibles configuraciones según el valor de n, calcula el valor del estadístico y acumula frecuencias. Al final del proceso calcula las probabilidades, ordena los valores del estadístico de menor a mayor y computa las probabilidades acumuladas. El último módulo realiza las salidas por impresora de las tablas que contienen las variables mencionadas.

Las tablas 4, 5 y 6 que se presentan en el apéndice 3 están especificadas para $c=3$ y $n=2(1)7$; $c=4$, $n=2(1)4$; $c=5$ $n=2,3$, respectivamente. El cuerpo de estas tablas consta de cuatro columnas, en la primera se presentan los distintos valores del estadístico ordenados de menor a mayor, en la segunda la frecuencia con que se presenta cada valor, en la tercera su probabilidad y en la cuarta la probabilidad acumulada (cola derecha de la distribución).

5.5 DISTRIBUCIONES NULAS APROXIMADAS EN LOS CASOS SIN EMPATES Y CON EMPATES

5.5.1 Aproximación en el caso sin empates

Si el número c excede a 5, o el tamaño muestral excede al

dado en la tabla de la distribución exacta, se puede usar una aproximación. El estadístico F se distribuye aproximadamente como una ji-cuadrado con c-1 grados de libertad. Es decir la $P(F \geq f)$ se puede aproximar por el área a la derecha de f bajo la curva de la distribución X^2 con c-1 grados de libertad de modo que,

$$(5.8) \quad P(F \geq f) \approx P(X^2_{(c-1)} \geq f)$$

Esta aproximación se basa en el teorema límite, que establece que el lado izquierdo tiende al lado derecho cuando n tiende a infinito. Una prueba de este teorema está Lehmann (1975). Tablas y valores críticos de la distribución ji-cuadrado están en la tabla J del libro de Lehmann (1975).

EJEMPLO 2 ¹. *Efectividad de la hipnosis*. En un estudio de hipnosis, se pidió a cada uno de los ocho sujetos bajo estudio que manifestaran emociones de temor (T), felicidad (H), depresión (D), y serenidad (S) durante la hipnosis. La siguiente tabla dá los resultados de las mediciones del potencial sobre piel (ajustado por el nivel inicial) en milivoltios:

Sujetos	Tratamientos			
	T	H	D	S
1	23.1	22.7	22.5	22.6
2	57.6	53.2	53.7	53.1
3	10.5	9.7	10.8	8.3
4	23.6	19.6	21.1	21.6
5	11.9	13.8	13.7	13.3
6	54.6	47.1	39.2	37.0
7	21.0	13.6	13.7	14.8
8	20.3	23.6	16.3	14.8

Ordenando las observaciones en cada uno de los 8 bloques, resulta la

siguiente tabla de rangos:

Sujetos	Tratamientos			
	F	H	D	S
1	4	3	1	2
2	4	2	3	1
3	3	2	4	1
4	4	1	2	3
5	1	4	3	2
6	4	3	2	1
7	4	1	2	3
8	3	4	2	1
Totales	27	20	19	14

Note que la suma de todos los rangos $nc(c+1)/2=80$ la cual concuerda con la suma de los totales. $R^* = 1.686$, $F=6.45$, de la tabla M de la distribución exacta que se encuentra en Lehmann (1975), se tiene que $P(F \geq 6.45) = 0.091$. Si usamos la tabla de la distribución ji-cuadrado, tenemos que $P(X^2_{(3)} \geq 6.45) = 0.090$. La aproximación a la distribución $X^2_{(c-1)}$ es bastante adecuada a medida que c y n se incrementan.

5.5.2 Aproximación en el caso con empates

La distribución nula exacta del estadístico F^* de Friedman con empates se puede aproximar por la distribución ji-cuadrado con $c-1$ grados de libertad. La misma será razonablemente buena cuando $cn \geq 30$, donde c es el número de tratamientos y n el tamaño muestral, con la aproximación dependiendo de las configuraciones de empates. Un teorema límite justificando

¹ Este ejemplo se puede encontrar en Lehmann, E.L. (1975). *Non parametrics: Statistical Methods Based on Ranks*, Holden-day San Francisco.

esta aproximación está dada en el apéndice, ejemplo 30(sec.8) del libro de Lehmann(1972).

5.5.3 Correcciones por continuidad de las aproximaciones de las distribuciones nulas exactas en los casos sin empates y con empates

Las distribuciones exactas de los estadísticos F y F^* de Friedman sin empates y con empates respectivamente son discretas y los valores posibles son no equiespaciados. Sus aproximaciones por la distribución continua ji-cuadrado con dos grados de libertad no son buenas si no se hace una corrección por continuidad. Con el objetivo de investigar la mejor corrección por continuidad, que minimice el error de aproximación, se plantearon varios tipos de correcciones.

En la primera corrección estudiada para ambos estadísticos F y F^* , consiste en considerar los valores verdaderos del estadístico (los que están en las tablas de las distribuciones exactas). Para efectuar la corrección según sea el valor del estadístico y el tamaño muestral para el cual se obtuvo dicho valor se calcula la cantidad $h_k/2$ que es la mitad de la distancia $f_{k+1}-f_k$ donde f_k es el valor observado del estadístico F . Para el caso del estadístico F^* con empates, se calcula la mitad de la distancia $f_{k+1}^*-f_k^*$, donde f_k^* es el valor observado del estadístico F^* . Resumiendo, se propone hacer las siguientes aproximaciones:

$$P \left[F > f_k \right] \approx P \left[X_{(2)}^2 > f_k + h_k/2 \right]$$

y

$$P \left[F^* > f_k^* \right] \approx P \left[X_{(2)}^2 > f_k^* + h_k/2 \right]$$

Efectuando esta corrección según sea el estadístico F o F*, se observó que el error que se comete al aproximar la distribución nula exacta a la distribución continua ji-cuadrado disminuye sustancialmente con respecto al que se comete si no se realiza una corrección. Note, sin embargo, que para realizar esta corrección se necesita disponer de los distintos valores posibles de los estadísticos F y F* .

Las otras correcciones estudiadas, a diferencia de la anterior, son realizadas sobre cada estadístico. Para el estadístico F de Friedman sin empates, se consideran correcciones por continuidad, que consisten en sumar al numerador del estadístico (5.4) distintas constantes, como la utilizada habitualmente en el test X^2 y otros.

$$a) \quad c_1 = \frac{\frac{n}{2}}{nc(c+1)} = \frac{1}{24}$$

$$b) \quad c_2 = \frac{\frac{nc}{2}}{nc(c+1)} = \frac{1}{8}$$

$$c) \quad c_3 = \frac{\frac{n(c+1)}{2}}{nc(c+1)} = \frac{1}{6}$$

$$d) \quad c_4 = \frac{\frac{nc(c+1)}{2}}{nc(c+1)} = \frac{1}{2}$$

Recordemos que n es el tamaño de cada muestra relacionada y c es el número de tratamientos. En estas correcciones se observó que; en los casos a ,b y c no se obtiene una sustancial mejora en el error cuando se aproxima por la distribución ji-cuadrado, con respecto al que se comete si no se realiza una corrección. En cambio no sucede lo mismo en el caso d donde el error disminuye notablemente. Además se observa que el error con esta corrección d es muy similar al analizado en el primer caso, donde la corrección se efectúa usando los valores posibles del estadístico F. De las cuatro últimas propuestas, el criterio seguido para elegir la mejor, fue aquella que disminuye el error de aproximación y además sea del mismo orden al que se comete cuando aproximamos usando los valores verdaderos del estadístico, o sea la primera corrección propuesta. En conclusión, se aconseja hacer la siguiente aproximación :

$$P[F > f_k] \approx P\left[X_{(2)}^2 > f_k + 0.5 \right]$$

Para el estadístico F^* de Friedman con empates (5.6), su

aproximación por la distribución continua ji-cuadrado depende de las configuraciones con empates que se presenten. Se proponen las siguientes correcciones, que consisten en sumar al numerador del estadístico (5.6) constantes como sigue :

$$a) c^* = \frac{\frac{nc}{2}}{nc(c^2 - 1) - 6t}$$

$$b) c^* = \frac{\frac{n(c+1)}{2}}{nc(c^2 - 1) - 6t}$$

$$c) c^* = \frac{\frac{nc(c+1)}{2}}{nc(c^2 - 1) - 6t}$$

$$d) c^* = \frac{\frac{n(c+1)^2}{2}}{nc(c^2 - 1) - 6t}$$

$$e) c^* = \frac{\frac{nc(c^2 + 1)}{2}}{nc(c^2 - 1) - 6t}$$

Recordemos que t es el número de bloques con empates en una configuración dada. En todos los casos, se compara el error que se comete usando estas correcciones con respecto a los errores que se presentan, si no se efectúa una corrección

y cuando efectuamos la primera corrección analizada, o sea usamos los valores posibles de la distribución exacta.

Se observó que usando la corrección a, el error mejora muy poco. Para las correcciones b y c, hay una mejora sustancial.

Usando las correcciones d y e no se consigue mejorar con respecto a las correcciones b y c, que en definitiva resultan ser las que más se aproximan a la primera corrección. Analizando las correcciones b y c, se observa que esta última es la mejor para los casos de α (nivel de significación) 0.01 y 0.05, no así para 0.1, donde la corrección b en general es mejor.

En la tabla 5.3 se presentan los valores que toma la corrección b, teniendo en cuenta el tamaño muestral n y el número t de bloques con empates.

La propuesta es hacer la siguiente aproximación para cualquier n:

$$P\left[F^* > f_k^*\right] \approx P\left[X_{(2)}^2 > f_k^* + c^*\right]$$

donde c^* puede ser la corrección b ó c propuestas. Se observa que estas correcciones dependen de n y del número de bloques con empates que tengamos en la configuración dada.

TABLA 5.3 Corrección por continuidad de F* para n=2(1)5

n	c*	
2	4	t=0 c* = 4/48
	48-6t	t=1 c* = 4/42
		t=2 c* = 4/36
3	6	t=0 c* = 6/72
	72-6t	t=1 c* = 6/66
		t=2 c* = 6/60
		t=3 c* = 6/54
4	8	t=0 c* = 8/96
	96-6t	t=1 c* = 8/90
		t=2 c* = 8/84
		t=3 c* = 8/78
5	10	t=0 c* = 10/120
	120 -6t	t=1 c* = 10/114
		t=2 c* = 10/108
		t=3 c* = 10/102
		t=4 c* = 10/96
		t=5 c* = 10/90

Con todo lo expuesto se concluye que para el caso del estadístico F de Friedman sin empates, se puede realizar la corrección por continuidad usando los valores posibles del estadístico F en el caso de disponer de ellos, ó bien usar la corrección d. En ambos casos se observa que los errores son del mismo orden.

En el caso del estadístico F* de Friedman con empates se observa que para $\alpha=0.01$ y $\alpha=0.05$, el error de aproximación que se comete usando la corrección c es siempre menor que los errores cometidos al usar los verdaderos valores del estadístico y la corrección b. Para $\alpha=0.1$, usando los valores posibles de la distribución exacta y usando la corrección b son

aproximadamente del mismo orden siendo, en general, menores que los errores usando la corrección c.

La propuesta es: para $\alpha=0.01$ y $\alpha=0.05$ usar la corrección c. Para $\alpha=0.1$ usar los valores posibles del estadístico F^* en el caso de disponer de ellos, ó bién usar la corrección b.

5.5.4 Comentarios a las tablas y gráficos de los errores de aproximación

En la tabla 5.4 se presentan para α (nivel de significación) de 0.1, 0.05, 0.01 y distintos n (número de bloques) valores críticos para F, determinados de acuerdo al siguiente criterio: $P[F > f_k] < \alpha$, donde esta probabilidad sea lo más cercana posible a α ya sea por defecto o por exceso. Se determinan las probabilidades aproximadas usando la distribución ji-cuadrado con dos grados de libertad y los errores de aproximación. Se consideran las correcciones por continuidad usando los valores posibles del estadístico F, y la corrección sobre el estadístico que consiste en sumar 0.5 al mismo, determinando las probabilidades aproximadas y los errores de aproximación.

En la tabla 5.5 se determinan para los niveles de significación de 0.1, 0.05 y 0.01 y distintos valores de n, valores críticos para F^* , sus probabilidades axactas, aproximadas y errores de aproximación. Se consideran tres correcciones por continuidad, usando los valores posibles del estadístico, y las otras dos restantes sobre el estadístico (correcciones b y c propuestas), computando nuevamente las probabilidades exac-

tas y aproximadas y errores de aproximación.

También se presenta un conjunto de gráficos con errores de aproximación para los estadísticos F y F^* , para niveles de significación 0.1, 0.05, 0.01 y distintos n .

En el caso del estadístico F se observa que el error 1 es siempre mayor, siendo menores los errores 2 y 3 además muy similares. A medida que n aumenta los tres tienden a disminuir y a aproximarse.

Para el estadístico F^* el error 1 es siempre mayor que los otros errores. Para $\alpha=0.05$ y 0.01, el error 4 (usando corrección c) es siempre menor que el error 2 (usando valores posibles del estadístico) y error 3 (usando corrección b). Para $\alpha=0.1$ los errores 2 y 3 son aproximadamente del mismo orden y en general menores que el error 4.

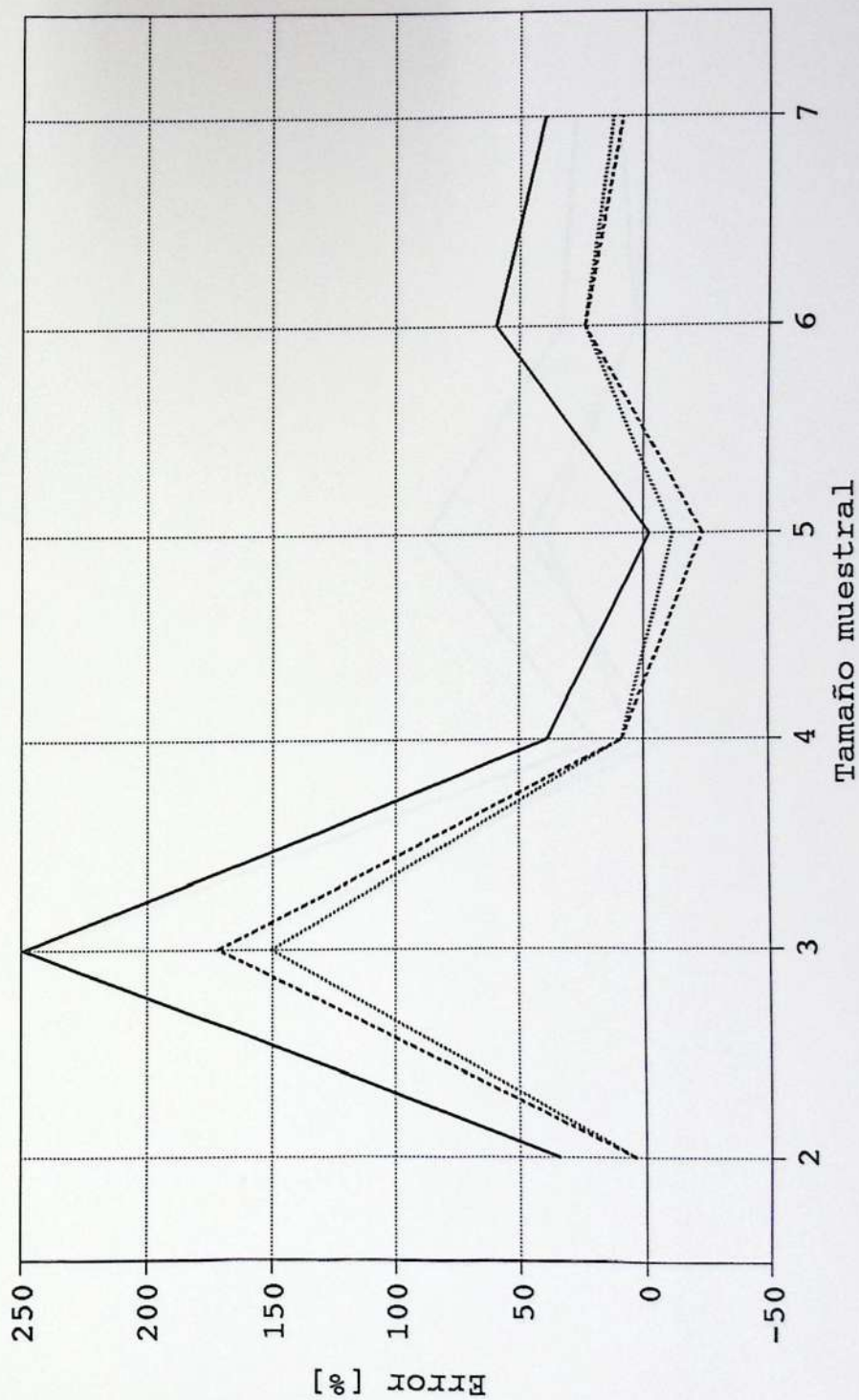
TABLA 5.4: PROBABILIDADES EXACTAS Y APROXIMADAS CON ERRORES DE APROXIMACION DEL ESTADISTICO F DE FRIEDMAN SIN EMPATES (c=3)

Alfa	n	f1k	P1	P2	Error 1 %	f2=f1k+hk/2	P3	Error 2 %	f3=f1k+0.5	P4	Error 3 %
0.1	2	3.00000	0.16667	0.22313	33.87783	3.50000	0.17377	4.26416	3.50000	0.17377	4.26416
0.1	3	4.66667	0.02778	0.09697	249.09623	5.33334	0.06948	150.13796	5.16667	0.07552	171.87642
0.1	4	3.50000	0.12500	0.17377	39.01915	4.00000	0.13534	8.26823	4.00000	0.13534	8.26823
0.1	5	4.80000	0.09336	0.09072	-2.83412	5.00000	0.08208	-12.08067	5.30000	0.07065	-24.32714
0.1	6	4.33333	0.07215	0.11456	58.78975	4.83333	0.08922	23.66576	4.83333	0.08922	23.66558
0.1	7	3.71429	0.11180	0.15612	39.64420	4.14286	0.12601	12.70931	4.21429	0.12158	8.75501
0.05	2	4.00000	0.00000	0.13534		4.00000	0.13534		4.50000	0.10540	
0.05	3	4.66667	0.02778	0.09697	249.09623	5.33334	0.06948	150.13796	5.16667	0.07552	171.87642
0.05	4	6.00000	0.04167	0.04979	19.48801	6.25000	0.04394	5.44780	6.50000	0.03877	-6.94265
0.05	5	5.20000	0.03935	0.07427	88.74156	5.80000	0.05502	39.82319	5.70000	0.05784	46.99207
0.05	6	5.33333	0.05200	0.06948	33.62204	5.83333	0.05411	4.06495	5.83333	0.05411	4.06495
0.05	7	5.42857	0.05148	0.06625	28.68767	5.71429	0.05743	11.55649	5.92857	0.05160	0.22206
0.01	2	4.00000	0.00000	0.13534		4.00000	0.13534		4.50000	0.10540	
0.01	3	6.00000	0.00000	0.04979		6.00000	0.04979		6.50000	0.03877	
0.01	4	6.50000	0.00463	0.03877	737.45589	7.25000	0.02665	475.57446	7.00000	0.03020	552.21131
0.01	5	7.60000	0.00849	0.02237	163.55763	8.00000	0.01832	115.78274	8.10000	0.01742	105.25889
0.01	6	8.33333	0.00810	0.01550	91.35838	8.66667	0.01312	61.98148	8.83333	0.01207	49.03006
0.01	7	8.00000	0.00842	0.01832	117.44793	8.42857	0.01478	75.50612	8.50000	0.01426	69.34862

REFERENCIAS:

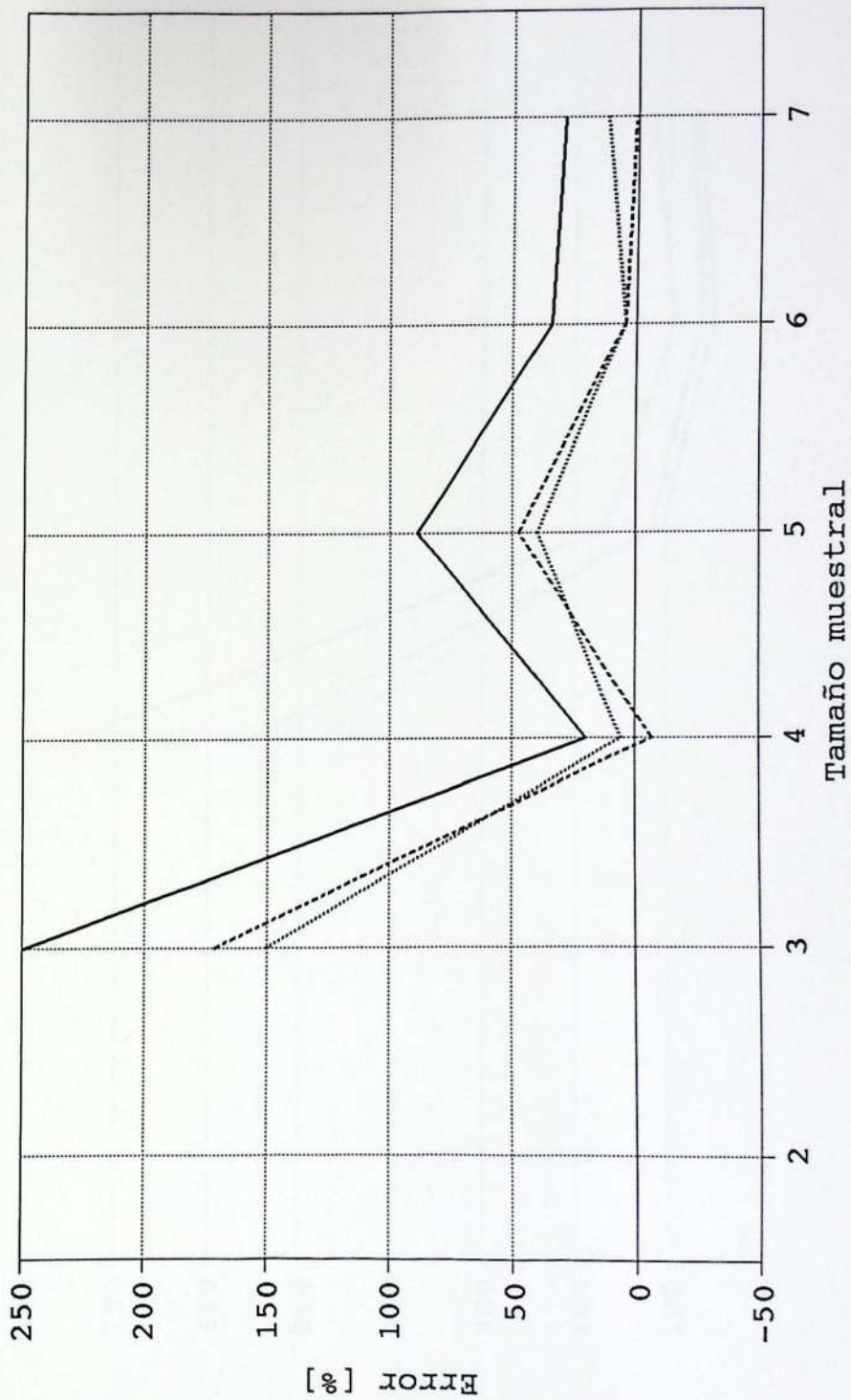
- P1=P[F>f1k] Probabilidad exacta.
- P2=P[X2>f1k] Probabilidad ji-cuadrado con 2 g.l.
- P3=P[X2>f2] Aproximación ji-cuadrado con 2 g.l. con corrección 1
- P4=P[X2>f3] Aproximación ji-cuadrado con 2 g.l. con corrección 2
- Error 1: Error de aproximación ji-cuadrado
- Error 2: Error de aproximación ji-cuadrado con corrección 1
- Error 3: Aproximación ji-cuadrado con corrección 2

Correcciones por continuidad para F
 Gráfico de errores para alfa 0.1 (c=3)



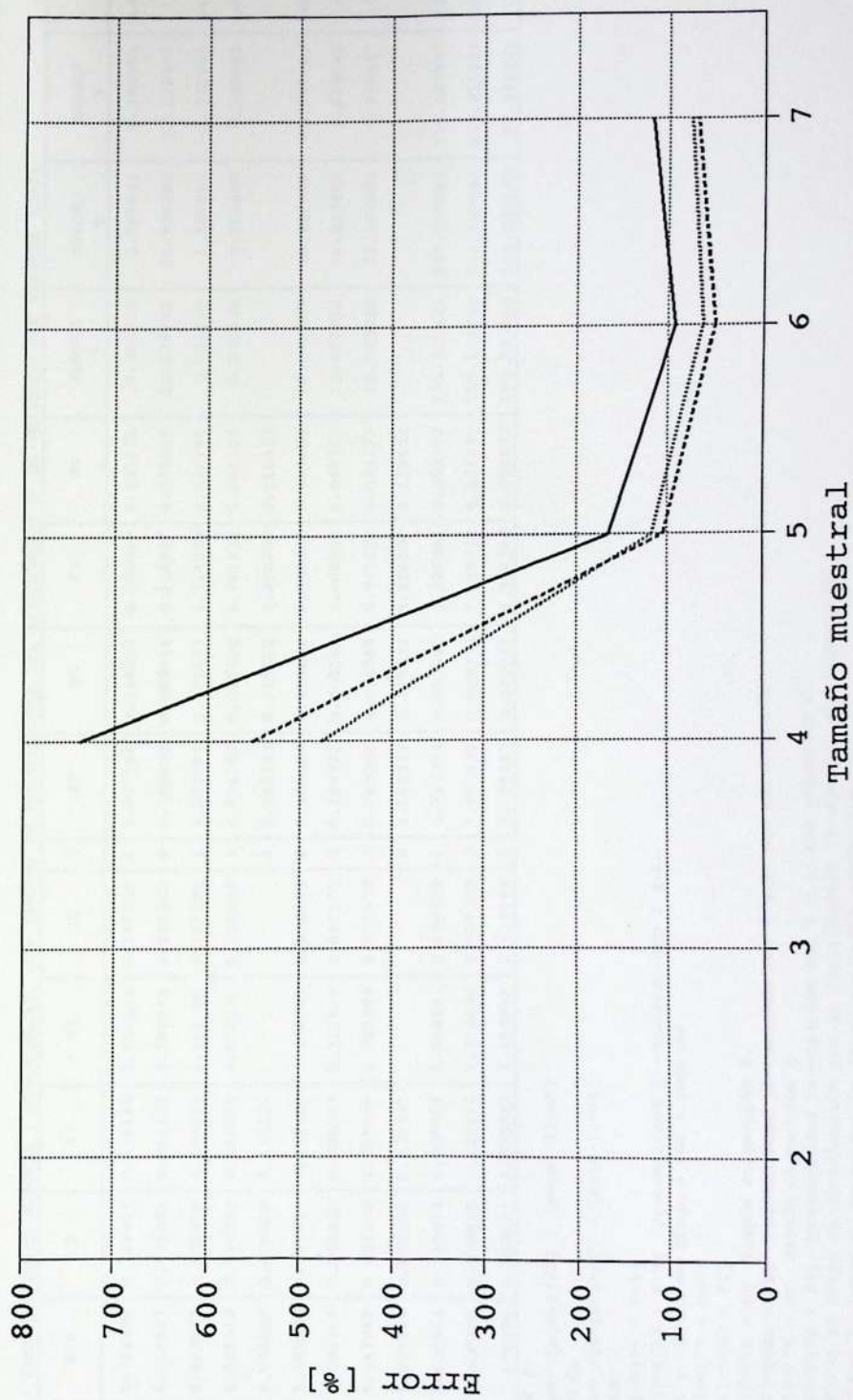
— Error 1 Error 2 - - - - - Error 3

Correcciones por continuidad para F
 Gráfico de errores para alfa 0.05 (c=3)



— Error 1 Error 2 - · - · - Error 3

Correcciones por continuidad para F
Gráfico de errores para alfa 0.01 (c=3)



— Error 1 Error 2 - - - - - Error 3

TABLA 5.5: PROBABILIDADES EXACTAS Y APROXIMADAS, CON ERRORES DE APROXIMACION DEL ESTADISTICO F* DE FRIEDMAN CON EMPATES (C=3)

ALFA	n	f*k	P	P1	f1	P2	t	f2	P3	f3	P4	ERROR1	ERROR2	ERROR3	ERROR4
0.10	2	3.714286	0.142857	0.156118	3.857143	0.145356	1	3.809524	0.148858	4.000000	0.135335	9.282725	1.749582	4.200751	-5.265405
0.10	3	4.666667	0.079365	0.096972	4.787879	0.091269	0	4.750000	0.093014	4.916667	0.085577	22.184781	14.999583	17.198374	7.827128
0.10	4	4.428571	0.106038	0.109232	4.464286	0.107298	2	4.523809	0.104152	4.714285	0.094690	3.011687	1.188467	-1.778666	-10.701824
0.10	5	4.526316	0.098720	0.104021	4.557276	0.102424	1	4.614035	0.099558	4.789474	0.091197	5.370204	3.751660	0.848602	-7.620543
0.05	2	4.000000	0.000000	0.135335			0	4.083333	0.129812	4.250000	0.119433				
0.05	3	5.000000	0.047619	0.082085	5.300000	0.070651	2	5.100000	0.078082	5.300000	0.070651	72.378669	48.367696	63.971663	48.367248
0.05	4	5.692307	0.050228	0.058067	5.712820	0.057475	3	5.794872	0.055164	6.000000	0.049787	15.607326	14.427660	9.828145	-0.877996
0.05	5	5.647059	0.051418	0.059396	5.705883	0.057674	3	5.745098	0.056555	5.941176	0.051273	15.515840	12.167801	9.989847	-0.282002
0.01	2	4.000000	0.000000	0.135335			0	4.083333	0.129812	4.250000	0.119433				
0.01	3	5.636364	0.015873	0.059714	5.818182	0.054525	1	5.727273	0.057061	5.909091	0.052102	276.201127	243.509551	259.483907	228.242928
0.01	4	7.000000	0.008625	0.030197	7.214286	0.027129	2	7.095238	0.028793	7.285714	0.026177	250.114590	214.542044	233.833212	203.501449
0.01	5	7.625000	0.010627	0.022093	7.654605	0.021768	4	7.729167	0.020972	7.937500	0.018897	107.893833	104.839183	97.343138	77.820646

CORRECCION B:

$$c^* = [n(c+1)/2] / [nc(c-1)-6t]$$

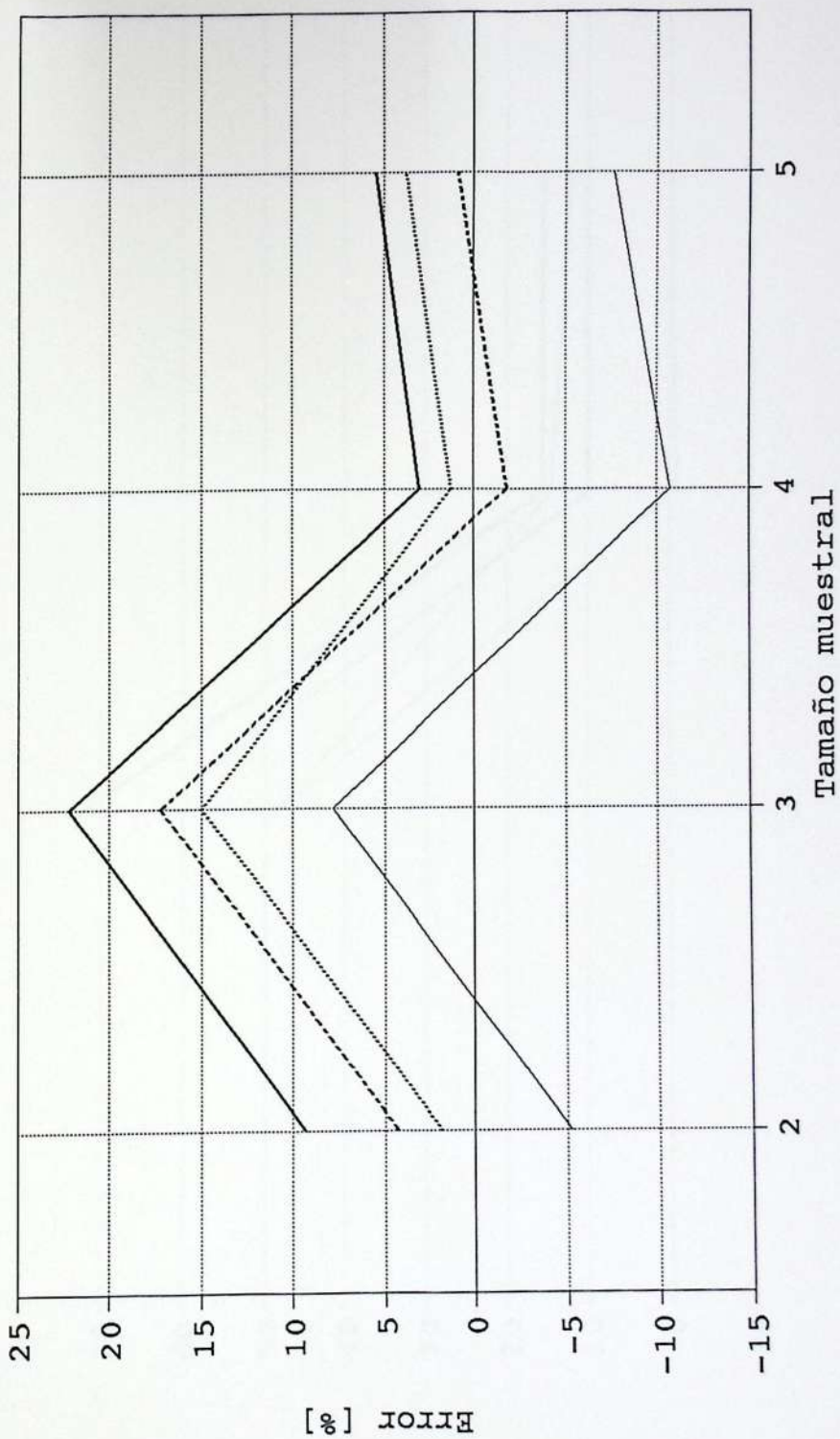
CORRECCION C:

$$c^* = [nc(c+1)/2] / [nc(c-1)-6t]$$

REFERENCIAS:

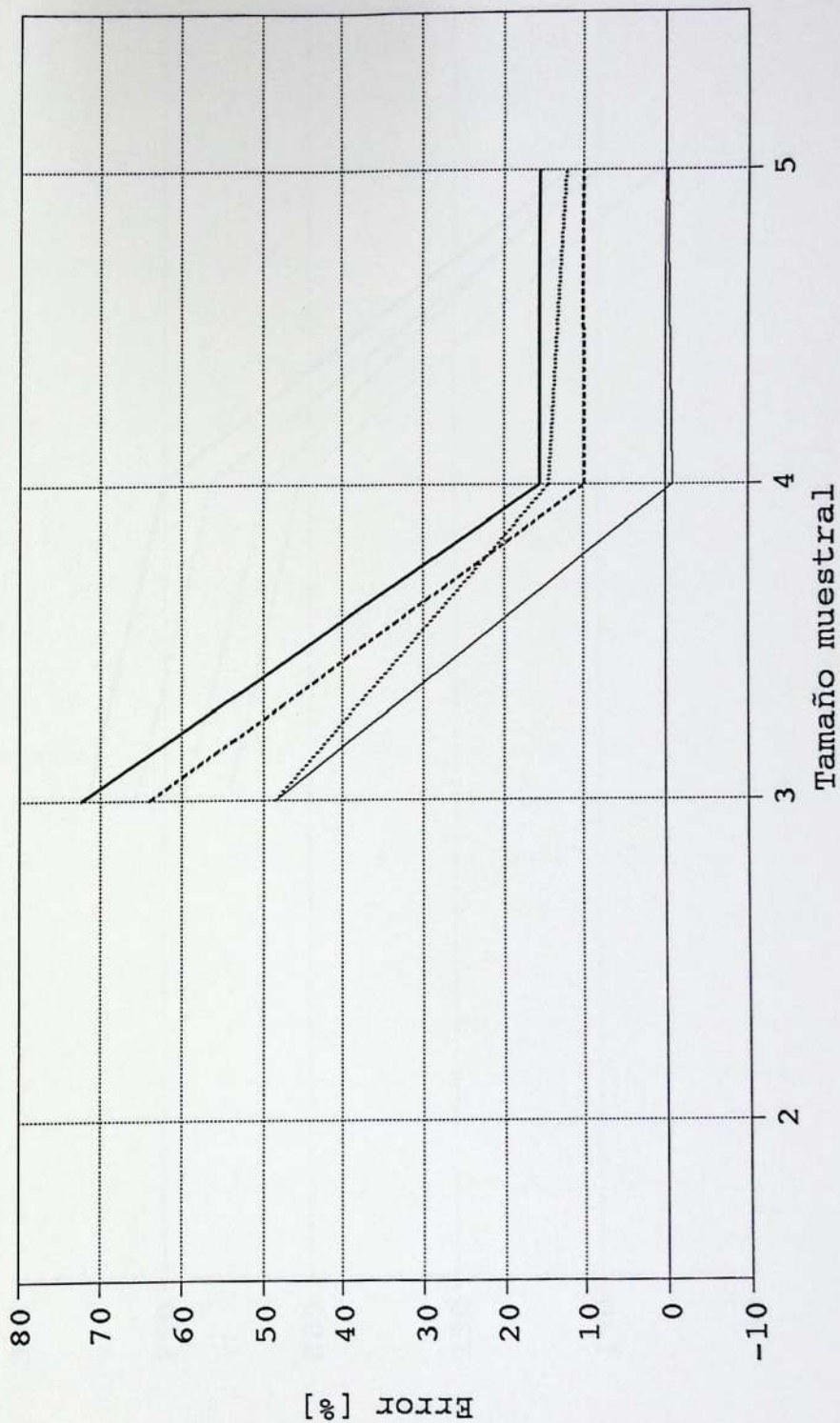
- P=P[F* > f*k]
- P1=P[X2 > f*k] Probabilidad ji-cuadrado con 2 g.l.
- t : número de bloques con 1 empates
- f1=f*k + hk/2
- P2=P[X2 > f1]
- f2=f*k + c Usando corrección B.
- P3=P[X2 > f2] Probabilidad ji-cuadrado con 2 g.l. con corrección B.
- f3=f*k + c Usando corrección C
- P4=P[X2 > f3] Probabilidad ji-cuadrado con 2 g.l. con corrección C.
- Error 1: Error de aproximación por la distribución ji-cuadrado sin corrección
- Error 2: Error de aproximación ji-cuadrado con corrección f1
- Error 3: Error de aproximación ji-cuadrado con corrección B.
- Error 4: Error de aproximación ji-cuadrado con corrección C.

Correcciones por continuidad para F*
 Gráfico de errores para alfa 0.10 (c=3)



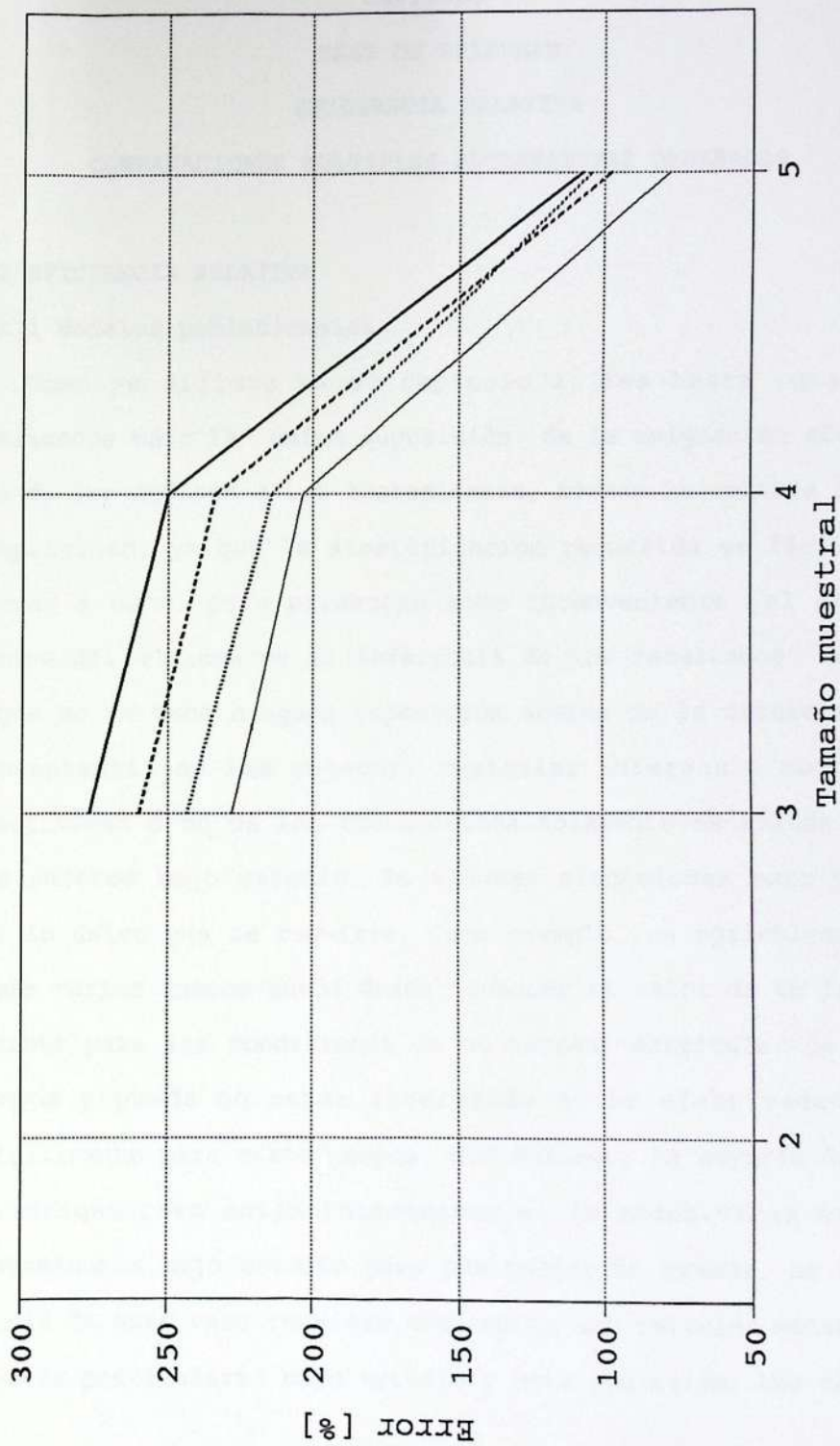
— Error 1 Error 2 Error 3 — Error 4

Correcciones por continuidad para F*
 Gráfico de errores para alfa 0.05 (c=3)



— Error 1 Error 2 Error 3 — Error 4

Correcciones por continuidad para F^*
 Gráfico de errores para $\alpha = 0.01$ ($c=3$)



— Error 1 Error 2 Error 3 — Error 4

CAPITULO 6

TEST DE FRIEDMAN

EFICIENCIA RELATIVA

COMPARACIONES MULTIPLES-ALTERNATIVAS ORDENADAS

6.1 EFICIENCIA RELATIVA

6.1.1 Modelos poblacionales

Como ya dijimos en el capítulo 2, los tests que son analizados bajo la única suposición de la asignación aleatoria de los sujetos a los tratamientos, tienen la ventaja de la simplicidad, ya que la aleatorización requerida es fácil de llevar a cabo, pero presentan como inconveniente el escaso límite del alcance de la inferencia de los resultados. Debido a que no se hace ninguna suposición acerca de la naturaleza o proveniencia de los sujetos, cualquier inferencia sobre la efectividad o no de los tratamientos solamente es válida para los sujetos bajo estudio. En algunas situaciones esto puede ser lo único que se requiera. Como ejemplo, un agricultor que posee varios campos puede desear conocer el valor de un fertilizante para las condiciones de un terreno particular de esos campos y puede no estar interesado en la efectividad del fertilizante para otros campos. Sin embargo, la mayoría de las investigaciones están interesadas en la efectividad de los tratamientos bajo estudio para una población grande. La inferencia de este caso requiere claramente una relación entre los sujetos particulares bajo estudio y esta población. Una manera

de establecer esta relación consiste en tomar los sujetos de la población con un plan de muestreo aleatorio bien definido. Teóricamente el más simple es el plan de muestreo aleatorio simple.

Para los modelos 6 y 8, definidos en el capítulo 2, que en algunas bibliografías se los suele llamar con el nombre de modelos poblacionales, podemos hacer algunas consideraciones adicionales. Para el modelo 6, se presentan tres casos que cumplen con los tres componentes que lo definen (procedencia muestral, asignación al azar, muestras relacionadas). Estos son:

Caso 6.1. Supongamos que los bloques representan diferentes laboratorios hospitalares o diferentes profesores o doctores, para los cuales $N=cn$ sujetos son tomados al azar de una población grande π , luego son asignados c al azar a cada bloque. Sea X_{ij} la variable aleatoria que representa la respuesta del sujeto tomado al azar de la población π y se distribuye acorde a:

$$(6.1) \quad P(X_{ij} \leq x) = F_{ij}(x) \quad (i=1, \dots, n ; j=1, \dots, c)$$

La hipótesis nula de que no existe diferencia entre los tratamientos establece que:

$$(6.2) \quad H_0 : F_{i1} = \dots = F_{ic} \quad \text{para cada } i=1, 2, \dots, n$$

Agregando la suposición de que la población π es suficientemente grande de modo que los sujetos en la muestra y de aquí las variables aleatorias X_{ij} se pueden considerar como independientes.

Finalmente el modelo poblacional que tenemos es:

(6.3) Las variables aleatorias X_{ij} son independientes con distribuciones F_{ij} ($i=1,2,\dots,n$; $j=1,2,\dots,c$); la hipótesis a ser testada es que esas distribuciones satisfacen (6.2).

Caso 6.2. Se considera que los pacientes de distintos hospitales o de doctores diferentes, o estudiantes en una gran población de escuelas, a menudo tienen distribuciones diferentes con respecto a: religión, educación, niveles de ingreso, etc. Por ello es conveniente estratificar la población original, donde cada estrato va a representar a un diferente hospital, doctor o escuela, etc. Decimos que la razón para estratificar la población original, es la homogeneidad de los sujetos dentro de cada bloque, ya que la población total se supone que es menos homogénea que el estrato individual. Luego se consideran muestras al azar de tamaño c (número de tratamientos) de cada estrato.

Sean $\pi_1, \pi_2, \dots, \pi_n$ los diferentes estratos y supongamos que una muestra de tamaño c se toma de cada uno de ellos. Si X_{ij} denota la respuesta de un sujeto tomado al azar de una población π_i recibiendo el tratamiento j , y F_{ij} es la distribución de X_{ij} , la hipótesis de que no existe diferencia entre los tratamientos se representa por (6.2). Si agregamos la suposición de que las poblaciones π_i con $i=1,\dots,n$ son suficientemente grandes de manera que los sujetos en las muestras se

los pueden considerar como independientes, obtenemos nuevamente el modelo poblacional (6.3).

Caso 6.3. En el caso 6.1 se supone que los bloques están fijos y los sujetos son asignados al azar a ellos. A su vez los bloques pueden ser tomados de una población de bloques, por ejemplo en los tests de los gustos donde el bloque es un sujeto comparando un número de sabores, o en los ejemplos del caso 6.1 cuando los hospitales, profesores, doctores, etc., han sido tomados al azar de alguna población. Las c respuestas en un bloque son dependientes ya que todas están influenciadas por el bloque particular producido por el proceso de muestreo. En este caso las n c -úplas $(X_{1i}, X_{2i}, \dots, X_{ci})$ son independientes idénticamente distribuídas acorde a una distribución M , c variada. La hipótesis de que no hay efectos de tratamientos encuentra su expresión matemática en la suposición de que M es simétrica en sus c argumentos, esto es $M(x_{1i}, \dots, x_{ci}) = M(x_1, \dots, x_c)$ para toda permutación (i_1, \dots, i_c) de $(1, \dots, c)$.

En los casos 6.1 y 6.2 bajo H_0 las variables aleatorias X_{1i}, \dots, X_{ci} en el j -ésimo bloque son independientes e idénticamente distribuídas. Si esta distribución común es continua todas las $c!$ permutaciones de los rangos $1, 2, \dots, c$ en el i -ésimo bloque son igualmente probables. La demostración de esta afirmación está en Lehmann(1972). De ésto se concluye que la distribución nula (5.5) de los rangos vista en el capítulo 5 sección 5.3, es la misma en los casos 6.1 y 6.2. Esta distri-

bución es también la misma en el caso 6.3, lo cual se ve por la simetría mencionada anteriormente.

Este mismo análisis se puede hacer para el modelo 8 que cumple con los componentes: procedencia muestral, asignación no al azar, muestras relacionadas, definido en el capítulo 2.

De este análisis se concluye que el estadístico F de Friedman tendrá la misma distribución en los modelos 5 al 8, definidos en el capítulo 2, y cuando los tipos de muestras son relacionadas.

Cuando la distribución conjunta de los X's no es continua de manera que los empates pueden ocurrir, la distribución de los rangos promedios depende de la distribución subyacente. (Lehman, 1972). Sin embargo la distribución condicional de los promedios de los rangos dados los números d_{ij} de empates es de distribución libre, es decir es independiente de la distribución de la población, y coincide con la distribución de los promedios de los rangos para el caso del modelo en que la procedencia del lote de individuos sea no muestral. Lehmann(1972).

De todo lo expuesto se concluye que las distribuciones nulas exactas de los estadístico de Friedman sin empates F y con empates F^* bajo cualquiera de los modelos cuando los tipos de muestras son relacionadas son las mismas que se obtuvieron en el capítulo 5.

6.1.2 Eficiencia relativa en general de métodos no paramétricos

Esta sección está basada sobre todo en Lehmann(1975) y Noether (1967).

Cuando se puede dar más de una solución a un problema estadístico, es importante realizar comparaciones entre los distintos métodos. Esto ocurre en el caso de tener dos tests no paramétricos para testar la misma hipótesis nula, o si tenemos un test no paramétrico y un test paramétrico que nos daría una solución estándar pero que impone ciertas suposiciones restrictivas (como la normalidad). Un posible método para comparar dos tests de la misma hipótesis consiste en computar la eficiencia de uno de los test relativo al otro. El concepto de eficiencia es conocido en la estimación puntual: la eficiencia relativa de un estimador insesgado con respecto a otro estimador, se define como el cociente de sus varianzas. El significado práctico de esta definición es que, por lo menos para muestras grandes, permite computar cuántas observaciones son necesarias para que un estimador poco eficiente, sea tan preciso como otro estimador más eficiente.

6.1.2.1 Eficiencia relativa

Cuando decimos que la eficiencia de un test relativa a otro test es e , estamos significando que el primer test basado en n_1 observaciones es equivalente al segundo test basado en $n_2=e.n_1$ observaciones. El concepto de equivalencia entre dos tests ha sido definido de varias maneras en la literatura estadística. La definición más comúnmente usada requiere que

tests equivalentes sean del mismo tamaño y de igual poder con respecto a la misma alternativa. La eficiencia relativa según Pitman se define de la siguiente manera: si tenemos dos tests de la misma hipótesis y del mismo nivel de significación, si para el mismo poder con respecto a la misma alternativa un test requiere de un tamaño muestral de n_1 observaciones y el otro test de un tamaño muestral de n_2 , luego la eficiencia relativa del primer test con respecto al segundo test es igual a $e=e_{1,2}=n_2/n_1$.

Esta definición encuentra ciertas dificultades. En general e depende de tres argumentos, del nivel de significación α , de la alternativa θ , y del tamaño muestral n_1 del primer test. De este modo, la eficiencia se puede escribir $e=e(\alpha, \theta, n_1)$ y en la comparación de dos test se requeriría evaluar estos tres argumentos. En general, no existirá un test con un tamaño muestral pequeño de n_1 observaciones y un segundo test con n_2 observaciones tal que el poder del segundo test sea exactamente igual al primero, en este caso se necesita alguna clase de interpolación. Hodges y Lehmann(1965) notaron que el procedimiento de interpolación puede tener alguna influencia particular en el valor de e . Esta dificultad pierde importancia para un n grande. Además la evaluación de e como función de estos tres argumentos es demasiado complicado. Es por eso que se deben considerar expresiones más simples. Por todas estas razones, se considera el caso asintótico o sea cuando n (tamaño muestral) tiende a infinito.

6.1.2.2 Eficiencia relativa asintótica

Con el propósito de no comparar dos tests cuyos poderes sean iguales a uno, se considera una sucesión de hipótesis alternativas $\theta = \theta_n$ que convergen a la hipótesis nula ($\theta_n \rightarrow \theta_0$) de tal manera que el poder de la secuencia de tests con respecto a esta secuencia de alternativas converge al mismo valor entre α y 1. Dicho de otra manera, podemos definir la eficiencia asintótica como el valor límite cuando $n \rightarrow \infty$ del cociente entre los números de observaciones (o equivalentemente de los números de bloques) requeridos por los dos tests para lograr el mismo poder con la misma alternativa, cuando ambos son llevados a cabo al mismo nivel de significación.

$$(6.4) \quad e = \lim_{\substack{n \rightarrow \infty \\ \theta_n \rightarrow \theta_0}} e(\alpha, \theta_n, n)$$

En muchos casos de interés práctico este límite resulta ser un número, que no depende del nivel de significación α .

El objetivo de esta sección es considerar la eficiencia asintótica del test no paramétrico de Friedman con respecto al correspondiente test clásico del análisis de la varianza.

El test no paramétrico de Friedman tiene bajo la hipótesis nula una distribución asintótica ji-cuadrado y bajo ciertas hipótesis alternativa una distribución asintótica ji-cuadrado no central. Se ha demostrado que el test del análisis de la varianza paramétrico es también asintóticamente de distribución libre en el sentido de que el estadístico del

test tiende a la distribución ji-cuadrado con $c-1$ grados de libertad, independientemente de la distribución subyacente de la población, bajo la única suposición de que la varianza de esta población sea finita .Lehmann(1975) .

Sean δ_1 y δ_2 los parámetros de no centralidad de los dos tests. Ambos tendrán el mismo poder como el requerido por la definición de eficiencia relativa de Pitman si:

$$(6.5) \quad \delta_1 = \delta_2$$

En nuestro caso δ_i , $i=1,2$ resultan ser funciones lineales de un parámetro θ_n caracterizando a la alternativa bajo consideración y tal que $\theta_0 = 0$

$$(6.6) \quad \delta_i = c_i \theta_n$$

donde c_i es una constante que depende del test pero no de la hipótesis alternativa. Sean θ_1 y θ_2 dos constantes. Sean θ_i/n_i la secuencia de alternativas convergiendo a la hipótesis nula cuando incrementamos el tamaño muestral n_i . Las alternativas para los dos tests son iguales si $\theta_1/n_1 = \theta_2/n_2$.

Por (6.5) y (6.6) los dos tests tendrán igual poder si

$$c_1 \theta_1 = \delta_1 = \delta_2 = c_2 \theta_2$$

Se desprende que:

$$(6.7) \quad e = \frac{n_2}{n_1} = \frac{\theta_2}{\theta_1} = \frac{c_1}{c_2}$$

Podemos computar e más fácilmente considerando $\theta = \theta_1 = \theta_2$. Luego por (6.6) ,

$$(6.8) \quad e = \frac{c_1}{c_2} = \frac{\delta_1}{\delta_2}$$

Con lo cual concluimos que la eficiencia relativa asintótica está dada por el cociente de los parámetros de no centralidad correspondiente al mismo valor de θ .

6.1.3 Eficiencia relativa asintótica del test de Friedman con respecto a las alternativas de traslación

Esta sección está basada en Noether (1967), Hollander (1972).

En los modelos poblacionales definidos en la sección 6.1.1, suponemos que las variables aleatorias X_{ij} tienen distribuciones F_{ij} con $(i=1,2,\dots,n ; j=1,2,\dots,c)$.

Supongamos que las F_{ij} son de la forma:

$$(6.9) \quad F_{ij} = F_j(x - a_j),$$

donde $F_j = F(x - b_j)$, de modo que $P(X_{ij} \leq x) = F(x - a_j - b_j)$ donde a 's y b 's son constantes desconocidas. Una representación más útil del modelo se obtiene introduciendo el efecto del tratamiento j como la diferencia $\theta_j = a_j - a$, $a = (\sum a_j) / c$, y el efecto del bloque i como $\beta_i = b_i - \bar{b}$, $\bar{b} = (\sum b_i) / n$. Escribiendo $\mu = \bar{a} + \bar{b}$ resulta ser $b_i + a_j = \mu + \beta_i + \theta_j$, resultando el modelo igual a:

$$(6.10) \quad P(X_{ij} \leq x) = F(x - \mu - \beta_i - \theta_j) \quad \theta_1 + \theta_2 + \dots + \theta_c = 0$$

La hipótesis nula de que no existen diferencias entre los tratamientos para nuestro modelo resulta ser, $H_0: \theta_1 = \theta_2$

= = $\theta_c = 0$ mientras que la hipótesis alternativa algunos o todos los θ 's son diferentes de cero.

La inferencia en el análisis de la varianza requiere que F sea normal.

Por (6.8) la eficiencia relativa asintótica del test de Friedman con respecto al test del análisis de varianza es igual a :

$$(6.11) \quad \frac{\delta_1}{\delta_2} = 12 \frac{c}{c+1} \left[\sigma \int f^2(x) dx \right] = e_k$$

donde F(x) es la función de distribución continua de la población con función de densidad $f(x)=F'(x)$, y σ^2 es la varianza finita de f(x).

En el caso de que c sea grande se considera a $c/(c+1)$ igual a 1.

La siguiente tabla da valores de $c/(c+1)$ para varios c:

c	2	3	4	5	6	10	20	50	100
$c/(c+1)$	0.67	0.67	0.80	0.83	0.86	0.91	0.95	0.98	0.99

La eficiencia asintótica del test de Friedman relativo al test del análisis de la varianza, para tres familias de distribuciones F poblacionales está dada en la siguiente tabla 4.1:

Tabla 4.1 Eficiencia asintótica del test de Friedman
Hollander(1972)

F	c						
	2	3	4	5	10	20	∞
Normal	.637	.716	.764	.796	.868	.909	.955
Uniform.	.667	.750	.800	.833	.909	.952	1.000
Doble Exponen.	1.000	1.125	1.200	1.250	1.364	1.429	1.500

6.2 COMPARACIONES MULTIPLES BASADAS EN EL TEST DE FRIEDMAN

6.2.1 Comparaciones de todos los tratamientos

6.2.1.1 Procedimiento

Calcular las $c(c-1)/2$ diferencias absolutas $|R_i - R_j|$, $i < j$ donde R_1, R_2, \dots, R_c son las sumas de los rangos para cada tratamiento.

A una tasa de error experimental de α , decidir:

$$(6.12) \quad \theta_i \text{ es distinto } \theta_j \text{ si } |R_i - R_j| \geq r(\alpha, c, n)$$

donde θ_i y θ_j son los efectos tratamientos i, j respectivamente y $r(\alpha, c, n)$ satisface la ecuación:

$$(6.13)$$

$$P_0\{|R_i - R_j| < r(\alpha, c, n), i=1, 2, \dots, c-1, j=i+1, \dots, c\} = 1-\alpha$$

La ecuación (6.13) establece que las $c(c-1)/2$ desigualdades $|R_i - R_j| < r(\alpha, c, n)$ correspondientes a todos los pares de tratamientos (i, j) con $i < j$, se mantienen simultáneamente con probabilidad $1-\alpha$ cuando H_0 es verdadera. Valores aproximados de $r(\alpha, c, n)$ se pueden encontrar en la tabla A.17 del libro de

Hollander(1972).

6.2.1.2 Tasa de error experimental. Definición

Se considera un procedimiento de comparaciones múltiples que involucra N_D decisiones individuales. Sea N_f el número de decisiones incorrectas hechas por el procedimiento. La tasa de error para las comparaciones múltiples se define como N_f/N_D . Este cociente es una variable aleatoria, ya que N_f es una variable aleatoria. La tasa de error experimental es la probabilidad de que bajo la hipótesis nula el cociente N_f/N_D sea más grande que cero. Así el procedimiento de comparaciones múltiples tiene una tasa de error experimental igual a α si $P_0\{(N_f/N_D) > 0\} = \alpha$, o equivalentemente, si $P_0\{(N_f/N_D) = 0\} = 1 - \alpha$.

6.2.1.3 Aproximaciones para muestras grandes

Para un n grande el procedimiento (6.12) puede ser aproximado por :

$$(6.14) \quad \theta_i \text{ distinto } \theta_j \text{ si } |R_i - R_j| \geq q(\alpha, c, \infty) \left[\frac{nc(c+1)}{12} \right]^{1/2}$$

donde θ_i, θ_j son los efectos de los tratamientos i, j respectivamente y $q(\alpha, c, \infty)$ es el punto percentil α superior del rango estudentizado de c variables independientes $N(0, 1)$. Valores de $q(\alpha, c, n)$ están dados en la tabla A.10 del libro de Hollander(1972).

6.2.1.4 Caso de Empates

Se recomienda usar el método de los promedios de los rangos observados.

EJEMPLO 1¹. *Tiempos de recorrido alrededor de la primera base en un juego de beisbol.* Se comparan tres métodos de recorridos alrededor de la primera base, considerándose como mejor a aquel que en promedio minimiza los tiempos de encuentros de la segunda base. Los datos están presentados en la siguiente tabla:

TIEMPOS DE RECORRIDOS ALREDEDOR DE LA PRIMERA BASE

JUGADORES	METODOS		
	REDONDEO	ANGULO PEQUEÑO	ANGULO GRANDE
1	5.40 (1)	5.50 (2)	5.55 (3)
2	5.85 (3)	5.70 (1)	5.75 (2)
3	5.20 (1)	5.60 (3)	5.50 (2)
4	5.55 (3)	5.50 (2)	5.40 (1)
5	5.90 (3)	5.55 (2)	5.70 (3)
6	5.45 (1)	5.55 (2)	5.60 (3)
7	5.40 (2.5)	5.40 (2.5)	5.35 (1)
8	5.45 (2)	5.50 (3)	5.35 (1)
9	5.25 (3)	5.15 (2)	5.00 (1)
10	5.85 (3)	5.80 (2)	5.70 (1)
11	5.25 (3)	5.20 (2)	5.10 (1)
12	5.65 (3)	5.55 (2)	5.45 (1)
13	5.60 (3)	5.35 (1)	5.45 (2)
14	5.05 (3)	5.00 (2)	4.95 (1)
15	5.50 (2.5)	5.50 (2.5)	5.40 (1)
16	5.45 (1)	5.55 (3)	5.50 (2)
17	5.55 (2.5)	5.55 (2.5)	5.35 (1)
18	5.45 (1)	5.50 (2)	5.55 (3)
19	5.50 (3)	5.45 (2)	5.25 (1)
20	5.65 (3)	5.60 (2)	5.40 (1)
21	5.70 (3)	5.65 (2)	5.55 (1)
22	6.30 (2.5)	6.30 (2.5)	6.25 (1)

$R_1=35$ $R_2=47$ $R_3=32$

¹Este es un ejemplo del libro Hollander M. and Wolfe D.A.(1972).*Nonparametric Statistical Methods*, John Wiley & Sons, New York.

Con estos valores calculamos $F^* = 11.1$. De la tabla de la distribución ji-cuadrado con dos grados de libertad encontramos que, $P(X_{(2)}^* \geq 11.1) = 0.004$, y se rechaza al 1% la hipótesis nula de que los tres métodos son equivalentes. Aplicamos el método de comparaciones múltiples para averiguar cuales son los métodos que difieren. Se considera una tasa de error experimental de $\alpha = 0.01$ y se determina que $q(\alpha, c, \infty) = q(0.01, 3, \infty) = 4.12$. Luego la desigualdad (6.12) resulta ser igual a:

$$|R_i - R_j| \geq (4.12) \left[\frac{22(3)4}{12} \right]^{1/2} = 19.3$$

De la tabla del ejemplo encontramos $|R_1 - R_2| = 6$, $|R_1 - R_3| = 21$, $|R_2 - R_3| = 15$, así se concluye que hay diferencia significativa entre el segundo y tercer método al 1% de tasa de error experimental.

6.2.1.5 Comentarios

a) El procedimiento definido por (6.12) y su aproximación definida por (6.14) son procedimientos de comparaciones múltiples porque consideran $c(c-1)/2$ comparaciones. También se les puede dar la interpretación de un test de hipótesis para H_0 . Si consideramos un test que rechaza la hipótesis nula H_0 si la desigualdad (6.12) se verifica al menos para un par (i, j) de tratamientos, este es un test de distribución libre de tamaño α para H_0 .

b) Los valores $r(\alpha, c, n)$ de la tabla A.17 de Hollander(1972) se pueden obtener debido a que, bajo la hipó-

tesis nula que no hay diferencias entre los tratamientos, todas las $(c!)^n$ configuraciones de rangos son igualmente probables. Así para obtener la probabilidad bajo H_0 de la simultaneidad de las desigualdades $|R_i - R_j| < k$, con $i=1,2,\dots, c-1, j=i+1, \dots, c$, se computa el número de configuraciones para las cuales el evento $B = \{|R_i - R_j| < k, i=1,2,\dots, c-1, j=i+1, \dots, c\}$ ocurre, y se divide esta cantidad por $(c!)^n$.

Como ilustración se consideran las 24 configuraciones del ejemplo 1 (visto en el capítulo 5 secc.5.3) correspondiendo al caso de $c=4$ y $n=2$. Por la misma razón que se dió anteriormente, cuando se desarrollaron todas estas configuraciones, se consideran sólo 24 en lugar de $(4!)^2$ configuraciones. Para cada una de ellas se calculan los valores de $|R_1 - R_2|, |R_1 - R_3|, |R_1 - R_4|, |R_2 - R_3|, |R_2 - R_4|, |R_3 - R_4|$, resultando ser:

- | | | |
|-----------------|-----------------|-----------------|
| (a) 2,4,6,2,4,2 | (b) 2,5,5,3,3,0 | (c) 3,5,4,2,1,1 |
| (d) 3,3,6,0,3,3 | (e) 4,3,5,1,1,2 | (f) 4,4,4,0,0,0 |
| (g) 0,3,5,3,5,2 | (h) 0,4,4,4,4,0 | (i) 2,4,2,2,0,2 |
| (j) 2,1,5,1,3,4 | (K) 3,1,4,2,1,3 | (l) 3,3,2,0,1,1 |
| (m) 1,1,4,2,5,3 | (n) 1,3,2,4,3,1 | (o) 0,3,1,3,1,2 |
| (p) 0,0,4,0,4,4 | (q) 2,0,2,2,0,2 | (r) 2,1,1,1,1,0 |
| (s) 2,0,2,2,4,2 | (t) 2,1,1,3,3,0 | (u) 1,1,2,0,3,3 |
| (v) 1,1,0,2,1,1 | (w) 0,1,1,1,1,2 | (x) 0,0,0,0,0,0 |

Así por ejemplo, la $P_0 = \{|R_i - R_j| < 6, i=1,2,3, j=2,3,4\} = 22/24$. Se define el rango de R_1, \dots, R_c como, Rango $[R_1, \dots, R_c] = \max[R_1, \dots, R_c] - \min[R_1, \dots, R_c]$. Luego, $|R_i - R_j|$ es menor que k para

todo $i < j$ si y sólo si el rango $[R_1, \dots, R_c]$ es menor que k . Así en lugar de computar todas las diferencias $|R_i - R_j|$ para $i < j$ con $i=1, 2, \dots, c-1$, $j=i+1, \dots, c$ es sólo necesario calcular el rango $[R_1, \dots, R_c]$ para cada configuración. Esto es, podemos obtener la constante crítica $r(\alpha, c, n)$ computando el rango para cada configuración posible. Si en cada configuración del ejemplo considerado se computan los valores R_1, R_2, R_3, R_4 y luego el rango para cada configuración tenemos lo siguiente:

- (a) 2, 4, 6, 8 rang=6 (b) 2, 4, 7, 7 rang=5 (c) 2, 5, 7, 7 rang=5
 (d) 2, 5, 5, 8 rang=6 (e) 2, 6, 5, 7 rang=5 (f) 2, 6, 6, 6 rang=4
 (g) 3, 3, 6, 8 rang=5 (h) 3, 3, 7, 7 rang=4 (i) 3, 5, 7, 5 rang=4
 (j) 3, 5, 4, 8 rang=5 (k) 3, 6, 4, 7 rang=4 (l) 3, 6, 6, 5 rang=3
 (m) 4, 3, 5, 8 rang=5 (n) 4, 3, 7, 6 rang=4 (o) 4, 4, 7, 5 rang=3
 (p) 4, 4, 4, 8 rang=4 (q) 4, 6, 4, 6 rang=2 (r) 4, 6, 5, 5 rang=2
 (s) 5, 3, 5, 7 rang=4 (t) 5, 3, 6, 6 rang=3 (u) 5, 4, 4, 7 rang=3
 (v) 5, 4, 6, 5 rang=2 (w) 5, 5, 4, 6 rang=2 (x) 5, 5, 5, 5 rang=0

Como $|R_i - R_j|$ menor que k para todo $i < j$ si y sólo si rango $[R_1, R_2, R_3, R_4]$ es menor que k , por lo tanto se tiene lo siguiente: Computar $P_0\{|R_i - R_j| < r(\alpha, 4, 2), i=1, 2, 3, j=2, 3\} = 1 - \alpha$, es equivalente a calcular $P_0\{\text{rango } [R_1, R_2, R_3, R_4] < r(\alpha, 4, 2)\} = 1 - \alpha$ en cada configuración. Realizando esto en el ejemplo considerado se tiene que:

$r(\alpha, 4, 2)$	α
6	0.083
5	0.334
4	0.625
3	0.790
2	0.958

Para aplicar el procedimiento (6.12) se necesita computar las diferencias absolutas $|R_i - R_j|$ al conjunto de datos.

c) Las diferencias absolutas $|R_i - R_j|$ dependen de los valores observados de los $c-2$ tratamientos, además de los observados para los tratamientos i, j . De esta manera, la decisión concerniente a los tratamientos 1 y 2 depende de los valores del tratamiento 3.

Los temas tratados en esta sección se los puede consultar en Hollander(1972).

6.2.2 Comparación de tratamientos versus un control

6.2.2.1 Procedimiento

Supongamos que el tratamiento 1 asume el rol del tratamiento control o tratamiento estándar.

Se calculan las $c-1$ diferencias $R_u - R_1$, $u=2, \dots, c$, donde R_i con $i=1, 2, \dots, c$ son los totales de rangos definidos anteriormente.

Para el procedimiento de una cola, a una tasa de error experimental de α , se decide:

$$(6.15) \quad \theta_u > \theta_1 \quad \text{si} \quad R_u - R_1 \geq r^*(\alpha, c-1, n)$$

donde $r^*(\alpha, c-1, n)$ satisface la ecuación siguiente:

$$(6.16) \quad P_0 \{ R_u - R_1 < r^*(\alpha, c-1, n), u=2, \dots, c \} = 1-\alpha$$

La ecuación (6.16) establece que las $c-1$ desigualda-

des $(R_u - R_1) < r^*(\alpha, c-1, n)$ correspondientes a las comparaciones de una cola de los tratamientos $2, \dots, c$ con el tratamiento control 1, se verifican simultáneamente con probabilidad $1-\alpha$, cuando la hipótesis nula de que no hay diferencias entre los tratamientos es verdadera. Algunos valores exactos de $r^*(\alpha, c-1, n)$ se los puede encontrar en la tabla A.18 de Hollander(1972).

Para un procedimiento de dos colas, a una tasa de error experimental de α , se decide que:

$$(6.17) \quad \theta_u \text{ distinto } \theta_1 \text{ si } |R_u - R_1| \geq r^{**}(\alpha, c-1, n)$$

donde $r^{**}(\alpha, c-1, n)$ satiaface la ecuación:

$$(6.18) \quad P_0\{|R_u - R_1| < r^{**}(\alpha, c-1, n), u=2, 3, \dots, c\} = 1-\alpha$$

La ecuación (6.18) establece que las $c-1$ desigualdades $|R_u - R_1| < r^{**}(\alpha, c-1, n)$, correspondientes a comparaciones de dos colas de los tratamientos $2, 3, \dots, c$ con el tratamiento control 1, se verifican simultáneamente con probabilidad $1-\alpha$, cuando la hipótesis nula no hay diferencias entre los tratamientos es verdadera. Algunos valores exactos de $r^{**}(\alpha, c-1, n)$ se pueden encontrar en la tabla A.19 de Holander(1972).

6.2.2.2 Aproximaciones para muestras grandes

Para un n grande, el procedimiento (6.15) se puede aproximar por :

$$(6.19) \quad \theta_u > \theta_1 \text{ si } R_u - R_1 \geq m(\alpha, c-1, \frac{1}{2}) \left[\frac{nc(c+1)}{6} \right]^{\frac{1}{2}}$$

donde $m(\alpha, c-1, \frac{1}{2})$ es el punto α percentil superior del máximo de $(c-1)$ variables aleatorias $N(0,1)$ con correlación común $\frac{1}{2}$. Valores $m(\alpha, c-1, \frac{1}{2})$ están dados en la tabla A.13 de Hollander(1972). De igual manera para un n grande el procedimiento (6.17) se puede aproximar por:

$$(6.20) \quad \theta_u \text{ dist } \theta_1 \text{ si } |R_u - R_1| \geq |m|(\alpha, c-1, \frac{1}{2}) \left[\frac{nc(c+1)}{6} \right]^{\frac{1}{2}}$$

donde $|m|(\alpha, c-1, \frac{1}{2})$ es el punto percentil superior del máximo valor absoluto de las $(c-1)$ variables aleatorias $N(0,1)$ con correlación común $\frac{1}{2}$. Valores de $m(\alpha, c-1, n)$ se pueden obtener de la tabla A.14 de Hollander(1972).

6.2.2.3 Empates

En el caso de empates se recomienda usar el método de los rangos promedios.

EJEMPLO 2. Se desea comparar tres métodos de enseñanza. Uno de los métodos es el tradicional y los otros dos son nuevos. Se consideran 21 alumnos y se asignan tres en cada bloque, la asignación es realizada de tal manera que se obtengan siete grupos de tres alumnos cada uno lo más homogéneo posible en cuanto a factores que tengan que ver con la capacidad de aprendizaje de los alumnos, edad, etc. Se asigna aleatoriamente un alumno de cada grupo a cada uno de los tres métodos de enseñanza. Se considera como método 1 al método control. Los puntajes para tal experiencia son los de la tabla siguiente:

BLOQUE	METODO1	METODO2	METODO3
1	69 (2)	68 (1)	79 (3)
2	75 (1)	85 (2)	92 (3)
3	57 (1)	61 (2)	78 (3)
4	72 (1)	78 (2)	91 (3)
5	80 (1)	89 (2)	98 (3)
6	66 (1)	70 (3)	69 (2)
7	74 (2)	73 (1)	83 (3)
	$R_1=9$	$R_2=13$	$R_3=20$

Se calculan las $c-1$ diferencias, $R_2-R_1=4$, $R_3-R_1=11$. Aplicando el procedimiento (6.15) a una tasa de error experimental de $\alpha=0.05$, se encuentra de la tabla A.18 de Hollander (1972) que $r^*(\alpha, c-1, n) = r^*(0.05, 2, 7) = 8$.

Al nivel α elegido resulta ser el método 3 de enseñanza superior al método tradicional 1.

6.2.2.4 Comentarios

a) Los procedimientos (6.15) y (6.17) que involucran $c-1$ comparaciones, también se pueden interpretar como un test para la hipótesis nula de que no hay diferencias entre los tratamientos. Por ejemplo se rechaza H_0 si al menos una de las $c-1$ desigualdades definidas por el procedimiento (6.15) se verifica, este es un test de distribución libre de tamaño α para H_0 .

b) Los valores $r^*(\alpha, c-1, n)$ y $r^{**}(\alpha, c-1, n)$ de las tabla A.18 y A.19 del libro de Hollander se pueden obtener usando el hecho de que bajo H_0 (no hay diferencias entre los tratamientos) todas las $(c!)^n$ configuraciones de rangos son igualmente probables. No obstante los cálculos computacionales son más tediosos en los problemas de comparaciones de los tratamientos versus un control que en los problemas de comparaciones de

todos los tratamientos, ya que los valores $R_u - R_1$, $u=2,3,\dots,c$ [$|R_u - R_1|$, $u=2,\dots,c$], en general cambian cuando renombramos al tratamiento control. En el caso de comparaciones de todos los tratamientos el estadístico definido como rango $[R_1, R_2, \dots, R_c]$, no se altera al intercambiar los roles de los tratamientos.

c) Los procedimientos (6.15) y (6.19) están designados para casos de una cola en los cuales $\theta_u > \theta_1$ versus $\theta_u = \theta_1$ con $u=2,\dots,c$. Para situaciones análogas a los casos de una cola en los cuales las decisiones son $\theta_u < \theta_1$ versus $\theta_u = \theta_1$ con $u=2,3,\dots,c$ se usa (6.15) y (6.19) con $(R_1 - R_u)$ en lugar de $(R_u - R_1)$ para $u=2,3,\dots,c$.

d) Los procedimientos de comparaciones múltiples con un tratamiento control sufren de la desventaja de que las decisiones concernientes entre los tratamientos u , con $u=2,3,4,\dots,c$ y el tratamiento control 1 dependen de los otros $c-2$ tratamientos.

6.3 TEST DE DISTRIBUCION LIBRE PARA ALTERNATIVAS ORDENADAS BASADO EN EL TEST DE FRIEDMAN: TEST DE PAGE.

6.3.1 Procedimiento

Para testar la hipótesis nula de igualdad de todos los tratamientos o bien igualdad de los efectos tratamientos j , con $j=1,2,3,\dots,c$, contra alternativas de la forma:

$$(6.21) \quad H_a: \theta_1 \leq \theta_2 \leq \dots \leq \theta_c$$

donde θ_j representa el efecto tratamiento j , con $j=1,2,\dots,c$, donde al menos una de las desigualdades es estricta.

Se Computa el estadístico L definido :

$$(6.22) \quad L = \frac{c}{c-1} \sum_{j=1}^c R_j$$

donde los R_j son las sumas de los rangos en cada tratamiento.

Al nivel α de significación, la regla del test es :

$$(6.23) \quad \begin{array}{ll} \text{rechazar } H_0 & \text{si } L \geq l(\alpha, c, n) \\ \text{aceptar } H_0 & \text{si } L < l(\alpha, c, n) \end{array}$$

donde la constante $l(\alpha, c, n)$ satisface la ecuación $P_0\{L \geq l(\alpha, c, n)\} = \alpha$. Valores aproximados de $l(\alpha, c, n)$ se pueden obtener de la tabla A.16 de Hollander(1972).

6.3.2 Empates

Se recomienda usar rangos promedios.

6.3.3 Aproximaciones para muestras grandes

Sea el estadístico L^* definido por:

$$(6.24) \quad L^* = \frac{L - E_0(L)}{\left[\text{var}_0(L) \right]^{1/2}} = \frac{L - \frac{nc(c+1)^2}{4}}{\left[\frac{n(c^3 - c)^2}{144(c-1)} \right]^{1/2}}$$

Cuando H_0 es verdadera y cuando n tiende a infinito el estadístico L^* tiene una distribución asintótica $N(0,1)$. La regla del test al nivel α de significación es:

$$(6.25) \quad \begin{array}{ll} \text{rechace } H_0 & \text{si } L^* \geq z(\alpha) \\ \text{acepte } H_0 & \text{si } L^* < z(\alpha) \end{array}$$

6.3.4 Empates

En caso de empates usar rangos promedios.

EJEMPLO 3² .*Índice de esfuerzo del algodón.*

Un experimento reportado en Cochran y Cox (1957,p.108), consideró el efecto de los niveles de potasio en el suelo, en términos del esfuerzo de rotura de fibras de algodón. Cinco niveles de potasio fueron aplicados (c=5) en cada uno de los tres bloques aleatorizado (n=3). El criterio aplicado fue el del índice de presión de esfuerzo, obtenido mediante mediciones del esfuerzo de rotura de un atado de fibras de un área de sección transversal dada. Se tomó una muestra simple de algodón de cada parcela, y se realizaron cuatro mediciones sobre cada muestra. La entrada principal de la tabla son las medias de las cuatro determinaciones y los valores entre paréntesis son los rangos correspondientes dentro de cada bloque. (No hay dimensiones asociadas con los datos de la tabla, ya que la máquina que mide el índice de esfuerzo está calibrada en unidades arbitrarias). Se considera la hipótesis de esfuerzos equivalentes versus alternativas ordenadas que especifican una tendencia de esfuerzo de rotura decreciente cuando se incrementan los niveles de potasio.

² Este ejemplo se encuentra en Hollander, M. and Walfe, D.A. (1972). *Nonparametric Statistical Methods*, John Wiley & Sons, New York.

Indice de esfuerzo de algodón

Bloques	Potasio (lb/acre)				
	144	108	72	54	36
1	7.46 (2)	7.17 (1)	7.76 (4)	8.14 (5)	7.63 (3)
2	7.68 (2)	7.57 (1)	7.73 (3)	8.15 (5)	8.00 (4)
3	7.21 (1)	7.80 (3)	7.74 (2)	7.87 (4)	7.93 (5)
R_i	$R_1=5$	$R_2=5$	$R_3=9$	$R_4=14$	$R_5=12$

Computando (4.22)

$$L = R_1 + 2R_2 + 3R_3 + 4R_4 + 5R_5$$

$$= 5 + 10 + 27 + 56 + 60 = 158$$

con $n=3$, $c=5$, $\alpha=0.01$

De la tabla A.16 del libro de Hollander(1972), se encuentra que $l(0.01,5,3)=155$. Ya que $L=158 > 155$ se rechaza H_0 al 1% del nivel de significación. De esta manera se encuentra que hay una fuerte evidencia (para los niveles de potasio considerados) que el esfuerzo de rotura decrece cuando se incrementa los niveles de potasio.

6.3.5 Comentarios

a) En muchas situaciones experimentales los tratamientos tienen un orden natural, (por ejemplo cuando los tratamientos están relacionados a diferentes temperaturas, diferentes intensidades de estímulos , etc.).En todos estos experimentos donde hay un orden natural para la alternativa, es preferible utilizar el test de Page que el test de Friedman .

b) Si el orden $\theta_1 < \theta_2 < \dots < \theta_c$ es verdadero, luego R_v tenderá a ser más grande que R_u para $u < v$.

c) La distribución nula del estadístico L se puede obtener usando el hecho de que bajo H_0 todas las $(c!)^n$ configuraciones de rangos posibles son igualmente probables. El estadístico L no varía con cambios de los nombres de los bloques, sin embargo al ser la hipótesis alternativa ordenada con una dirección particular, el valor del estadístico cambia cuando intercambiamos los nombres de las muestras, esta es una de las diferencias con respecto al test de Friedman. Así, determinar la distribución nula del estadístico L es más tediosa que en el caso del estadístico F de Friedman.

CAPITULO 7

RESUMEN Y CONCLUSIONES

7.1 IDENTIFICACION DEL PROBLEMA

Un problema que se trata frecuentemente en estadística es comparar dos o más poblaciones en el sentido de si son coincidentes ó están trasladadas. Para llevar a cabo tal comparación se hace uso de un test estadístico. En el momento de la elección del test, las técnicas paramétricas tradicionales consisten en el test t, cuando son dos poblaciones, ó el test F, cuando son dos ó más poblaciones. Para usar estos tests es preciso verificar si se cumplen los supuestos que ellos requieren, por ejemplo, la naturaleza de los datos en consideración, que las poblaciones sean normales, que tengan la misma varianza, etc. En caso de no cumplirse algunos de los supuestos, queda la posibilidad de aplicar un test estadístico no paramétrico. Sin embargo, cabe hacer notar que los tests estadísticos no paramétricos también requieren que se cumplan supuestos para su aplicación, por ejemplo, algunos requieren que las poblaciones sean continuas.

En este trabajo se trata la comparación de dos ó más poblaciones mediante tests no paramétricos. Para un conjunto de estos tests, se analizan diversos aspectos relacionados con ellos, como la formulación teórica del estadístico y la distribución nula exacta, que para el caso del estadístico M^2 del test de McNemar se obtuvo en forma matemática y mediante

tablas. Para los estadísticos Q del test de Cochran y F y F^* del test de Friedman, sin empates y con empates, se obtuvieron las tablas de las distribuciones nulas exactas. Se estudiaron las aproximaciones de estas distribuciones nulas exacta por la distribución límite, analizándose errores de aproximación, etc. Con respecto a la distribución nula exacta de los estadísticos, en algunos casos no están consideradas en la literatura estadística, con el aporte de la programación y medios físicos actuales, se han desarrollado en el presente trabajo.

7.2 CONTENIDO DE LA TESIS

En el desarrollo de este trabajo se trata el problema de comparar dos ó más poblaciones, ya sean éstas fijas ó definidas por la asignación aleatoria de los tratamientos a los individuos, cuando las muestras son relacionadas y no es posible la consideración de un test paramétrico, pero sí un no paramétrico. Como caso particular se considera el test de McNemar para dos tratamientos con datos dicotómicos y la dicotomía realizada sobre una variable categórica ó continua.

En el **CAPITULO 1** se hace una presentación del problema que se abordará en el desarrollo del trabajo. Se clasifican las variables que se pueden presentar en una investigación. Se presenta una tabla comparativa de las técnicas ANOVA clásico y las no paramétricas, con los supuestos que deben cumplirse para su aplicación.

En el **CAPITULO 2**, se presenta una clasificación de los modelos para la comparación de poblaciones. Esta clasificación surge como una necesidad de ordenamiento de los distintos tipos de diseños que se pueden abordar para llevar a cabo esta comparación. Estos modelos resultan de la conformación simultánea de lo que en este trabajo se ha definido como sus tres elementos básicos:

- i) Procedencia del lote de individuos.
- ii) Forma de asignación de los tratamientos.
- iii) Tipos de muestras a comparar.

Con respecto a la procedencia del lote de individuos puede ser la población total ó bien constituir una muestra de una población. La forma de asignación de los tratamientos puede ser al azar y no al azar. Los tipos de muestras a comparar pueden ser relacionadas ó independientes. De la combinación de estos elementos surgen ocho modelos posibles, que son analizados cada uno en particular en el mencionado capítulo.

Una adecuada elección del modelo nos permite determinar los posibles tests a adoptar para la comparación, validez de los resultados y alcance de la inferencia bajo el modelo elegido.

En el **CAPITULO 3** se estudia el test de McNemar para la comparación de dos tratamientos cuando las muestras son relacionadas. Este test es específico para datos dicotómicos, donde la dicotomía puede provenir de una variable categórica ó

de una continua. Este test se considera del tipo condicional, ya que no se tienen en cuenta las frecuencias de casos que no registran cambios en sus respuestas. En este contexto se determinó la distribución nula exacta del estadístico de McNemar. Esta distribución se obtuvo de dos maneras:

- a) matemáticamente, usando la tabla de la distribución binomial
- b) bajo el modelo de permutación (generación con computadora), y usando la tabla de la distribución binomial.

La segunda posibilidad permite obtener todas las tablas de la distribución nula exacta, sin realizar todas las permutaciones posibles. Este modelo no tiene mayores ventajas respecto del primero en la obtención de la distribución nula exacta del estadístico de McNemar, ya que se consideran sólo dos tratamientos y resulta ser un caso particular del estadístico Q del test Cochran, que es válido para comparar más de dos tratamientos y donde el método adquiere mucha importancia porque simplifica los cálculos.

En el **CAPITULO 4** se estudia el test Q de Cochran (generalización del test de McNemar) para la comparación de más de dos tratamientos en muestras relacionadas y con datos dicotómicos, la dicotomía realizada sobre una variable categórica ó continua.

Se determinó la distribución nula exacta del estadístico Q de Cochran para los casos de tres, cuatro y cinco tratamientos. Para su obtención se aplicó el modelo de permutación

(generación con computadora). La metodología de cálculo utilizada en este modelo se extrajo de Patil (1975). Cabe señalar que este autor determinó como ilustración la distribución del estadístico para el caso de tres tratamientos aplicando una metodología de cálculo. Luego para cuatro ó más tratamientos dejó sugerida otra metodología más general que no era la que usó para su ejemplo de tres tratamientos y que sólo es válida para este caso. La metodología sugerida se desarrolló y aplicó en este capítulo, generalizándose para cualquier valor de c (número de tratamientos).

La tarea realizada en esta parte del trabajo fue obtener la distribución del estadístico Q de Cochran para tres, cuatro y cinco tratamientos aplicando una misma metodología de cálculo. Para su obtención se diseñaron y desarrollaron programas de computación. Además se presentan tablas de valores críticos para c (número de tratamientos) igual a 3, 4 y 5, con probabilidades cercanas a 0.1, 0.05, y 0.01.

Se analizaron los errores que se cometen al aproximar la distribución nula exacta, la que es discreta y no equiespaciada, por la distribución continua χ^2 para el caso de $c=3$ tratamientos. Con el objetivo de minimizar dichos errores se proponen correcciones por continuidad.

En el **CAPITULO 5**, se estudió el test de Friedman basado en rangos para el análisis de la varianza de dos clasificaciones. Este test se aplica cuando las muestras son relacionadas y los datos están medidos al menos en una escala ordinal.

Se determinó la distribución nula exacta del estadístico F de Friedman sin empates, para los casos de $c=3$ con $n=2(1)7$, $c=4$ con $n=2(1)4$, $c=5$ con $n=2,3$, donde c es número de tratamientos y n es número de bloques, y la distribución nula exacta del estadístico F^* de Friedman con empates para los casos $c=3$ $n=2(1)7$, $c=4$ $n=2(1)4$ y $c=5$ $n=2,3$.

En la bibliografía estadística sólo está sugerida la metodología para la obtención de la distribución nula exacta y el cálculo de las probabilidades asociadas para este último estadístico. Es en este capítulo donde se realizó la obtención de las distribuciones nulas exactas para los casos mencionados con las correspondientes tablas que figuran en el apéndice 3 de esta publicación. Para obtenerlas se usó el modelo de permutación pero con una metodología de cálculo distinta a la usada para los casos de los test de McNemar y Cochran. Esta consiste en generar de manera exhaustiva todas las permutaciones posibles para cada valor de c (número de tratamientos) y n (número de bloques). La complejidad de los cálculos obligó al diseño y elaboración de programas de computación para obtener dichas distribuciones.

Al igual que en el test de Cochran se analizaron los errores de aproximación de las distribuciones nulas exactas de los estadísticos F sin empates y F^* con empates, por la distribución continua ji-cuadrado. Se proponen correcciones por continuidad para ambos casos con el fin de disminuir

dichos errores.

En el **CAPITULO 6** se estudió la eficiencia relativa asintótica del test de Friedman. Se analizaron las comparaciones múltiples basadas en este test, para los casos de comparaciones de todos los tratamientos y comparaciones de tratamientos versus un control.

Para el caso de querer averiguar si existe un efecto diferencial entre los tratamientos, y cuando la hipótesis alternativa es ordenada, se estudió el test de Page.

7.3 PROYECTOS FUTUROS

Como futuros proyectos, se propone investigar qué es lo que sucede con las distribuciones nulas exactas de los estadísticos M^2 de McNemar y Q Cochran en la comparación de dos ó más tratamientos en los casos de no eliminar del análisis las filas cuando todos sus elementos son ceros ó todos son iguales a uno y, en el test de Friedman en el caso de presentarse empates, cuando no se eliminen los bloques con c (número de tratamientos) rangos empatados. Estudiar otras aplicaciones del test de Friedman, como por ejemplo en medidas de asociación. Investigar qué es lo que sucede en todos los tests estudiados, en el caso de bloques más generales, cuando hay menos de c observaciones ó más de c observaciones por bloque. Por último continuar investigando otros tests no paramétricos, todas sus propiedades y aplicaciones en la comparación de dos ó mas tratamientos y cuando las muestras son independientes.

APENDICE 1

TABLA DEL ESTADISTICO M^2 DE MCNEMAR

TABLA 1: Distribución nula exacta del estadístico M^2
con $N=2(1)30$

NOTA: N es el número de filas con un solo 1. El tamaño
muestral es N más el número de filas con todos
ceros o todos unos.

TABLA 1: DISTRIBUCION NULA EXACTA DEL ESTADISTICO M² DE MCNEMAR

N = 2			N = 3			N = 4		
VALOR DE M ²	PROBABIL.	PROB.DESACUM.	VALOR DE M ²	PROBABIL.	PROB.DESACUM.	VALOR DE M ²	PROBABIL.	PROB.DESACUM.
.00000000	.50000000	1.00000000	.33333330	.75000000	1.00000000	.00000000	.37500000	1.00000000
2.00000000	.50000000	.50000000	3.00000000	.25000000	.25000000	1.00000000	.50000000	.62500000
						4.00000000	.12500000	.12500000

N = 5			N = 6			N = 7		
VALOR DE M ²	PROBABIL.	PROB.DESACUM.	VALOR DE M ²	PROBABIL.	PROB.DESACUM.	VALOR DE M ²	PROBABIL.	PROB.DESACUM.
.20000000	.62500000	1.00000000	.00000000	.31250000	1.00000000	.14285710	.54687500	1.00000000
1.80000000	.31250000	.37500000	.66666670	.46875000	.68750000	1.28571400	.32812500	.45312500
5.00000000	.06250000	.06250000	2.66666700	.18750000	.21875000	3.57142900	.10937500	.12500000
			6.00000000	.03125000	.03125000	7.00000000	.01562500	.01562500

N = 8			N = 9			N = 10		
VALOR DE M ²	PROBABIL.	PROB.DESACUM.	VALOR DE M ²	PROBABIL.	PROB.DESACUM.	VALOR DE M ²	PROBABIL.	PROB.DESACUM.
.00000000	.27343750	1.00000000	.11111110	.49218750	1.00000000	.00000000	.24609380	1.00000000
.50000000	.43750000	.72656250	1.00000000	.32812500	.50781250	.40000000	.41015630	.75390630
2.00000000	.21875000	.28906250	2.77777800	.14062500	.17968750	1.60000000	.23437500	.34375000
4.50000000	.06250000	.07031250	5.44444500	.03515625	.03906250	3.60000000	.08789063	.10937500
8.00000000	.00781250	.00781250	9.00000000	.00390625	.00390625	6.40000000	.01953125	.02148438
						10.00000000	.00195313	.00195313

N = 11			N = 12			N = 13		
VALOR DE M ²	PROBABIL.	PROB.DESACUM.	VALOR DE M ²	PROBABIL.	PROB.DESACUM.	VALOR DE M ²	PROBABIL.	PROB.DESACUM.
.09090909	.45117190	1.00000000	.00000000	.22558590	1.00000000	.07692308	.41894530	1.00000000
.81818180	.32226560	.54882810	.33333330	.38671880	.77441410	.69230770	.31420900	.58105470
2.27272700	.16113280	.22656250	1.33333300	.24169920	.38769530	1.92307700	.17456050	.26684570
4.45454500	.05371094	.06542969	3.00000000	.10742190	.14599610	3.76923100	.06982422	.09228516
7.36363600	.01074219	.01171875	5.33333300	.03222656	.03857422	6.23076900	.01904297	.02246094
11.00000000	.00097656	.00097656	8.33333300	.00585938	.00634766	9.30769300	.00317383	.00341797
			12.00000000	.00048828	.00048828	13.00000000	.00024414	.00024414

N = 14			N = 15			N = 16		
VALOR DE M ²	PROBABIL.	PROB.DESACUM.	VALOR DE M ²	PROBABIL.	PROB.DESACUM.	VALOR DE M ²	PROBABIL.	PROB.DESACUM.
.00000000	.20947270	1.00000000	.06666667	.39276120	1.00000000	.00000000	.19638060	1.00000000
.28571430	.36657710	.79052730	.60000000	.30548090	.60723870	.25000000	.34912110	.80361930
1.14285700	.24438480	.42395020	1.66666700	.18328860	.30175780	1.00000000	.24438480	.45449820
2.57142900	.12219240	.17956540	3.26666700	.08331298	.11846920	2.25000000	.13330080	.21011350
4.57142900	.04443359	.05737305	5.40000000	.02777099	.03515625	4.00000000	.05554199	.07681274
7.14285700	.01110840	.01293945	8.06666700	.00640869	.00738525	6.25000000	.01708984	.02127075
10.28571000	.00170898	.00183105	11.26667000	.00091553	.00097656	9.00000000	.00366211	.00418091
14.00000000	.00012207	.00012207	15.00000000	.00006104	.00006104	12.25000000	.00048828	.00051880
						16.00000000	.00003052	.00003052

TABLA 1: DISTRIBUCION NULA EXACTA DEL ESTADISTICO M² DE MCNEMAR

N = 17			N = 18			N = 19		
VALOR DE M ²	PROBABIL.	PROB.DESACUM.	VALOR DE M ²	PROBABIL.	PROB.DESACUM.	VALOR DE M ²	PROBABIL.	PROB.DESACUM.
.05882353	.37094120	1.00000000	.00000000	.18547060	1.00000000	.05263158	.35239410	1.00000000
.52941180	.29675290	.62905880	.22222220	.33384700	.81452940	.47368420	.28832240	.64760590
1.47058800	.18884280	.33230590	.88888890	.24279790	.48068240	1.31578900	.19221500	.35928340
2.88235300	.09442139	.14346310	2.00000000	.14163210	.23788450	2.57894700	.10350040	.16706850
4.76470600	.03631592	.04904175	3.55555600	.06536865	.09625244	4.26315800	.04435730	.06356812
7.11764700	.01037598	.01272583	5.55555500	.02334595	.03088379	6.36842100	.01478577	.01921082
9.94117600	.00207520	.00234985	8.00000000	.00622559	.00753784	8.89473700	.00369644	.00442505
13.23529000	.00025940	.00027466	10.88889000	.00116730	.00131226	11.84210000	.00065231	.00072861
17.00000000	.00001526	.00001526	14.22222000	.00013733	.00014496	15.21053000	.00007248	.00007629
			18.00000000	.00000763	.00000763	19.00000000	.00000381	.00000381

N = 20			N = 21			N = 22		
VALOR DE M ²	PROBABIL.	PROB.DESACUM.	VALOR DE M ²	PROBABIL.	PROB.DESACUM.	VALOR DE M ²	PROBABIL.	PROB.DESACUM.
.00000000	.17619710	1.00000000	.04761905	.33637620	1.00000000	.00000000	.16818810	1.00000000
.20000000	.32035830	.82380290	.42857140	.28031350	.66362380	.18181820	.30834480	.83181190
.80000000	.24026870	.50344470	1.19047600	.19406320	.38331030	.72727270	.23718830	.52346710
1.80000000	.14785770	.26317600	2.33333300	.11089320	.18924710	1.63636400	.15247820	.28627870
3.20000000	.07392883	.11531830	3.85714300	.05175019	.07835388	2.90909100	.08132172	.13380050
5.00000000	.02957154	.04138947	5.76190500	.01940632	.02660370	4.54545500	.03557825	.05247879
7.20000000	.00924111	.01181793	8.04761900	.00570774	.00719738	6.54545500	.01255703	.01690054
9.80000000	.00217438	.00257683	10.71429000	.00126839	.00148964	8.90909100	.00348806	.00434351
12.80000000	.00036240	.00040245	13.76190000	.00020027	.00022125	11.63636000	.00073433	.00085545
16.20000000	.00003815	.00004005	17.19048000	.00002003	.00002098	14.72727000	.00011015	.00012112
20.00000000	.00000191	.00000191	21.00000000	.00000095	.00000095	18.18182000	.00001049	.00001097
						22.00000000	.00000048	.00000048

N = 23			N = 24			N = 25		
VALOR DE M ²	PROBABIL.	PROB.DESACUM.	VALOR DE M ²	PROBABIL.	PROB.DESACUM.	VALOR DE M ²	PROBABIL.	PROB.DESACUM.
.04347826	.32236050	1.00000000	.00000000	.16118030	1.00000000	.04000000	.30996210	1.00000000
.39130430	.27276660	.67763950	.16666670	.29756360	.83881990	.36000000	.26568180	.69003810
1.08695700	.19483330	.40487290	.66666670	.23380000	.54125630	1.00000000	.19483330	.42435630
2.13043500	.11690000	.21003960	1.50000000	.15586670	.30745630	1.96000000	.12177080	.22952300
3.52173900	.05844999	.09313965	2.66666700	.08767499	.15158970	3.24000000	.06446690	.10775220
5.26087000	.02406764	.03468966	4.16666700	.04125882	.06391466	4.84000000	.02865195	.04328525
7.34782600	.00802255	.01062202	6.00000000	.01604510	.02265585	6.76000000	.01055598	.01463330
9.78260900	.00211120	.00259948	8.16666700	.00506687	.00661075	9.00000000	.00316680	.00407732
12.56522000	.00042224	.00048828	10.66667000	.00126672	.00154388	11.56000000	.00075400	.00091052
15.69565000	.00006032	.00006604	13.50000000	.00024128	.00027716	14.44000000	.00013709	.00015652
19.17391000	.00000548	.00000572	16.66667000	.00003290	.00003588	17.64000000	.00001788	.00001943
23.00000000	.00000024	.00000024	20.16667000	.00000286	.00000298	21.16000000	.00000149	.00000155
			24.00000000	.00000012	.00000012	25.00000000	.00000006	.00000006

TABLA 1: DISTRIBUCION NULA EXACTA DEL ESTADISTICO M² DE MCNEMAR

N = 26			N = 27			N = 28		
VALOR DE M²	PROBABIL.	PROB.DESACUM.	VALOR DE M²	PROBABIL.	PROB.DESACUM.	VALOR DE M²	PROBABIL.	PROB.DESACUM.
.00000000	.15498100	1.00000000	.03703704	.29889200	1.00000000	.00000000	.14944600	1.00000000
.15384620	.28782190	.84501910	.33333330	.25903970	.70110810	.14285710	.27896590	.85055410
.61538460	.23025760	.55719720	.92592590	.19427980	.44206840	.57142860	.22665980	.57158830
1.38461500	.15830210	.32693960	1.81481500	.12571050	.24778860	1.28571400	.15999510	.34492850
2.46153900	.09311886	.16863760	3.00000000	.06983914	.12207810	2.28571400	.09777480	.18493340
3.84615400	.04655943	.07551871	4.48148200	.03308170	.05223899	3.57142900	.05146042	.08715856
5.53846200	.01960397	.02895928	6.25925900	.01323268	.01915729	5.14285700	.02315719	.03569814
7.53846200	.00686139	.00935531	8.33333300	.00441089	.00592461	7.00000000	.00882179	.01254095
9.84615400	.00196040	.00249392	10.70370000	.00120297	.00151372	9.14285800	.00280693	.00371917
12.46154000	.00044554	.00053352	13.37037000	.00026152	.00031075	11.57143000	.00073224	.00091223
15.38461000	.00007749	.00008798	16.33333000	.00004359	.00004923	14.28571000	.00015255	.00017999
18.61539000	.00000969	.00001049	19.59259000	.00000523	.00000565	17.28572000	.00002441	.00002744
22.15385000	.00000077	.00000080	23.14815000	.00000040	.00000042	20.57143000	.00000282	.00000303
26.00000000	.00000003	.00000003	27.00000000	.00000001	.00000001	24.14286000	.00000021	.00000022
						28.00000000	.00000001	.00000001

N = 29			N = 30		
VALOR DE M²	PROBABIL.	PROB.DESACUM.	VALOR DE M²	PROBABIL.	PROB.DESACUM.
.03448276	.28892900	1.00000000	.00000000	.14446450	1.00000000
.31034480	.25281280	.71107130	.13333330	.27087090	.85553570
.86206900	.19332750	.45825840	.53333340	.22307010	.58466480
1.68965500	.12888500	.26493090	1.20000000	.16110620	.36159470
2.79310300	.07461762	.13604600	2.13333300	.10175130	.20048840
4.17241400	.03730880	.06142835	3.33333300	.05596321	.09873716
5.82758600	.01598949	.02411955	4.80000000	.02664915	.04277395
7.75862100	.00581436	.00813006	6.53333300	.01090192	.01612480
9.96551700	.00176959	.00231570	8.53333400	.00379197	.00522288
12.44828000	.00044240	.00054611	10.80000000	.00110599	.00143091
15.20690000	.00008848	.00010372	13.33333000	.00026544	.00032491
18.24138000	.00001361	.00001524	16.13333000	.00005105	.00005948
21.55172000	.00000151	.00000162	19.20000000	.00000756	.00000843
25.13793000	.00000011	.00000011	22.53333000	.00000081	.00000087
29.00000000	.00000000	.00000000	26.13333000	.00000006	.00000006
			30.00000000	.00000000	.00000000

APENDICE 2

TABLAS DEL ESTADISTICO Q DE COCHRAN

TABLA 1: Distribución nula exacta del estadístico Q para tres tratamientos, con $N_1=1(1)10$ y $N_1 \leq N_2 \leq 10$

TABLA 2: Valores críticos del estadístico Q para tres tratamientos, con $N_1=1(1)10$ y $N_1 \leq N_2 \leq 10$

TABLA 3: Distribución nula exacta del estadístico Q para cuatro tratamientos, con $N_1=1(1)5$, $N_2=1(1)5$ y $N_1 \leq N_3 \leq 5$

TABLA 4: Valores críticos del estadístico Q para cuatro tratamientos, con $N_1=1(1)5$, $N_2=1(1)5$ y $N_1 \leq N_3 \leq 5$

TABLA 5: Distribución nula exacta del estadístico Q para cinco tratamientos, con $N_1=1(1)2$, $N_2=1(1)2$, $N_3 \leq N_2$ y $N_4 \leq N_1$

TABLA 6: Valores críticos del estadístico Q para cinco tratamientos, con $N_1=1(1)2$, $N_2=1(1)2$, $N_3 \leq N_2$ y $N_4 \leq N_1$

NOTA: N_1, N_2, N_3 y N_4 son las cantidades de filas (bloques) con valores distintos. En cada caso el tamaño muestral total es la suma de ellos más las cantidades de filas con todos ceros o todos unos.

Por la simetría de la distribución del estadístico las tablas correspondientes a (N_1, N_2) para $c=3$, son las mismas que para (N_2, N_1) y por lo tanto no se repiten. Lo mismo ocurre para los casos de $c=4$ y $c=5$.

TABLA 1: DISTRIBUCION NULA EXACTA DEL ESTADISTICO Q PARA TRES TRATAMIENTOS

N1= 1,N2= 1			N1= 1,N2= 2			N1= 1,N2= 3			N1= 1,N2= 4			N1= 1,N2= 5		
VALOR Q	FREC.	PROBAB.	VALOR Q	FREC.	PROBAB.	VALOR Q	FREC.	PROBAB.	VALOR Q	FREC.	PROBAB.	VALOR Q	FREC.	PROBAB.
.0000	3.	.3333334	.6667	9.	.5555556	.5000	9.	.4444445	.0000	3.	.1481481	.3333	9.	.3292181
3.0000	6.	.6666667	2.6667	3.	.2222222	2.0000	9.	.2592593	1.2000	18.	.5432099	1.3333	9.	.2057613
			4.6667	6.	.2222222	3.5000	6.	.2222222	3.6000	12.	.1851852	2.3333	18.	.2880659
						6.5000	6.	.0740741	4.8000	6.	.0987654	4.3333	6.	.0823045
									8.4000	6.	.0246914	5.3333	9.	.0452675
												6.3333	6.	.0411523
												10.3333	6.	.0082305

N1= 1,N2= 6			N1= 1,N2= 7			N1= 1,N2= 8			N1= 1,N2= 9			N1= 1,N2=10		
VALOR Q	FREC.	PROBAB.	VALOR Q	FREC.	PROBAB.	VALOR Q	FREC.	PROBAB.	VALOR Q	FREC.	PROBAB.	VALOR Q	FREC.	PROBAB.
.2857	9.	.2880659	.0000	3.	.0960220	.2222	9.	.2347203	.2000	9.	.2133821	.0000	3.	.0711274
1.1429	9.	.2057613	.7500	18.	.4160951	.8889	9.	.1707057	.8000	9.	.1664380	.5455	18.	.3342986
2.0000	18.	.2606310	2.2500	18.	.2112483	1.5556	18.	.2645938	1.4000	18.	.2432556	1.6364	18.	.2027130
3.7143	18.	.1399177	3.0000	18.	.1472337	2.8889	18.	.1237616	2.6000	18.	.1536351	2.1818	18.	.1564802
4.5714	3.	.0274348	5.2500	24.	.0960220	3.5556	9.	.0597470	3.2000	9.	.0448102	3.8182	36.	.1416450
5.4286	6.	.0411523	6.7500	6.	.0192044	4.2222	18.	.0768176	3.8000	18.	.0725499	4.9091	18.	.0396281
7.1429	9.	.0178326	9.0000	9.	.0068587	5.5556	3.	.0106691	5.0000	9.	.0292638	6.5455	12.	.0179851
8.0000	6.	.0164609	9.7500	6.	.0064015	6.2222	6.	.0170706	5.6000	18.	.0377991	7.0909	24.	.0248946
12.2857	6.	.0027435	14.2500	6.	.0009145	6.8889	18.	.0280445	6.2000	6.	.0128029	8.7273	6.	.0040644
						8.2222	6.	.0085353	7.4000	6.	.0085353	10.3636	18.	.0049112
						10.8889	9.	.0025911	8.6000	18.	.0118884	11.4545	6.	.0015242
						11.5556	6.	.0024387	9.8000	6.	.0036580	14.7273	9.	.0003556
						16.2222	6.	.0003048	12.8000	9.	.0009653	15.2727	6.	.0003387
									13.4000	6.	.0009145	20.1818	6.	.0000339
									18.2000	6.	.0001016			

N1= 2,N2= 2			N1= 2,N2= 3			N1= 2,N2= 4			N1= 2,N2= 5			N1= 2, N2= 6		
VALOR Q	FREC.	PROBAB.	VALOR Q	FREC.	PROBAB.	VALOR Q	FREC.	PROBAB.	VALOR Q	FREC.	PROBAB.	VALOR Q	FREC.	PROBAB.
.0000	6.	.1851852	.4000	18.	.3827160	.3333	18.	.3292181	.0000	5.	.1005944	.2500	18.	.2606310
1.5000	18.	.5925925	1.6000	9.	.2222222	1.3333	18.	.2181070	.8571	36.	.4526750	1.0000	18.	.1828990
4.5000	6.	.1481481	2.8000	18.	.2716049	2.3333	18.	.2633745	2.5714	27.	.2071331	1.7500	36.	.2706905
6.0000	6.	.0740741	5.2000	6.	.0740741	4.3333	18.	.1152263	3.4286	18.	.1371742	3.2500	18.	.1188843
			6.4000	3.	.0246914	5.3333	3.	.0246914	6.0000	24.	.0740741	4.0000	18.	.0525835
			7.6000	6.	.0246914	6.3333	6.	.0329218	7.7143	6.	.0137174	4.7500	18.	.0658436
						8.3333	3.	.0082305	10.2857	4.	.0118884	6.2500	3.	.0091449
						9.3333	6.	.0082305	11.1429	6.	.0027435	7.0000	6.	.0137174
												7.7500	18.	.0182899
												9.2500	6.	.0054870
												12.2500	3.	.0009145
												13.0000	6.	.0009145

TABLA 1: DISTRIBUCION NULA EXACTA DEL ESTADISTICO Q PARA TRES TRATAMIENTOS

N1= 2,N2= 7			N1= 2,N2= 8			N1= 2,N2= 9			N1= 2,N2=10			N1= 3,N2= 3		
VALOR Q	FREC.	PROBAB.	VALOR Q	FREC.	PROBAB.	VALOR Q	FREC.	PROBAB.	VALOR Q	FREC.	PROBAB.	VALOR Q	FREC.	PROBAB.
.2222	18.	.2347203	.0000	5.	.0711274	.1818	18.	.1977341	.1667	18.	.1825602	.0000	10.	.1275720
.8889	18.	.1771072	.6000	36.	.3584819	.7273	18.	.1522126	.6667	18.	.1469966	1.0000	36.	.4938270
1.5556	36.	.2517909	1.8000	36.	.2062693	1.2727	36.	.2432556	1.1667	36.	.2276075	3.0000	18.	.1975308
2.8889	36.	.1472337	2.4000	36.	.1550577	2.3636	36.	.1351420	2.1667	36.	.1510610	4.0000	18.	.1234568
3.5556	9.	.0426764	4.2000	54.	.1288421	2.9091	18.	.0609663	2.6667	18.	.0514488	7.0000	12.	.0493827
4.2222	18.	.0661484	5.4000	18.	.0341411	3.4545	36.	.0879947	3.1667	36.	.0848109	9.0000	6.	.0082305
5.5556	18.	.0236244	7.2000	21.	.0137682	4.5455	9.	.0192044	4.1667	18.	.0323460			
6.2222	18.	.0298735	7.8000	24.	.0186963	5.0909	18.	.0312960	4.6667	36.	.0469102			
6.8889	6.	.0106691	9.6000	6.	.0028451	5.6364	36.	.0360717	5.1667	18.	.0246575			
8.2222	6.	.0064015	11.4000	18.	.0026419	6.7273	18.	.0166641	6.1667	18.	.0169351			
9.5556	18.	.0070111	12.6000	6.	.0008129	7.8182	6.	.0042676	7.1667	36.	.0167093			
10.8889	6.	.0021338	16.2000	4.	.0072143	8.9091	24.	.0071297	8.1667	21.	.0092127			
14.2222	3.	.0003048	16.8000	6.	.0001016	9.4545	18.	.0054870	8.6667	6.	.0023709			
14.8889	6.	.0003048				11.0909	6.	.0012193	10.1667	6.	.0013548			
						13.2727	18.	.0009822	10.6667	18.	.0017556			
						14.3636	6.	.0003048	11.1667	18.	.0022580			
						18.1818	3.	.0000339	12.6667	6.	.0005081			
						18.7273	6.	.0000339	15.1667	18.	.0003613			
									16.1667	6.	.0001129			
									20.1667	3.	.0000113			
									20.6667	6.	.0000113			

N1= 3,N2= 4			N1= 3,N2= 5			N1= 3,N2= 6			N1= 3,N2= 7			N1= 3,N2= 8		
VALOR Q	FREC.	PROBAB.	VALOR Q	FREC.	PROBAB.	VALOR Q	FREC.	PROBAB.	VALOR Q	FREC.	PROBAB.	VALOR Q	FREC.	PROBAB.
.2857	30.	.2921811	.2500	30.	.2606311	.0000	9.	.0853528	.2000	30.	.2155160	.1818	30.	.1977341
1.1429	18.	.1975309	1.0000	30.	.1879287	.6667	60.	.3859169	.8000	30.	.1621704	.7273	30.	.1555318
2.0000	36.	.2716049	1.7500	36.	.2606311	2.0000	48.	.2083524	1.4000	60.	.2510796	1.2727	60.	.2366171
3.7143	18.	.1152263	3.2500	36.	.1353453	2.6667	36.	.1518061	2.6000	36.	.1344307	2.3636	60.	.1486901
4.5714	9.	.0411523	4.0000	9.	.0411523	4.6667	54.	.1133974	3.2000	30.	.0569527	2.9091	18.	.0507375
5.4286	18.	.0521262	4.7500	18.	.0594422	6.0000	18.	.0283493	3.8000	36.	.0810852	3.4545	36.	.0810852
7.1429	3.	.0082305	6.2500	9.	.0164609	8.0000	12.	.0094498	5.0000	9.	.0177818	4.5455	30.	.0283324
8.0000	6.	.0109739	7.0000	18.	.0210334	8.6667	24.	.0128029	5.6000	18.	.0277397	5.0909	36.	.0406442
8.8571	6.	.0082305	7.7500	6.	.0091449	10.6667	6.	.0018290	6.2000	36.	.0280445	5.6364	18.	.0222866
10.5714	6.	.0027435	9.2500	6.	.0045725	12.6667	7.	.0024387	7.4000	18.	.0128029	6.7273	18.	.0142255
			10.7500	6.	.0027435	14.0000	6.	.0003048	8.6000	6.	.0035564	7.8182	36.	.0120239
			12.2500	6.	.0009145				9.8000	15.	.0045725	8.9091	21.	.0067402
									10.4000	18.	.0031499	9.4545	6.	.0018967
									12.2000	6.	.0007113	11.0909	6.	.0009484
									14.6000	6.	.0003048	11.6364	9.	.0009145
									15.8000	6.	.0001016	12.1818	18.	.0011855
												13.8182	6.	.0002710
												16.5455	6.	.0001016
												17.6364	6.	.0000339

TABLA 1: DISTRIBUCION NULA EXACTA DEL ESTADISTICO Q PARA TRES TRATAMIENTOS

N1= 3,N2= 9			N1= 3,N2=10			N1= 4,N2= 4			N1= 4,N2= 5			N1= 4,N2= 6		
VALOR Q	FREC.	PROBAB.	VALOR Q	FREC.	PROBAB.	VALOR Q	FREC.	PROBAB.	VALOR Q	FREC.	PROBAB.	VALOR Q	FREC.	PROBAB.
.0000	9.	.0644888	.1538	30.	.1707057	.0000	15.	.0973937	.2222	45.	.2363969	.2000	45.	.2155159
.5000	60.	.3143830	.6154	30.	.1367226	.7500	60.	.4170095	.8889	30.	.1737540	.8000	45.	.1645583
1.5000	60.	.1971922	1.0769	60.	.2242205	2.2500	36.	.2085048	1.5556	60.	.2572778	1.4000	60.	.2463040
2.0000	60.	.1554641	2.0000	60.	.1384387	3.0000	36.	.1463191	2.8889	36.	.1341259	2.6000	60.	.1434741
3.5000	96.	.1502820	2.4615	30.	.0611357	5.2500	36.	.0951075	3.5556	18.	.0506020	3.2000	18.	.0502972
4.5000	36.	.0453183	2.9231	60.	.0942607	6.7500	18.	.0219479	4.2222	36.	.0719403	3.8000	36.	.0768175
6.0000	39.	.0212761	3.8462	18.	.0253688	9.0000	6.	.0054870	5.5556	9.	.0167657	5.0000	18.	.0231672
6.5000	54.	.0322105	4.3077	36.	.0421345	9.7500	12.	.0073160	6.2222	18.	.0243865	5.6000	36.	.0332267
8.0000	18.	.0069095	4.7692	60.	.0427705	12.0000	6.	.0009145	6.8889	18.	.0188996	6.2000	18.	.0203221
9.5000	42.	.0064353	5.6923	36.	.0238785				8.2222	18.	.0088401	7.4000	18.	.0115836
10.5000	24.	.0032854	6.6154	18.	.0099578				9.5556	6.	.0030483	8.6000	18.	.0073160
12.5000	6.	.0004064	7.5385	48.	.0130419				10.8889	9.	.0024387	9.8000	21.	.0044709
13.5000	9.	.0003387	8.0000	36.	.0089191				11.5556	6.	.0012193	10.4000	6.	.0015242
14.0000	18.	.0004403	9.3846	18.	.0032177				13.5556	6.	.0003048	12.2000	6.	.0006097
15.5000	6.	.0001016	9.8462	3.	.0004742							12.8000	3.	.0003048
18.5000	7.	.0014564	10.3077	6.	.0007903							13.4000	6.	.0004064
19.5000	6.	.0000113	11.2308	36.	.0020435							15.2000	6.	.0001016
			11.6923	6.	.0004516									
			12.1538	18.	.0009597									
			14.0000	6.	.0001694									
			15.3846	9.	.0001242									
			15.8462	18.	.0001618									
			17.2308	6.	.0000376									
			20.4615	6.	.0000113									
			21.3846	6.	.0000038									

TABLA 1: DISTRIBUCION NULA EXACTA DEL ESTADISTICO Q PARA TRES TRATAMIENTOS

N1= 4, N2= 7			N1= 4, N2= 8			N1= 4, N2= 9			N1= 4, N2=10			N1= 5, N2= 5		
VALOR Q	FREC.	PROBAB.	VALOR Q	FREC.	PROBAB.	VALOR Q	FREC.	PROBAB.	VALOR Q	FREC.	PROBAB.	VALOR Q	FREC.	PROBAB.
.0000	13.	.0692306	.1667	45.	.1836667	.1538	45.	.1707057	.0000	13.	.0545310	.0000	21.	.0787990
.5455	90.	.3354842	.6667	45.	.1447837	.6154	45.	.1385968	.4286	90.	.2796925	.6000	90.	.3591931
1.6364	75.	.2015445	1.1667	90.	.2321236	1.0769	90.	.2204722	1.2857	90.	.1868391	1.8000	60.	.2052533
2.1818	60.	.1555318	2.1667	60.	.1397258	2.0000	90.	.1467595	1.7143	90.	.1523066	2.4000	60.	.1544480
3.8182	96.	.1402564	2.6667	45.	.0590075	2.4615	30.	.0546890	3.0000	150.	.1635377	4.2000	72.	.1280293
4.9091	36.	.0405426	3.1667	60.	.0901398	2.9231	60.	.0896882	3.8571	60.	.0534245	5.4000	36.	.0350556
6.5455	27.	.0172738	4.1667	18.	.0243414	3.8462	45.	.0318173	5.1429	63.	.0280840	7.2000	18.	.0132094
7.0909	54.	.0258091	4.6667	36.	.0391991	4.3077	60.	.0489086	5.5714	96.	.0448491	7.8000	36.	.0193060
8.7273	18.	.0052160	5.1667	60.	.0364443	4.7692	36.	.0322444	6.8571	36.	.0113277	9.6000	18.	.0035564
10.3636	24.	.0039628	6.1667	36.	.0201415	5.6923	36.	.0216769	8.1429	78.	.0116564	11.4000	12.	.0020322
11.4545	24.	.0020322	7.1667	18.	.0088514	6.6154	60.	.0171082	9.0000	54.	.0070751	12.6000	12.	.0010161
13.6364	6.	.0002371	8.1667	36.	.0100030	7.5385	45.	.0126336	10.7143	18.	.0012795	15.0000	6.	.0001016
14.7273	4.	.0024725	8.6667	36.	.0062547	8.0000	18.	.0050579	11.5714	21.	.0008806			
15.2727	7.	.0003726	10.1667	18.	.0022580	9.3846	18.	.0027548	12.0000	42.	.0013184			
16.9091	6.	.0000339	10.6667	3.	.0003952	9.8462	18.	.0017838	13.2857	24.	.0005394			
			11.1667	6.	.0006322	10.3077	36.	.0025967	15.4286	6.	.0000565			
			12.1667	18.	.0010387	11.2308	6.	.0004742	15.8571	18.	.0001405			
			12.6667	6.	.0003161	11.6923	18.	.0009484	16.7143	18.	.0000677			
			13.1667	18.	.0004968	12.1538	6.	.0003161	18.4286	6.	.0000125			
			15.1667	6.	.0000903	14.0000	24.	.0005193	20.5714	4.	.0021112			
			16.6667	3.	.0000339	14.9231	18.	.0001844	21.0000	7.	.0002685			
			17.1667	6.	.0000452	16.7692	6.	.0000339	22.2857	6.	.0000013			
			18.6667	6.	.0000113	18.6154	3.	.0000113						
						19.0769	6.	.0000151						
						20.4615	6.	.0000038						

TABLA 1: DISTRIBUCION NULA EXACTA DEL ESTADISTICO Q PARA TRES TRATAMIENTOS

N1= 5,N2= 6			N1= 5,N2= 7			N1= 5,N2= 8			N1= 5,N2= 9			N1= 5,N2=10		
VALOR Q	FREC.	PROBAB.	VALOR Q	FREC.	PROBAB.	VALOR Q	FREC.	PROBAB.	VALOR Q	FREC.	PROBAB.	VALOR Q	FREC.	PROBAB.
.1818	63.	.1985301	.1667	63.	.1836667	.0000	19.	.0606602	.1429	63.	.1600027	.1333	63.	.1501327
.7273	45.	.1539399	.6667	63.	.1460539	.4615	126.	.2963414	.5714	63.	.1303927	.5333	63.	.1249370
1.2727	90.	.2396315	1.1667	90.	.2295833	1.3846	108.	.1918802	1.0000	126.	.2148084	.9333	126.	.2051466
2.3636	60.	.1412386	2.1667	90.	.1450772	1.8462	90.	.1539964	1.8571	90.	.1398462	1.7333	126.	.1429928
2.9091	30.	.0555471	2.6667	30.	.0549261	3.2308	150.	.1574021	2.2857	63.	.0595256	2.1333	45.	.0562747
3.4545	60.	.0845061	3.1667	60.	.0873286	4.1538	60.	.0498268	2.7143	90.	.0951187	2.5333	90.	.0942783
4.5455	18.	.0235398	4.1667	30.	.0281687	5.5385	48.	.0246500	3.5714	30.	.0289778	3.3333	63.	.0342476
5.0909	36.	.0362411	4.6667	60.	.0431845	6.0000	96.	.0388604	4.0000	60.	.0478698	3.7333	90.	.0550160
5.6364	36.	.0289590	5.1667	36.	.0304267	7.3846	36.	.0093632	4.4286	90.	.0432171	4.1333	60.	.0401048
6.7273	36.	.0160883	6.1667	36.	.0189673	8.7692	54.	.0087310	5.2857	60.	.0267123	4.9333	60.	.0281373
7.8182	18.	.0079595	7.1667	36.	.0125884	9.6923	54.	.0052160	6.1429	36.	.0144889	5.7333	90.	.0218546
8.9091	27.	.0071127	8.1667	45.	.0098336	11.5385	18.	.0008882	7.0000	66.	.0161272	6.5333	78.	.0188523
9.4545	18.	.0037257	8.6667	18.	.0043467	12.4615	12.	.0004892	7.4286	60.	.0097521	6.9333	36.	.0087561
11.0909	18.	.0013887	10.1667	18.	.0020548	12.9231	24.	.0007376	8.7143	36.	.0044182	8.1333	36.	.0051056
11.6364	3.	.0003387	10.6667	9.	.0009597	14.3077	24.	.0003048	9.1429	9.	.0011855	8.5333	30.	.0028267
12.1818	6.	.0005081	11.1667	18.	.0014113	16.6154	6.	.0000301	9.5714	18.	.0019494	8.9333	60.	.0043927
13.2727	6.	.0003387	12.1667	6.	.0003952	17.0769	7.	.0005645	10.4286	36.	.0021827	9.7333	18.	.0014928
13.8182	6.	.0002032	12.6667	18.	.0005306	18.0000	7.	.0000539	10.8571	18.	.0010688	10.1333	36.	.0020113
14.3636	6.	.0001694	13.1667	6.	.0002371	19.8462	6.	.0000038	11.2857	36.	.0012432	10.5333	18.	.0010412
16.5455	6.	.0000339	15.1667	12.	.0001919				13.0000	24.	.0005306	12.1333	54.	.0013757
			16.1667	6.	.0000565				13.8571	6.	.0001054	12.9333	36.	.0005039
			18.1667	6.	.0000113				14.2857	9.	.0001317	13.3333	3.	.0000527
									14.7143	18.	.0001944	13.7333	6.	.0000878
									15.5714	6.	.0000452	14.5333	18.	.0001526
									16.0000	18.	.0000740	14.9333	6.	.0000502
									18.1429	6.	.0000113	16.1333	9.	.0000481
									19.0000	6.	.0000125	16.5333	18.	.0000711
									19.8571	6.	.0000063	16.9333	6.	.0000188
									21.5714	6.	.0000013	17.7333	18.	.0000272
												19.7333	6.	.0000042
												20.9333	6.	.0000042
												21.7333	6.	.0000021
												23.3333	6.	.0000004

TABLA 1: DISTRIBUCION NULA EXACTA DEL ESTADISTICO Q PARA TRES TRATAMIENTOS

N1= 6,N2= 6			N1= 6,N2= 7			N1= 6,N2= 8			N1= 6,N2= 9			N1= 6,N2=10		
VALOR Q	FREC.	PROBAB.	VALOR Q	FREC.	PROBAB.	VALOR Q	FREC.	PROBAB.	VALOR Q	FREC.	PROBAB.	VALOR Q	FREC.	PROBAB.
.0000	28.	.0661767	.1538	84.	.1711291	.1429	84.	.1600027	.0000	25.	.0526970	.1250	84.	.1417341
.5000	126.	.3148571	.6154	63.	.1377500	.5714	84.	.1311284	.4000	168.	.2651998	.5000	84.	.1184264
1.5000	90.	.1967857	1.0769	126.	.2222561	1.0000	126.	.2133369	1.2000	147.	.1815243	.8750	168.	.1993379
2.0000	90.	.1551254	2.0000	90.	.1422548	1.8571	126.	.1432056	1.6000	126.	.1499244	1.6250	126.	.1373247
3.5000	120.	.1497062	2.4615	45.	.0577486	2.2857	45.	.0569019	2.8000	216.	.1676862	2.0000	84.	.0590801
4.5000	60.	.0456118	2.9231	90.	.0918634	2.7143	90.	.0932308	3.6000	90.	.0565670	2.3750	126.	.0974290
6.0000	36.	.0209995	3.8462	30.	.0284509	3.5714	45.	.0317063	4.8000	75.	.0309937	3.1250	45.	.0321265
6.5000	72.	.0325154	4.3077	60.	.0455742	4.0000	90.	.0507689	5.2000	150.	.0506234	3.5000	90.	.0541735
8.0000	36.	.0073498	4.7692	60.	.0373701	4.4286	60.	.0386371	6.4000	60.	.0136534	3.8750	126.	.0484553
9.5000	36.	.0060966	5.6923	60.	.0230731	5.2857	60.	.0257012	7.6000	96.	.0144463	4.6250	90.	.0322603
10.5000	36.	.0035225	6.6154	36.	.0134352	6.1429	60.	.0178082	8.4000	96.	.0094205	5.3750	60.	.0197702
12.5000	18.	.0005419	7.5385	54.	.0129723	7.0000	78.	.0159340	10.0000	36.	.0019532	6.1250	105.	.0222268
13.5000	6.	.0002258	8.0000	36.	.0070224	7.4286	36.	.0078504	10.8000	27.	.0012193	6.5000	90.	.0132916
14.0000	12.	.0003387	9.3846	36.	.0032177	8.7143	36.	.0041547	11.2000	54.	.0019444	7.6250	60.	.0069148
15.5000	12.	.0001355	9.8462	9.	.0010537	9.1429	18.	.0018879	12.4000	54.	.0009697	8.0000	18.	.0022392
18.0000	6.	.0000113	10.3077	18.	.0016596	9.5714	36.	.0029455	14.4000	18.	.0001430	8.3750	36.	.0037634
			11.2308	18.	.0011478	10.4286	18.	.0012996	14.8000	24.	.0002095	9.1250	60.	.0036421
			11.6923	18.	.0007903	10.8571	36.	.0013636	15.6000	24.	.0001267	9.5000	36.	.0022141
			12.1538	18.	.0006661	11.2857	18.	.0008430	17.2000	24.	.0000439	9.8750	60.	.0023026
			14.0000	24.	.0003387	13.0000	36.	.0007677	19.2000	5.	.0006364	11.3750	54.	.0014485
			14.9231	6.	.0000790	13.8571	18.	.0002484	19.6000	12.	.0000100	12.1250	18.	.0003931
			15.3846	3.	.0000376	14.2857	3.	.0000439	20.8000	7.	.0000075	12.5000	18.	.0003094
			15.8462	6.	.0000565	14.7143	6.	.0000702	22.8000	6.	.0000004	12.8750	36.	.0004851
			16.7692	6.	.0000263	15.5714	18.	.0000778				13.6250	18.	.0001882
			17.2308	6.	.0000226	16.0000	6.	.0000351				14.0000	36.	.0002279
			19.5385	6.	.0000038	17.2857	3.	.0000125				15.1250	3.	.0000176
						17.7143	6.	.0000188				15.5000	6.	.0000293
						18.1429	6.	.0000100				15.8750	18.	.0000585
						19.0000	6.	.0000075				16.6250	24.	.0000739
						21.1429	6.	.0000013				17.3750	18.	.0000335
												18.5000	6.	.0000063
												18.8750	18.	.0000106
												21.1250	9.	.0000028
												21.5000	6.	.0000021
												22.6250	6.	.0000008
												24.5000	6.	.0000001

TABLA 1: DISTRIBUCION NULA EXACTA DEL ESTADISTICO Q PARA TRES TRATAMIENTOS

N1= 7,N2= 7			N1= 7,N2= 8			N1= 7,N2= 9			N1= 7,N2=10			N1= 8,N2= 8		
VALOR Q	FREC.	PROBAB.	VALOR Q	FREC.	PROBAB.	VALOR Q	FREC.	PROBAB.	VALOR Q	FREC.	PROBAB.	VALOR Q	FREC.	PROBAB.
.0000	36.	.0570430	.1333	108.	.1503779	.1250	108.	.1417341	.0000	33.	.0470879	.0000	45.	.0501260
.4286	168.	.2800049	.5333	84.	.1244466	.5000	108.	.1188815	.3529	216.	.2398864	.3750	216.	.2519717
1.2857	126.	.1866699	.9333	168.	.2062664	.8750	168.	.1984277	1.0588	192.	.1713897	1.1250	168.	.1763802
1.7143	126.	.1521248	1.7333	126.	.1401238	1.6250	168.	.1395365	1.4118	168.	.1446972	1.5000	168.	.1473752
3.0000	180.	.1631540	2.1333	63.	.0583039	2.0000	63.	.0573234	2.4706	294.	.1732653	2.6250	252.	.1708930
3.8571	90.	.0535036	2.5333	126.	.0957351	2.3750	126.	.0961273	3.1765	126.	.0612876	3.3750	126.	.0591499
5.1429	60.	.0279241	3.3333	45.	.0318463	3.1250	63.	.0341002	4.2353	108.	.0361930	4.5000	90.	.0337079
5.5714	120.	.0449771	3.7333	90.	.0525230	3.5000	126.	.0563077	4.5882	216.	.0606502	4.8750	180.	.0558716
6.8571	60.	.0115823	4.1333	90.	.0439965	3.8750	90.	.0449771	5.6471	90.	.0177249	6.0000	90.	.0157671
8.1429	72.	.0114682	4.9333	90.	.0291915	4.6250	90.	.0314278	6.7059	150.	.0204666	7.1250	120.	.0174218
9.0000	72.	.0072708	5.7333	60.	.0187156	5.3750	90.	.0225822	7.4118	150.	.0141620	7.8750	120.	.0117863
10.7143	36.	.0014050	6.5333	90.	.0191341	6.1250	120.	.0220368	8.8235	60.	.0033385	9.3750	60.	.0026382
11.5714	18.	.0007903	6.9333	60.	.0106193	6.5000	60.	.0115384	9.5294	48.	.0022509	10.1250	36.	.0016860
12.0000	36.	.0012469	8.1333	60.	.0055409	7.6250	60.	.0066298	9.8824	96.	.0037161	10.5000	72.	.0027553
13.2857	36.	.0005971	8.5333	18.	.0020431	8.0000	30.	.0029827	10.9412	96.	.0020708	11.6250	72.	.0014830
15.4286	18.	.0000790	8.9333	36.	.0033310	8.3750	60.	.0048404	12.7059	36.	.0003777	13.5000	36.	.0002509
15.8571	12.	.0000878	9.7333	36.	.0023826	9.1250	36.	.0026343	13.0588	54.	.0005958	13.8750	36.	.0003591
16.7143	12.	.0000527	10.1333	36.	.0017796	9.5000	60.	.0025514	13.7647	54.	.0003952	14.6250	36.	.0002342
18.4286	12.	.0000176	10.5333	36.	.0015191	9.8750	36.	.0018089	15.1765	54.	.0001694	16.1250	36.	.0000959
21.0000	6.	.0000013	12.1333	54.	.0010801	11.3750	72.	.0018031	16.9412	12.	.0000254	18.0000	6.	.0000098
			12.9333	18.	.0003161	12.1250	36.	.0006205	17.2941	42.	.0000627	18.3750	30.	.0000268
			13.3333	9.	.0001464	12.5000	9.	.0001668	18.3529	24.	.0000205	19.5000	12.	.0000078
			13.7333	18.	.0002312	12.8750	18.	.0002751	20.1176	24.	.0000061	21.3750	12.	.0000022
			14.5333	18.	.0001288	13.6250	36.	.0002450	21.5294	7.	.0001382	24.0000	6.	.0000001
			14.9333	18.	.0001112	14.0000	18.	.0001522	22.2353	7.	.0000205			
			16.1333	3.	.0000146	15.1250	9.	.0000537	22.5882	6.	.0000005			
			16.5333	6.	.0000234	15.5000	18.	.0000849	23.6471	7.	.0000010			
			16.9333	18.	.0000297	15.8750	18.	.0000539	25.7647	6.	.0000000			
			17.7333	12.	.0000263	16.6250	24.	.0000585						
			18.5333	6.	.0000088	17.3750	6.	.0000117						
			19.7333	6.	.0000033	18.5000	18.	.0000110						
			20.1333	6.	.0000029	18.8750	6.	.0000050						
			22.5333	6.	.0000004	19.6250	6.	.0000049						
						20.3750	6.	.0000029						
						21.1250	6.	.0000013						
						21.8750	6.	.0000010						
						24.1250	6.	.0000001						

TABLA 1: DISTRIBUCION NULA EXACTA DEL ESTADISTICO Q PARA TRES TRATAMIENTOS

N1= 8,N2= 9			N1= 8,N2=10			N1= 9,N2= 9			N1= 9,N2=10			N1=10,N2=10		
VALOR Q	FREC.	PROBAB.	VALOR Q	FREC.	PROBAB.	VALOR Q	FREC.	PROBAB.	VALOR Q	FREC.	PROBAB.	VALOR Q	FREC.	PROBAB.
.1176	135.	.1341166	.1111	135.	.1272068	.0000	55.	.0447055	.1053	165.	.1210297	.0000	66.	.0403432
.4706	108.	.1133873	.4444	135.	.1086753	.3333	270.	.2289722	.4211	135.	.1040783	.3000	330.	.2097804
.8235	216.	.1919091	.7778	216.	.1850281	1.0000	216.	.1665252	.7368	270.	.1791252	.9000	270.	.1573353
1.5294	168.	.1364006	1.4444	216.	.1349969	1.3333	216.	.1418778	1.3684	216.	.1319246	1.2000	270.	.1361596
1.8824	84.	.0578789	1.7778	84.	.0568336	2.3333	336.	.1747410	1.6842	108.	.0568778	2.1000	432.	.1759535
2.2353	168.	.0973238	2.1111	168.	.0970784	3.0000	168.	.0630396	2.0000	216.	.0974293	2.7000	216.	.0655970
2.9412	63.	.0341001	2.7778	84.	.0356363	4.0000	126.	.0383678	2.6316	84.	.0355182	3.6000	168.	.0420303
3.2941	126.	.0575107	3.1111	168.	.0602127	4.3333	252.	.0649962	2.9474	168.	.0609694	3.9000	336.	.0724319
3.6471	126.	.0490301	3.4444	126.	.0497209	5.3333	126.	.0196386	3.2632	168.	.0527455	4.8000	168.	.0230798
4.3529	126.	.0342842	4.1111	126.	.0361090	6.3333	180.	.0234320	3.8947	168.	.0383921	5.7000	252.	.0291722
5.0588	90.	.0234515	4.7778	126.	.0267511	7.0000	180.	.0166335	4.5263	126.	.0275273	6.3000	252.	.0214923
5.7647	135.	.0250536	5.4444	171.	.0277333	8.3333	90.	.0041336	5.1579	189.	.0304511	7.5000	126.	.0057794
6.1176	90.	.0141799	5.7778	90.	.0151036	9.0000	60.	.0028438	5.4737	126.	.0175103	8.1000	90.	.0041781
7.1765	90.	.0080995	6.7778	90.	.0092408	9.3333	120.	.0047691	6.4211	126.	.0106963	8.4000	180.	.0071469
7.5294	30.	.0031846	7.1111	45.	.0041488	10.3333	120.	.0027888	6.7368	45.	.0043793	9.3000	180.	.0044475
7.8824	60.	.0053272	7.4444	90.	.0069252	12.0000	60.	.0005534	7.0526	90.	.0074724	10.8000	90.	.0009897
8.5882	60.	.0039249	8.1111	60.	.0042592	12.3333	72.	.0008703	7.6842	90.	.0056481	11.1000	120.	.0016338
8.9412	60.	.0030910	8.4444	90.	.0039935	13.0000	72.	.0006021	8.0000	90.	.0046149	11.7000	120.	.0011814
9.2941	60.	.0026708	8.7778	60.	.0030545	14.3333	72.	.0002821	8.3158	90.	.0040319	12.9000	120.	.0006095
10.7059	96.	.0022913	10.1111	120.	.0032709	16.0000	18.	.0000449	9.5789	150.	.0039150	14.4000	36.	.0001203
11.4118	36.	.0007454	10.7778	60.	.0011770	16.3333	72.	.0001167	10.2105	60.	.0013600	14.7000	132.	.0003124
11.7647	18.	.0003408	11.1111	18.	.0003808	17.3333	36.	.0000413	10.5263	30.	.0006190	15.6000	72.	.0001223
12.1176	36.	.0005581	11.4444	36.	.0006427	19.0000	36.	.0000148	10.8421	60.	.0010403	17.1000	72.	.0000508
12.8235	36.	.0003468	12.1111	60.	.0005386	20.3333	12.	.0000039	11.4737	60.	.0006963	18.3000	36.	.0000202
13.1765	36.	.0003022	12.4444	36.	.0003828	21.0000	12.	.0000026	11.7895	60.	.0006122	18.9000	36.	.0000142
14.2353	9.	.0000615	13.4444	18.	.0001355	21.3333	18.	.0000015	12.7368	18.	.0001525	19.2000	36.	.0000069
14.5882	18.	.0001015	13.7778	36.	.0002222	22.3333	12.	.0000011	13.0526	36.	.0002578	20.1000	36.	.0000069
14.9412	36.	.0001033	14.1111	36.	.0001567	24.3333	12.	.0000003	13.3684	60.	.0002457	21.9000	36.	.0000022
15.6471	36.	.0001220	14.7778	54.	.0001977	27.0000	6.	.0000000	14.0000	72.	.0003266	22.5000	6.	.0000004
16.3529	18.	.0000429	15.4444	18.	.0000539				14.6316	36.	.0001196	22.8000	12.	.0000007
17.4118	18.	.0000201	16.4444	36.	.0000417				15.5789	36.	.0000637	23.7000	12.	.0000004
17.7647	18.	.0000177	16.7778	18.	.0000260				15.8947	36.	.0000564	24.3000	18.	.0000002
18.4706	6.	.0000059	17.4444	18.	.0000239				16.5263	18.	.0000280	25.2000	12.	.0000002
19.1765	6.	.0000039	18.1111	18.	.0000156				17.1579	18.	.0000197	27.3000	12.	.0000000
19.8824	21.	.0000058	18.7778	21.	.0000102				17.7895	45.	.0000253	30.0000	6.	.0000000
20.2353	6.	.0000026	19.1111	6.	.0000033				18.1053	18.	.0000134			
20.5882	6.	.0000017	19.4444	18.	.0000064				18.4211	18.	.0000095			
21.2941	6.	.0000013	20.1111	6.	.0000019				19.0526	18.	.0000075			
22.7059	6.	.0000004	21.4444	18.	.0000015				20.3158	18.	.0000030			
23.0588	6.	.0000004	21.7778	9.	.0000012				20.6316	21.	.0000033			
25.5294	6.	.0000000	22.1111	6.	.0000009				20.9474	6.	.0000011			
			23.1111	6.	.0000004				21.8947	6.	.0000006			
			24.1111	6.	.0000002				22.2105	6.	.0000007			
			24.7778	6.	.0000001				22.8421	24.	.0000010			
			27.1111	6.	.0000000				23.4737	6.	.0000002			
									24.1053	6.	.0000002			
									25.6842	6.	.0000001			
									26.0000	6.	.0000000			
									28.5263	6.	.0000000			

TABLA 2: VALORES CRITICOS DEL ESTADISTICO Q PARA TRES TRATAMIENTOS

N1= 1,N2= 1	q(0.1)= 3.00000 P(0.1)= .00000	q(0.05)= 3.00000 P(0.05)= .00000	q(0.01)= 3.00000 P(0.01)= .00000
N1= 1,N2= 2	q(0.1)= 4.66667 P(0.1)= .00000	q(0.05)= 4.66667 P(0.05)= .00000	q(0.01)= 4.66667 P(0.01)= .00000
N1= 1,N2= 3	q(0.1)= 3.50000 P(0.1)= .07407	q(0.05)= 3.50000 P(0.05)= .07407	q(0.01)= 6.50000 P(0.01)= .00000
N1= 1,N2= 4	q(0.1)= 3.60000 P(0.1)= .12346	q(0.05)= 4.80000 P(0.05)= .02469	q(0.01)= 8.40000 P(0.01)= .00000
N1= 1,N2= 5	q(0.1)= 4.33333 P(0.1)= .09465	q(0.05)= 5.33333 P(0.05)= .04938	q(0.01)= 6.33333 P(0.01)= .00823
N1= 1,N2= 6	q(0.1)= 3.71429 P(0.1)= .10562	q(0.05)= 5.42857 P(0.05)= .03704	q(0.01)= 8.00000 P(0.01)= .00274
N1= 1,N2= 7	q(0.1)= 3.00000 P(0.1)= .12940	q(0.05)= 5.25000 P(0.05)= .03338	q(0.01)= 9.00000 P(0.01)= .00732
N1= 1,N2= 8	q(0.1)= 4.22222 P(0.1)= .06965	q(0.05)= 6.22222 P(0.05)= .04191	q(0.01)= 6.88889 P(0.01)= .01387
N1= 1,N2= 9	q(0.1)= 3.80000 P(0.1)= .10593	q(0.05)= 5.60000 P(0.05)= .03887	q(0.01)= 8.60000 P(0.01)= .00564
N1= 1,N2=10	q(0.1)= 3.81818 P(0.1)= .09374	q(0.05)= 4.90909 P(0.05)= .05411	q(0.01)= 7.09091 P(0.01)= .01123
N1= 2,N2= 2	q(0.1)= 4.50000 P(0.1)= .07407	q(0.05)= 4.50000 P(0.05)= .07407	q(0.01)= 6.00000 P(0.01)= .00000
N1= 2,N2= 3	q(0.1)= 2.80000 P(0.1)= .12346	q(0.05)= 5.20000 P(0.05)= .04938	q(0.01)= 7.60000 P(0.01)= .00000
N1= 2,N2= 4	q(0.1)= 4.33333 P(0.1)= .07407	q(0.05)= 5.33333 P(0.05)= .04938	q(0.01)= 8.33333 P(0.01)= .00823
N1= 2,N2= 5	q(0.1)= 3.42857 P(0.1)= .10242	q(0.05)= 6.00000 P(0.05)= .02835	q(0.01)= 7.71429 P(0.01)= .01463
N1= 2,N2= 6	q(0.1)= 4.00000 P(0.1)= .11431	q(0.05)= 4.75000 P(0.05)= .04847	q(0.01)= 7.75000 P(0.01)= .00732
N1= 2,N2= 7	q(0.1)= 4.22222 P(0.1)= .08032	q(0.05)= 5.55556 P(0.05)= .05670	q(0.01)= 8.22222 P(0.01)= .00975
N1= 2,N2= 8	q(0.1)= 4.20000 P(0.1)= .08022	q(0.05)= 5.40000 P(0.05)= .04608	q(0.01)= 9.60000 P(0.01)= .01077
N1= 2,N2= 9	q(0.1)= 4.54545 P(0.1)= .10349	q(0.05)= 5.63636 P(0.05)= .03612	q(0.01)= 8.90909 P(0.01)= .00806
N1= 2,N2=10	q(0.1)= 4.16667 P(0.1)= .12317	q(0.05)= 5.16667 P(0.05)= .05160	q(0.01)= 8.16667 P(0.01)= .00874
N1= 3,N2= 3	q(0.1)= 4.00000 P(0.1)= .05761	q(0.05)= 4.00000 P(0.05)= .05761	q(0.01)= 7.00000 P(0.01)= .00823
N1= 3,N2= 4	q(0.1)= 4.57143 P(0.1)= .08230	q(0.05)= 5.42857 P(0.05)= .03018	q(0.01)= 8.00000 P(0.01)= .01097
N1= 3,N2= 5	q(0.1)= 4.00000 P(0.1)= .11431	q(0.05)= 4.75000 P(0.05)= .05487	q(0.01)= 7.75000 P(0.01)= .00823
N1= 3,N2= 6	q(0.1)= 4.66667 P(0.1)= .05517	q(0.05)= 4.66667 P(0.05)= .05517	q(0.01)= 8.66667 P(0.01)= .00457
N1= 3,N2= 7	q(0.1)= 3.80000 P(0.1)= .09877	q(0.05)= 5.60000 P(0.05)= .05324	q(0.01)= 8.60000 P(0.01)= .00884
N1= 3,N2= 8	q(0.1)= 4.54545 P(0.1)= .10127	q(0.05)= 5.09091 P(0.05)= .06063	q(0.01)= 7.81818 P(0.01)= .01209
N1= 3,N2= 9	q(0.1)= 3.50000 P(0.1)= .11819	q(0.05)= 6.00000 P(0.05)= .05160	q(0.01)= 8.00000 P(0.01)= .01248
N1= 3,N2=10	q(0.1)= 4.30769 P(0.1)= .10701	q(0.05)= 5.69231 P(0.05)= .04036	q(0.01)= 8.00000 P(0.01)= .00844
N1= 4,N2= 4	q(0.1)= 3.00000 P(0.1)= .13077	q(0.05)= 5.25000 P(0.05)= .03567	q(0.01)= 9.00000 P(0.01)= .00823
N1= 4,N2= 5	q(0.1)= 4.22222 P(0.1)= .07590	q(0.05)= 5.55556 P(0.05)= .05914	q(0.01)= 8.22222 P(0.01)= .00701
N1= 4,N2= 6	q(0.1)= 3.80000 P(0.1)= .10303	q(0.05)= 5.60000 P(0.05)= .04664	q(0.01)= 8.60000 P(0.01)= .00742
N1= 4,N2= 7	q(0.1)= 3.81818 P(0.1)= .09795	q(0.05)= 4.90909 P(0.05)= .05741	q(0.01)= 8.72727 P(0.01)= .00911
N1= 4,N2= 8	q(0.1)= 4.66667 P(0.1)= .08701	q(0.05)= 5.16667 P(0.05)= .05057	q(0.01)= 8.16667 P(0.01)= .01157
N1= 4,N2= 9	q(0.1)= 4.30769 P(0.1)= .09836	q(0.05)= 5.69231 P(0.05)= .04444	q(0.01)= 8.00000 P(0.01)= .00964
N1= 4,N2=10	q(0.1)= 3.85714 P(0.1)= .10967	q(0.05)= 5.57143 P(0.05)= .03674	q(0.01)= 9.00000 P(0.01)= .00668
N1= 5,N2= 5	q(0.1)= 4.20000 P(0.1)= .07428	q(0.05)= 5.40000 P(0.05)= .03922	q(0.01)= 7.80000 P(0.01)= .00671
N1= 5,N2= 6	q(0.1)= 4.54545 P(0.1)= .10307	q(0.05)= 5.63636 P(0.05)= .03787	q(0.01)= 8.90909 P(0.01)= .00671
N1= 5,N2= 7	q(0.1)= 4.66667 P(0.1)= .08201	q(0.05)= 5.16667 P(0.05)= .05158	q(0.01)= 8.16667 P(0.01)= .01019
N1= 5,N2= 8	q(0.1)= 4.15385 P(0.1)= .08989	q(0.05)= 5.53846 P(0.05)= .06524	q(0.01)= 8.76923 P(0.01)= .00829
N1= 5,N2= 9	q(0.1)= 4.42857 P(0.1)= .08024	q(0.05)= 5.28571 P(0.05)= .05353	q(0.01)= 8.71429 P(0.01)= .00874
N1= 5,N2=10	q(0.1)= 4.13333 P(0.1)= .09687	q(0.05)= 5.73333 P(0.05)= .04688	q(0.01)= 8.53333 P(0.01)= .01134
N1= 6,N2= 6	q(0.1)= 3.50000 P(0.1)= .11735	q(0.05)= 6.00000 P(0.05)= .05074	q(0.01)= 8.00000 P(0.01)= .01087
N1= 6,N2= 7	q(0.1)= 4.30769 P(0.1)= .10297	q(0.05)= 5.69231 P(0.05)= .04253	q(0.01)= 8.00000 P(0.01)= .00910
N1= 6,N2= 8	q(0.1)= 4.42857 P(0.1)= .08108	q(0.05)= 5.28571 P(0.05)= .05538	q(0.01)= 8.71429 P(0.01)= .00963
N1= 6,N2= 9	q(0.1)= 4.80000 P(0.1)= .09541	q(0.05)= 5.20000 P(0.05)= .04478	q(0.01)= 8.40000 P(0.01)= .00726
N1= 6,N2=10	q(0.1)= 3.87500 P(0.1)= .11191	q(0.05)= 5.37500 P(0.05)= .05988	q(0.01)= 8.37500 P(0.01)= .01145
N1= 7,N2= 7	q(0.1)= 3.85714 P(0.1)= .10750	q(0.05)= 5.57143 P(0.05)= .03460	q(0.01)= 8.14286 P(0.01)= .01155
N1= 7,N2= 8	q(0.1)= 4.13333 P(0.1)= .09638	q(0.05)= 5.73333 P(0.05)= .04847	q(0.01)= 8.53333 P(0.01)= .01114
N1= 7,N2= 9	q(0.1)= 3.87500 P(0.1)= .11258	q(0.05)= 5.37500 P(0.05)= .05857	q(0.01)= 8.37500 P(0.01)= .01055
N1= 7,N2=10	q(0.1)= 4.23529 P(0.1)= .12619	q(0.05)= 5.64706 P(0.05)= .04782	q(0.01)= 8.82353 P(0.01)= .00985
N1= 8,N2= 8	q(0.1)= 4.50000 P(0.1)= .11040	q(0.05)= 4.87500 P(0.05)= .05452	q(0.01)= 7.87500 P(0.01)= .00955
N1= 8,N2= 9	q(0.1)= 4.35294 P(0.1)= .09406	q(0.05)= 5.76471 P(0.05)= .04555	q(0.01)= 8.58823 P(0.01)= .01084
N1= 8,N2=10	q(0.1)= 4.11111 P(0.1)= .10850	q(0.05)= 5.44444 P(0.05)= .05402	q(0.01)= 8.44444 P(0.01)= .01035
N1= 9,N2= 9	q(0.1)= 4.33333 P(0.1)= .07677	q(0.05)= 5.33333 P(0.05)= .05714	q(0.01)= 9.00000 P(0.01)= .01009
N1= 9,N2=10	q(0.1)= 4.52632 P(0.1)= .09438	q(0.05)= 5.47368 P(0.05)= .04642	q(0.01)= 8.31579 P(0.01)= .00958
N1=10,N2=10	q(0.1)= 3.90000 P(0.1)= .10037	q(0.05)= 5.70000 P(0.05)= .04812	q(0.01)= 8.40000 P(0.01)= .00952

TABLA 3: DISTRIBUCION NULA EXACTA DEL ESTADISTICO Q PARA CUATRO TRATAMIENTOS

N1= 1,N2= 1,N3= 1			N1= 1,N2= 1,N3= 2			N1= 1,N2= 1,N3= 3			N1= 1,N2= 1,N3= 4			N1= 1,N2= 1,N3= 5		
VALOR Q	FREC.	PROBAB.	VALOR Q	FREC.	PROBAB.	VALOR Q	FREC.	PROBAB.	VALOR Q	FREC.	PROBAB.	VALOR Q	FREC.	PROBAB.
1.2000	48.	.4999998	.6923	60.	.2812499	.0000	21.	.0644531	.4737	96.	.1835938	.5455	144.	.2148437
3.6000	24.	.2500000	2.5385	96.	.4062501	1.5000	180.	.4531249	1.7368	180.	.3085938	1.6364	156.	.1782226
6.0000	24.	.2500000	4.3846	36.	.1562500	3.0000	48.	.1171875	3.0000	180.	.1972657	2.7273	360.	.3271485
			6.2308	24.	.0937500	4.5000	132.	.2343751	4.2632	108.	.1289062	4.9091	264.	.1445313
			8.0769	24.	.0625000	6.0000	36.	.0546875	5.5263	72.	.0859375	6.0000	132.	.0659180
						7.5000	24.	.0468750	6.7895	96.	.0449219	7.0909	72.	.0341797
						9.0000	15.	.0136719	8.0526	48.	.0292969	9.2727	120.	.0234375
						10.5000	24.	.0156250	9.3158	24.	.0156250	10.3636	36.	.0053711
									11.8421	12.	.0019531	11.4545	24.	.0048828
									13.1053	24.	.0039063	14.7273	12.	.0004883
												15.8182	24.	.0009766

N1= 1,N2= 2,N3= 1			N1= 1,N2= 2,N3= 2			N1= 1,N2= 2,N3= 3			N1= 1,N2= 2,N3= 4			N1= 1,N2= 2,N3= 5		
VALOR Q	FREC.	PROBAB.	VALOR Q	FREC.	PROBAB.	VALOR Q	FREC.	PROBAB.	VALOR Q	FREC.	PROBAB.	VALOR Q	FREC.	PROBAB.
.0000	24.	.0833334	.5294	144.	.2083330	.6000	300.	.2408855	.3913	264.	.1432292	.0000	78.	.0347900
1.7143	156.	.4999991	1.9412	264.	.3385410	1.8000	276.	.1901043	1.4348	600.	.2779953	.9231	792.	.2868646
3.4286	48.	.1250000	3.3529	156.	.1874997	3.0000	528.	.3333335	2.4783	396.	.1617840	1.8462	300.	.0952148
5.1429	72.	.2083333	4.7647	120.	.1249999	5.4000	276.	.1302083	3.5217	408.	.1432293	2.7692	996.	.2475575
6.8571	12.	.0416667	6.1765	72.	.0833333	6.6000	132.	.0572917	4.5652	528.	.1386719	3.6923	396.	.0794270
8.5714	24.	.0416667	7.5882	36.	.0260417	7.8000	72.	.0286458	5.6087	72.	.0260417	4.6154	528.	.1033525
			9.0000	24.	.0208333	10.2000	60.	.0143229	6.6522	168.	.0413411	5.5385	168.	.0214844
			10.4118	24.	.0104167	11.4000	12.	.0026042	7.6957	228.	.0403645	6.4615	672.	.0789385
						12.6000	24.	.0026042	8.7391	96.	.0107422	7.3846	48.	.0065104
									9.7826	72.	.0091146	8.3077	204.	.0216472
									10.8261	12.	.0019531	9.2308	72.	.0081380
									11.8696	24.	.0026042	10.1538	156.	.0058594
									12.9130	36.	.0016276	11.0769	96.	.0032552
									13.9565	12.	.0006510	12.0000	96.	.0043945
									15.0000	24.	.0006510	13.8462	24.	.0008138
												15.6923	41.	.0013563
												16.6154	13.	.0002306
												17.5385	24.	.0001628

TABLA 3: DISTRIBUCION NULA EXACTA DEL ESTADISTICO Q PARA CUATRO TRATAMIENTOS

N1= 1,N2= 3,N3= 1			N1= 1,N2= 3,N3= 2			N1= 1,N2= 3,N3= 3			N1= 1,N2= 3,N3= 4			N1= 1,N2= 3,N3= 5		
VALOR Q	FREC.	PROBAB.	VALOR Q	FREC.	PROBAB.	VALOR Q	FREC.	PROBAB.	VALOR Q	FREC.	PROBAB.	VALOR Q	FREC.	PROBAB.
.6667	192.	.2708328	.4286	268.	.1605899	.0000	115.	.0400391	.3333	560.	.1179473	.4000	996.	.1472978
2.0000	152.	.2013886	1.5714	552.	.2960069	1.0000	1032.	.3111979	1.2222	1284.	.2353520	1.2000	1080.	.1368811
3.3333	312.	.3402769	2.7143	360.	.1710067	2.0000	372.	.1002605	2.1111	1032.	.1629238	2.0000	2568.	.2853202
6.0000	120.	.1111110	3.8571	340.	.1406247	3.0000	1068.	.2500005	3.0000	976.	.1390520	3.6000	2100.	.1670734
7.3333	72.	.0486111	5.0000	312.	.1232636	4.0000	360.	.0774741	3.8889	1032.	.1292321	4.4000	1260.	.0913758
8.6667	24.	.0208333	6.1429	72.	.0269097	5.0000	528.	.0989585	4.7778	552.	.0515951	5.2000	1032.	.0604109
11.3333	24.	.0069444	7.2857	132.	.0373264	6.0000	116.	.0182292	5.6667	624.	.0597332	6.8000	1200.	.0546056
			8.4286	108.	.0295139	7.0000	456.	.0664064	6.5556	648.	.0517037	7.6000	480.	.0167915
			9.5714	36.	.0060764	8.0000	48.	.0058594	7.4444	72.	.0078125	8.4000	672.	.0225694
			10.7143	24.	.0052083	9.0000	168.	.0177951	8.3333	220.	.0142687	10.0000	192.	.0053711
			11.8571	12.	.0017361	10.0000	72.	.0065104	9.2222	408.	.0175781	10.8000	208.	.0042318
			13.0000	24.	.0017361	11.0000	36.	.0026042	10.1111	72.	.0045573	11.6000	384.	.0054796
						12.0000	37.	.0016276	11.0000	132.	.0039605	13.2000	132.	.0011936
						13.0000	48.	.0026042	11.8889	72.	.0020616	14.0000	72.	.0006239
						15.0000	24.	.0004340	13.6667	48.	.0009766	14.8000	24.	.0002713
									14.5556	60.	.0008138	16.4000	60.	.0002984
									15.4444	24.	.0003255	17.2000	36.	.0000949
									17.2222	24.	.0001085	18.0000	24.	.0000814
												19.6000	24.	.0000271

TABLA 3: DISTRIBUCION NULA EXACTA DEL ESTADISTICO Q PARA CUATRO TRATAMIENTOS

N1= 1,N2= 4,N3= 1			N1= 1,N2= 4,N3= 2			N1= 1,N2= 4,N3= 3			N1= 1,N2= 4,N3= 4			N1= 1,N2= 4,N3= 5		
VALOR Q	FREC.	PROBAB.	VALOR Q	FREC.	PROBAB.	VALOR Q	FREC.	PROBAB.	VALOR Q	FREC.	PROBAB.	VALOR Q	FREC.	PROBAB.
.0000	60.	.0451389	.3600	432.	.1296293	.4286	1020.	.1605914	.2903	984.	.0981993	.0000	327.	.0242822
1.0909	492.	.3379621	1.3200	960.	.2534716	1.2857	1056.	.1454003	1.0645	2388.	.2096926	.7059	3360.	.2141902
2.1818	192.	.1064815	2.2800	684.	.1655089	2.1429	2424.	.2962291	1.8387	1896.	.1427971	1.4118	1380.	.0777989
3.2727	456.	.2499993	3.2400	708.	.1414926	3.8571	1704.	.1635220	2.6129	2016.	.1372634	2.1176	4620.	.2230722
4.3636	156.	.0740741	4.2000	720.	.1299186	4.7143	1068.	.0878188	3.3871	2424.	.1459083	2.8235	1896.	.0797698
5.4545	312.	.0960650	5.1600	228.	.0428240	5.5714	720.	.0562065	4.1613	852.	.0423448	3.5294	2976.	.1155674
6.5455	24.	.0138889	6.1200	420.	.0539641	7.2857	876.	.0472004	4.9355	1392.	.0655384	4.2353	888.	.0265480
7.6364	144.	.0509260	7.0800	384.	.0457176	8.1429	228.	.0134548	5.7097	1716.	.0692098	4.9412	4128.	.1130489
8.7273	48.	.0057870	8.0400	72.	.0076678	9.0000	456.	.0182291	6.4839	552.	.0177589	5.6471	372.	.0106246
9.8182	84.	.0138889	9.0000	84.	.0109954	10.7143	120.	.0042318	7.2581	780.	.0236274	6.3529	1908.	.0424621
10.9091	24.	.0046296	9.9600	168.	.0108507	11.5714	144.	.0030382	8.0323	504.	.0155888	7.0588	1032.	.0194951
14.1818	24.	.0011574	10.9200	72.	.0040509	12.4286	144.	.0029659	8.8065	528.	.0103443	7.7647	864.	.0127383
			11.8800	48.	.0021701	14.1429	48.	.0005425	9.5806	372.	.0082465	8.4706	672.	.0088976
			12.8400	24.	.0011574	15.0000	24.	.0002894	10.3548	300.	.0054073	9.1765	1488.	.0185908
			14.7600	12.	.0002894	15.8571	24.	.0002170	11.1290	312.	.0033999	10.5882	672.	.0057735
			15.7200	24.	.0002894	17.5714	24.	.0000723	11.9032	96.	.0010308	11.2941	72.	.0007505
									12.6774	144.	.0018808	12.0000	372.	.0022786
									13.4516	96.	.0004792	12.7059	204.	.0010127
									14.2258	84.	.0005425	13.4118	444.	.0016525
									15.0000	72.	.0003979	14.1176	72.	.0003617
									16.5484	60.	.0001899	14.8235	72.	.0002803
									17.3226	48.	.0001447	15.5294	96.	.0001447
									19.6452	24.	.0000181	16.2353	72.	.0001311
												16.9412	21.	.0002946
												17.6471	96.	.0001447
												19.0588	72.	.0000565
												19.7647	24.	.0000181
												21.8824	24.	.0000045

TABLA 3: DISTRIBUCION NULA EXACTA DEL ESTADISTICO Q PARA CUATRO TRATAMIENTOS

N1= 1,N2= 5,N3= 1			N1= 1,N2= 5,N3= 2			N1= 1,N2= 5,N3= 3			N1= 1,N2= 5,N3= 4			N1= 1,N2= 5,N3= 5		
VALOR Q	FREC.	PROBAB.	VALOR Q	FREC.	PROBAB.	VALOR Q	FREC.	PROBAB.	VALOR Q	FREC.	PROBAB.	VALOR Q	FREC.	PROBAB.
.4615	432.	.1755400	.3103	636.	.1070601	.0000	288.	.0267650	.2571	1548.	.0840473	.3158	3000.	.1089132
1.3846	408.	.1543208	1.1379	1488.	.2225602	.7500	2808.	.2291278	.9429	3876.	.1835096	.9474	3420.	.1085758
2.3077	984.	.3076782	1.9655	1128.	.1502221	1.5000	1140.	.0818321	1.6286	3216.	.1358876	1.5789	8688.	.2434676
4.1538	648.	.1581791	2.7931	1236.	.1394921	2.2500	3600.	.2291876	2.3143	3528.	.1298155	2.8421	7764.	.1670592
5.0769	456.	.0839122	3.6207	1368.	.1415418	3.0000	1404.	.0802949	3.0000	4272.	.1371650	3.4737	5148.	.0993637
6.0000	312.	.0511189	4.4483	468.	.0432823	3.7500	2424.	.1151127	3.6857	1800.	.0538766	4.1053	4272.	.0724548
7.8462	384.	.0397377	5.2759	912.	.0633441	4.5000	540.	.0251073	4.3714	2892.	.0743927	5.3684	6048.	.0782478
8.7692	72.	.0096451	6.1034	948.	.0620179	5.2500	2664.	.1057446	5.0571	3444.	.0759855	6.0000	2424.	.0274075
9.6923	144.	.0135031	6.9310	228.	.0141059	6.0000	372.	.0102117	5.7429	852.	.0159490	6.6316	4128.	.0408410
11.5385	72.	.0030864	7.7586	336.	.0192901	6.7500	1428.	.0388576	6.4286	1572.	.0285103	7.8947	1668.	.0131037
12.4615	72.	.0021219	8.5862	408.	.0148775	7.5000	720.	.0174576	7.1143	2112.	.0312410	8.5263	1620.	.0105516
13.3846	24.	.0009645	9.4138	312.	.0085359	8.2500	348.	.0098259	7.8000	1032.	.0126712	9.1579	2760.	.0155791
17.0769	24.	.0001929	10.2414	144.	.0055700	9.0000	348.	.0069083	8.4857	1092.	.0122040	10.4211	1152.	.0049883
			11.0690	108.	.0036169	9.7500	984.	.0151669	9.1714	840.	.0083370	11.0526	960.	.0034850
			11.8966	72.	.0016879	11.2500	456.	.0045332	9.8571	240.	.0025439	11.6842	528.	.0016314
			12.7241	96.	.0008922	12.0000	36.	.0005425	10.5429	492.	.0036470	12.9474	1044.	.0024037
			13.5517	96.	.0013021	12.7500	108.	.0012659	11.2286	900.	.0051285	13.5789	228.	.0003899
			14.3793	36.	.0002652	13.5000	84.	.0005365	11.9143	384.	.0021581	14.2105	456.	.0007460
			15.2069	24.	.0002411	14.2500	204.	.0009404	12.6000	144.	.0007113	15.4737	360.	.0003014
			17.6897	12.	.0000482	15.0000	72.	.0002773	13.2857	312.	.0008409	16.1053	168.	.0001752
			18.5172	24.	.0000482	15.7500	24.	.0001206	13.9714	36.	.0001658	16.7368	144.	.0001432
						16.5000	36.	.0000663	14.6571	168.	.0004431	18.0000	132.	.0000588
						17.2500	24.	.0000603	15.3429	108.	.0003074	18.6316	108.	.0000452
						18.7500	24.	.0000362	16.0286	132.	.0001703	19.2632	72.	.0000264
						20.2500	24.	.0000121	16.7143	144.	.0001929	20.5263	48.	.0000151
									18.0857	24.	.0000301	21.1579	36.	.0000041
									18.7714	36.	.0000166	21.7895	48.	.0000075
									19.4571	36.	.0000241	24.3158	24.	.0000008
									20.1429	24.	.0000121			
									22.2000	24.	.0000030			

TABLA 3: DISTRIBUCION NULA EXACTA DEL ESTADISTICO Q PARA CUATRO TRATAMIENTOS

N1= 2,N2= 1,N3= 2			N1= 2,N2= 1,N3= 3			N1= 2,N2= 1,N3= 4			N1= 2,N2= 1,N3= 5			N1= 2,N2= 2,N3= 2		
VALOR q	FREC.	PROBAB.	VALOR q	FREC.	PROBAB.	VALOR q	FREC.	PROBAB.	VALOR q	FREC.	PROBAB.	VALOR q	FREC.	PROBAB.
.7500	162.	.3125000	.4737	168.	.1835938	.0000	54.	.0439453	.3600	240.	.1312256	.0000	78.	.0501302
2.2500	120.	.2187500	1.7368	324.	.3203125	1.0909	504.	.3413086	1.3200	504.	.2514648	1.2000	660.	.3723964
3.7500	192.	.3281250	3.0000	180.	.1738281	2.1818	162.	.1035156	2.2800	504.	.1722413	2.4000	222.	.1093748
6.7500	78.	.0937500	4.2632	156.	.1308594	3.2727	504.	.2524412	3.2400	384.	.1373291	3.6000	528.	.2499997
8.2500	24.	.0312500	5.5263	192.	.1132813	4.3636	180.	.0751953	4.2000	360.	.1220703	4.8000	156.	.0703124
9.7500	24.	.0156250	6.7895	36.	.0234375	5.4545	192.	.0839844	5.1600	324.	.0518799	6.0000	192.	.0781249
			8.0526	48.	.0253906	6.5455	72.	.0175781	6.1200	276.	.0521240	7.2000	48.	.0130208
			9.3158	60.	.0214844	7.6364	264.	.0576172	7.0800	228.	.0427246	8.4000	144.	.0416666
			10.5789	12.	.0039062	8.7273	6.	.0029297	8.0400	36.	.0061035	9.6000	12.	.0045573
			11.8421	24.	.0039063	9.8182	60.	.0112305	9.0000	132.	.0120850	10.8000	36.	.0078125
						10.9091	24.	.0039063	9.9600	204.	.0134277	12.0000	24.	.0026042
						12.0000	39.	.0029297	10.9200	24.	.0024414			
						13.0909	15.	.0024414	11.8800	48.	.0025635			
						14.1818	24.	.0009766	12.8400	24.	.0012207			
									14.7600	36.	.0006104			
									15.7200	12.	.0002441			
									16.6800	24.	.0002441			

N1= 2,N2= 2,N3= 3			N1= 2,N2= 2,N3= 4			N1= 2,N2= 2,N3= 5			N1= 2,N2= 3,N3= 2			N1= 2,N2= 3,N3= 3		
VALOR q	FREC.	PROBAB.	VALOR q	FREC.	PROBAB.	VALOR q	FREC.	PROBAB.	VALOR q	FREC.	PROBAB.	VALOR q	FREC.	PROBAB.
.3913	444.	.1451823	.4615	846.	.1769207	.3103	696.	.1075234	.5000	804.	.1944452	.3333	896.	.1179472
1.4348	924.	.2721353	1.3846	852.	.1558435	1.1379	1692.	.2246498	1.5000	752.	.1657992	1.2222	2028.	.2386064
2.4783	660.	.1731773	2.3077	1848.	.3059895	1.9655	1224.	.1481321	2.5000	1632.	.3168440	2.1111	1476.	.1564127
3.5217	576.	.1383464	4.1538	1278.	.1593430	2.7931	1368.	.1390786	4.5000	942.	.1519105	3.0000	1492.	.1402452
4.5652	528.	.1223958	5.0769	708.	.0808106	3.6207	1848.	.1457920	5.5000	528.	.0755208	3.8889	1632.	.1393231
5.6087	264.	.0413411	6.0000	528.	.0507813	4.4483	396.	.0398763	6.5000	312.	.0447048	4.7778	516.	.0411784
6.6522	252.	.0449219	7.8462	528.	.0382488	5.2759	840.	.0596514	8.5000	336.	.0303819	5.6667	804.	.0566950
7.6957	264.	.0367838	8.7692	228.	.0116374	6.1034	1188.	.0631505	9.5000	72.	.0078125	6.5556	888.	.0548504
8.7391	36.	.0058594	9.6923	264.	.0136719	6.9310	444.	.0161743	10.5000	144.	.0095486	7.4444	264.	.0123155
9.7826	96.	.0087891	11.5385	78.	.0027669	7.7586	552.	.0206705	12.5000	30.	.0017361	8.3333	352.	.0163303
10.8261	84.	.0071615	12.4615	48.	.0015462	8.5862	240.	.0118001	13.5000	24.	.0008681	9.2222	240.	.0110677
11.8696	24.	.0019531	13.3846	96.	.0019531	9.4138	192.	.0073242	14.5000	24.	.0004340	10.1111	192.	.0057509
12.9130	24.	.0013021	15.2308	24.	.0003255	10.2414	372.	.0069173				11.0000	144.	.0042860
13.9565	24.	.0006510	16.1538	24.	.0001628	11.0690	228.	.0042318				11.8889	108.	.0026042
						11.8966	192.	.0025635				12.7778	72.	.0011936
						12.7241	12.	.0004069				13.6667	12.	.0003255
						13.5517	96.	.0010986				14.5556	48.	.0006510
						14.3793	12.	.0002035				15.4444	12.	.0001085
						15.2069	48.	.0003052				16.3333	24.	.0001085
						16.0345	72.	.0003255						
						17.6897	24.	.0000814						
						18.5172	24.	.0000407						

TABLA 3: DISTRIBUCION NULA EXACTA DEL ESTADISTICO Q PARA CUATRO TRATAMIENTOS

N1= 2,N2= 3,N3= 4			N1= 2,N2= 3,N3= 5			N1= 2,N2= 4,N3= 2			N1= 2,N2= 4,N3= 3			N1= 2,N2= 4,N3= 4		
VALOR Q	FREC.	PROBAB.	VALOR Q	FREC.	PROBAB.	VALOR Q	FREC.	PROBAB.	VALOR Q	FREC.	PROBAB.	VALOR Q	FREC.	PROBAB.
.0000	309.	.0281372	.2727	1556.	.0912035	.0000	237.	.0309968	.2903	1548.	.0987423	.3529	3240.	.1260734
.8000	3204.	.2468653	1.0000	3756.	.1949793	.8571	2340.	.2653368	1.0645	3660.	.2080659	1.0588	3528.	.1216114
1.6000	1242.	.0857747	1.7273	3204.	.1425489	1.7143	918.	.0904946	1.8387	2856.	.1467036	1.7647	8544.	.2634726
2.4000	3888.	.2359193	2.4545	3244.	.1322231	2.5714	2640.	.2411755	2.6129	3012.	.1356717	3.1765	6876.	.1684684
3.2000	1476.	.0807293	3.1818	3720.	.1365234	3.4286	984.	.0802949	3.3871	3408.	.1388907	3.8824	4416.	.0964308
4.0000	2232.	.1107048	3.9091	2028.	.0542429	4.2857	1632.	.1093749	4.1613	1320.	.0496061	4.5882	3408.	.0678544
4.8000	608.	.0244955	4.6364	2592.	.0709804	5.1429	312.	.0222801	4.9355	2100.	.0673476	6.0000	4404.	.0672442
5.6000	2664.	.0990129	5.3636	2928.	.0707296	6.0000	1440.	.0888309	5.7097	2280.	.0666605	6.7059	1632.	.0227685
6.4000	222.	.0085178	6.0909	516.	.0142415	6.8571	222.	.0081742	6.4839	516.	.0140787	7.4118	2664.	.0323172
7.2000	1068.	.0330134	6.8182	1408.	.0257532	7.7143	684.	.0289352	7.2581	876.	.0227142	8.8235	942.	.0095079
8.0000	528.	.0143772	7.5455	2076.	.0278011	8.5714	312.	.0121528	8.0323	1164.	.0215387	9.5294	924.	.0070891
8.8000	480.	.0088162	8.2727	528.	.0100369	9.4286	144.	.0057870	8.8065	528.	.0091507	10.2353	1488.	.0099826
9.6000	336.	.0057509	9.0000	924.	.0102403	10.2857	144.	.0038339	9.5806	540.	.0080295	11.6471	564.	.0028980
10.4000	648.	.0111762	9.7273	648.	.0067037	11.1429	336.	.0081019	10.3548	384.	.0052445	12.3529	456.	.0019350
12.0000	264.	.0029568	10.4545	144.	.0019328	12.8571	144.	.0020255	11.1290	144.	.0017904	13.0588	192.	.0007957
12.8000	36.	.0004069	11.1818	456.	.0028042	13.7143	12.	.0002170	11.9032	168.	.0016457	14.4706	408.	.0010218
13.6000	144.	.0009359	11.9091	600.	.0036587	14.5714	24.	.0002894	12.6774	336.	.0024143	15.1765	72.	.0001198
14.4000	43.	.0003323	12.6364	348.	.0016547	15.4286	27.	.0014829	13.4516	108.	.0008500	15.8824	144.	.0002532
15.2000	96.	.0004883	13.3636	72.	.0004408	16.2857	24.	.0001447	14.2258	72.	.0003436	17.2941	78.	.0000769
16.0000	24.	.0001085	14.0909	192.	.0005493	17.1429	24.	.0000723	15.0000	72.	.0002532	18.0000	36.	.0000452
16.8000	24.	.0000814	14.8182	36.	.0001221				15.7742	12.	.0000543	18.7059	48.	.0000362
17.6000	40.	.0013699	15.5455	84.	.0002238				16.5484	36.	.0001266	20.1176	12.	.0000045
18.4000	24.	.0000271	16.2727	96.	.0001729				17.3226	24.	.0000543	20.8235	24.	.0000045
			17.0000	48.	.0000949				18.0968	12.	.0000181			
			17.7273	96.	.0001085				18.8710	24.	.0000181			
			19.1818	24.	.0000203									
			19.9091	12.	.0000068									
			20.6364	24.	.0000068									

TABLA 3: DISTRIBUCION NULA EXACTA DEL ESTADISTICO Q PARA CUATRO TRATAMIENTOS

N1= 2,N2= 4,N3= 5			N1= 2,N2= 5,N3= 2			N1= 2,N2= 5,N3= 3			N1= 2,N2= 5,N3= 4			N1= 2,N2= 5,N3= 5		
VALOR Q	FREC.	PROBAB.	VALOR Q	FREC.	PROBAB.	VALOR Q	FREC.	PROBAB.	VALOR Q	FREC.	PROBAB.	VALOR Q	FREC.	PROBAB.
.2432	2868.	.0780974	.3750	2046.	.1359347	.2571	2400.	.0840469	.0000	858.	.0199890	.2195	4716.	.0682021
.8919	7260.	.1749287	1.1250	2136.	.1286407	.9429	5892.	.1847461	.6316	9516.	.1887633	.8049	12120.	.1555131
1.5405	5964.	.1271714	1.8750	5208.	.2741554	1.6286	4764.	.1334173	1.2632	3990.	.0706174	1.3902	10464.	.1196649
2.1892	6696.	.1274314	3.3750	3966.	.1677732	2.3143	5268.	.1304418	1.8947	13272.	.2094664	1.9756	11760.	.1199217
2.8378	8544.	.1426035	4.1250	2640.	.0947864	3.0000	6312.	.1417153	2.5263	5472.	.0776032	2.5610	14808.	.1341522
3.4865	3132.	.0474368	4.8750	1968.	.0648149	3.6857	2424.	.0486874	3.1579	9288.	.1159057	3.1463	6672.	.0537100
4.1351	5412.	.0737811	6.3750	2568.	.0614513	4.3714	4236.	.0727016	3.7895	2448.	.0278244	3.7317	10800.	.0785912
4.7838	7104.	.0825028	7.1250	720.	.0195313	5.0571	4932.	.0778283	4.4211	12168.	.1233831	4.3171	13404.	.0862102
5.4324	2292.	.0215000	7.8750	1440.	.0278985	5.7429	1320.	.0188998	5.0526	1392.	.0118092	4.9024	3468.	.0201278
6.0811	3768.	.0331933	9.3750	534.	.0078607	6.4286	2232.	.0297353	5.6842	6360.	.0502526	5.4878	7128.	.0369550
6.7297	2820.	.0266336	10.1250	576.	.0058112	7.1143	2412.	.0258124	6.3158	3408.	.0243053	6.0732	9096.	.0394652
7.3784	2232.	.0154791	10.8750	600.	.0069806	7.8000	1632.	.0136839	6.9474	2544.	.0165017	6.6585	4248.	.0177793
8.0270	2484.	.0154441	12.3750	216.	.0018205	8.4857	1344.	.0126622	7.5789	2172.	.0121331	7.2439	5508.	.0191908
8.6757	2016.	.0110270	13.1250	144.	.0012056	9.1714	1080.	.0089096	8.2105	5496.	.0270410	7.8293	4428.	.0140933
9.3243	1632.	.0063002	13.8750	192.	.0006872	9.8571	720.	.0043795	9.4737	2664.	.0093791	8.4146	1704.	.0057437
9.9730	624.	.0028630	15.3750	168.	.0005305	10.5429	564.	.0026132	10.1053	360.	.0015070	9.0000	2640.	.0061007
10.6216	1368.	.0057622	16.8750	24.	.0000603	11.2286	960.	.0046733	10.7368	1368.	.0041293	9.5854	4848.	.0099931
11.2703	684.	.0020351	18.3750	6.	.0000121	11.9143	408.	.0016382	11.3684	702.	.0018250	10.1707	2484.	.0045663
11.9189	684.	.0016457	19.1250	24.	.0000241	12.6000	336.	.0010881	12.0000	1668.	.0032503	10.7561	1116.	.0020205
12.5676	864.	.0017508	19.8750	24.	.0000121	13.2857	288.	.0009434	12.6316	528.	.0008635	11.3415	1992.	.0024753
13.2162	72.	.0001876				13.9714	36.	.0001356	13.2632	456.	.0008967	11.9268	360.	.0005284
13.8649	660.	.0010280				14.6571	276.	.0006043	13.8947	336.	.0003632	12.5122	1404.	.0016205
14.5135	504.	.0006646				15.3429	264.	.0003828	14.5263	456.	.0004740	13.0976	1236.	.0012391
15.1622	36.	.0000622				16.0286	36.	.0000543	15.1579	28.	.0000408	13.6829	804.	.0005163
15.8108	72.	.0000904				16.7143	72.	.0000693	15.7895	372.	.0003210	14.2683	1248.	.0006989
16.4595	264.	.0001820				17.4000	96.	.0000814	16.4211	72.	.0000603	14.8537	288.	.0002374
17.1081	72.	.0000452				18.0857	24.	.0000151	17.0526	372.	.0001767	15.4390	312.	.0001658
17.7568	144.	.0000627				18.7714	12.	.0000090	17.6842	72.	.0000377	16.0244	408.	.0001354
18.4054	84.	.0000475				19.4571	24.	.0000090	18.3158	72.	.0000219	16.6098	408.	.0001281
19.0541	24.	.0000113				20.1429	12.	.0000030	19.5789	96.	.0000203	17.1951	192.	.0000593
19.7027	84.	.0000215				20.8286	24.	.0000030	20.2105	6.	.0000023	17.7805	96.	.0000320
20.3514	36.	.0000090				21.5143	24.	.0000030	20.8421	48.	.0000090	18.3659	288.	.0000669
21.0000	24.	.0000045							21.4737	24.	.0000030	18.9512	192.	.0000220
22.2973	12.	.0000011							22.7368	92.	.0010130	19.5366	108.	.0000142
22.9459	24.	.0000011							23.3684	24.	.0000008	20.1220	144.	.0000160
												21.2927	12.	.0000019
												21.8780	120.	.0000070
												22.4634	12.	.0000009
												23.0488	48.	.0000019
												24.8049	12.	.0000002
												25.3902	24.	.0000002

TABLA 3: DISTRIBUCION NULA EXACTA DEL ESTADISTICO Q PARA CUATRO TRATAMIENTOS

N1= 3,N2= 1,N3= 3			N1= 3,N2= 1,N3= 4			N1= 3,N2= 1,N3= 5			N1= 3,N2= 2,N3= 3			N1= 3,N2= 2,N3= 4		
VALOR q	FREC.	PROBAB.	VALOR q	FREC.	PROBAB.	VALOR q	FREC.	PROBAB.	VALOR q	FREC.	PROBAB.	VALOR q	FREC.	PROBAB.
.5455	384.	.2177735	.3600	360.	.1312257	.0000	114.	.0326157	.0000	198.	.0361328	.3103	1008.	.1083576
1.6364	336.	.1787109	1.3200	768.	.2564696	.8571	1080.	.2672121	.9231	1776.	.2882482	1.1379	2268.	.2221477
2.7273	648.	.3222656	2.2800	504.	.1622314	1.7143	384.	.0895691	1.8462	648.	.0944010	1.9655	1776.	.1536464
4.9091	408.	.1435547	3.2400	492.	.1387939	2.5714	1272.	.2420655	2.7692	1848.	.2465820	2.7931	1704.	.1367190
6.0000	192.	.0644531	4.2000	648.	.1357422	3.4286	504.	.0808106	3.6923	660.	.0797525	3.6207	1848.	.1368001
7.0909	192.	.0390625	5.1600	180.	.0388184	4.2857	648.	.1037598	4.6154	888.	.1007487	4.4483	924.	.0489705
9.2727	96.	.0205078	6.1200	276.	.0487061	5.1429	228.	.0239258	5.5385	264.	.0214844	5.2759	1104.	.0619304
10.3636	72.	.0068359	7.0800	372.	.0472412	6.0000	1008.	.0919800	6.4615	1056.	.0807290	6.1034	1284.	.0599976
11.4545	48.	.0058594	8.0400	96.	.0102539	6.8571	48.	.0064087	7.3846	54.	.0060221	6.9310	264.	.0122884
13.6364	24.	.0009766	9.0000	204.	.0139160	7.7143	372.	.0267944	8.3077	348.	.0224609	7.7586	660.	.0200399
			9.9600	84.	.0075684	8.5714	192.	.0112915	9.2308	192.	.0091146	8.5862	624.	.0176595
			10.9200	24.	.0029297	9.4286	216.	.0079956	10.1538	144.	.0050456	9.4138	192.	.0064290
			11.8800	84.	.0032959	10.2857	132.	.0046387	11.0769	72.	.0029297	10.2414	324.	.0063883
			12.8400	60.	.0018311	11.1429	288.	.0077515	12.0000	168.	.0050456	11.0690	264.	.0039673
			13.8000	24.	.0007324	12.8571	48.	.0015259	13.8462	48.	.0009766	11.8966	72.	.0013021
			15.7200	24.	.0002441	13.7143	36.	.0003357	14.7692	12.	.0001628	12.7241	84.	.0009969
						14.5714	60.	.0006714	15.6923	24.	.0001628	13.5517	132.	.0014242
						15.4286	39.	.0002518				14.3793	84.	.0005697
						16.2857	27.	.0003357				15.2069	24.	.0001628
						18.0000	24.	.0000610				16.0345	24.	.0001221
												16.8621	12.	.0000407
												17.6897	24.	.0000407

TABLA 3: DISTRIBUCION NULA EXACTA DEL ESTADISTICO Q PARA CUATRO TRATAMIENTOS

N1= 3,N2= 2,N3= 5			N1= 3,N2= 3,N3= 3			N1= 3,N2= 3,N3= 4			N1= 3,N2= 3,N3= 5			N1= 3,N2= 4,N3= 3		
VALOR q	FREC.	PROBAB.	VALOR q	FREC.	PROBAB.	VALOR q	FREC.	PROBAB.	VALOR q	FREC.	PROBAB.	VALOR q	FREC.	PROBAB.
.3750	1824.	.1368050	.4000	2184.	.1481120	.2727	2148.	.0912034	.0000	739.	.0227909	.0000	720.	.0246853
1.1250	1944.	.1294148	1.2000	2232.	.1371799	1.0000	5160.	.1966456	.6667	7368.	.2015268	.7059	6948.	.2147600
1.8750	4536.	.2737013	2.0000	5184.	.2845865	1.7273	4032.	.1392114	1.3333	3000.	.0739662	1.4118	2832.	.0776999
3.3750	3648.	.1682077	3.6000	3720.	.1664771	2.4545	4320.	.1329892	2.0000	9924.	.2164310	2.1176	8904.	.2228690
4.1250	2220.	.0931092	4.4000	2232.	.0905761	3.1818	5184.	.1422733	2.6667	4032.	.0788828	2.8235	3540.	.0797521
4.8750	1848.	.0646771	5.2000	1632.	.0609537	3.9091	1860.	.0478616	3.3333	6408.	.1145340	3.5294	5808.	.1146712
6.3750	2208.	.0601807	6.8000	1920.	.0537109	4.6364	3012.	.0689561	4.0000	1876.	.0276083	4.2353	1440.	.0265572
7.1250	1056.	.0208842	7.6000	720.	.0174967	5.3636	3708.	.0730080	4.6667	8904.	.1193694	4.9412	6816.	.1133054
7.8750	1416.	.0275778	8.4000	1056.	.0231120	6.0909	1116.	.0175069	5.3333	768.	.0106854	5.6471	768.	.0103443
9.3750	576.	.0076396	10.0000	360.	.0060221	6.8182	1864.	.0271030	6.0000	4128.	.0458546	6.3529	3216.	.0424531
10.1250	348.	.0051066	10.8000	272.	.0039334	7.5455	1476.	.0220947	6.6667	2232.	.0217438	7.0588	1632.	.0196942
10.8750	864.	.0079142	11.6000	480.	.0052083	8.2727	888.	.0109863	7.3333	2172.	.0153249	7.7647	1296.	.0126683
12.3750	360.	.0022024	13.2000	144.	.0013021	9.0000	1140.	.0108439	8.0000	1632.	.0107981	8.4706	1032.	.0088976
13.1250	264.	.0013835	14.0000	144.	.0008138	9.7273	888.	.0073547	8.6667	3552.	.0226900	9.1765	2328.	.0189482
13.8750	24.	.0003052	14.8000	24.	.0002441	10.4545	528.	.0035604	10.0000	1416.	.0072903	10.5882	1056.	.0059137
15.3750	192.	.0005849	16.4000	72.	.0002441	11.1818	216.	.0017802	10.6667	360.	.0012639	11.2941	156.	.0009223
16.1250	36.	.0000916	18.0000	24.	.0000271	11.9091	576.	.0033163	11.3333	1164.	.0033959	12.0000	552.	.0022425
16.8750	96.	.0001628				12.6364	240.	.0011597	12.0000	528.	.0014191	12.7059	192.	.0008952
18.3750	24.	.0000305				13.3636	232.	.0007222	12.6667	864.	.0023041	13.4118	480.	.0015191
19.1250	12.	.0000102				14.0909	216.	.0006917	13.3333	192.	.0005171	14.1176	192.	.0003979
19.8750	24.	.0000102				14.8182	36.	.0001017	14.0000	456.	.0006934	14.8235	144.	.0003798
						15.5455	156.	.0003526	14.6667	132.	.0002238	15.5294	72.	.0001356
						16.2727	96.	.0001831	15.3333	264.	.0002967	16.2353	144.	.0001718
						17.0000	12.	.0000203	16.0000	44.	.0000358	17.6471	36.	.0000543
						17.7273	24.	.0000271	16.6667	204.	.0001831	18.3529	24.	.0000181
						18.4545	48.	.0000407	17.3333	72.	.0000390	19.0588	48.	.0000271
						19.9091	24.	.0000068	18.0000	120.	.0000831	20.4706	24.	.0000045
									18.6667	73.	.0000259			
									19.3333	24.	.0000085			
									20.6667	48.	.0000102			
									22.0000	24.	.0000017			

TABLA 3: DISTRIBUCION NULA EXACTA DEL ESTADISTICO Q PARA CUATRO TRATAMIENTOS

N1= 3,N2= 4,N3= 4			N1= 3,N2= 4,N3= 5			N1= 3,N2= 5,N3= 3			N1= 3,N2= 5,N3= 4			N1= 3,N2= 5,N3= 5		
VALOR Q	FREC.	PROBAB.	VALOR Q	FREC.	PROBAB.	VALOR Q	FREC.	PROBAB.	VALOR Q	FREC.	PROBAB.	VALOR Q	FREC.	PROBAB.
.2432	3900.	.0783755	.3000	7584.	.1023070	.3158	6168.	.1092248	.2195	6312.	.0682035	.0000	2172.	.0169159
.8919	9648.	.1740886	.9000	8568.	.1032511	.9474	6792.	.1087358	.8049	16080.	.1562384	.5455	23448.	.1588270
1.5405	7968.	.1293449	1.5000	21600.	.2340129	1.5789	17064.	.2433952	1.3902	13524.	.1182557	1.0909	10116.	.0615841
2.1892	8712.	.1265539	2.7000	19044.	.1653356	2.8421	14424.	.1668345	1.9756	15384.	.1203441	1.6364	34836.	.1902142
2.8378	10512.	.1384241	3.3000	12696.	.0992414	3.4737	9672.	.0990217	2.5610	19368.	.1369901	2.1818	14904.	.0733563
3.4865	4452.	.0519812	3.9000	10512.	.0740074	4.1053	7776.	.0724896	3.1463	7884.	.0503709	2.7273	25704.	.1134184
4.1351	7104.	.0749821	5.1000	14712.	.0818859	5.3684	10656.	.0778170	3.7317	13680.	.0774683	3.2727	7284.	.0287903
4.7838	8436.	.0806039	5.7000	6168.	.0300783	6.0000	3888.	.0276508	4.3171	17064.	.0875420	3.8182	37224.	.1327954
5.4324	2124.	.0188481	6.3000	10056.	.0446700	6.6316	6816.	.0409571	4.9024	4836.	.0222302	4.3636	4044.	.0129256
6.0811	4128.	.0324504	7.5000	4176.	.0150438	7.8947	2736.	.0133507	5.4878	8952.	.0377874	4.9091	20268.	.0585692
6.7297	4944.	.0315139	8.1000	3732.	.0117752	8.5263	2760.	.0103804	6.0732	9420.	.0351843	5.4545	11376.	.0297283
7.3784	2232.	.0144994	8.7000	7344.	.0188955	9.1579	4224.	.0155811	6.6585	5808.	.0185516	6.0000	9804.	.0220354
8.0270	2952.	.0150453	9.9000	3264.	.0065626	10.4211	1752.	.0051495	7.2439	6492.	.0196714	6.5455	8304.	.0168348
8.6757	2280.	.0106925	10.5000	2664.	.0047398	11.0526	1440.	.0036832	7.8293	5352.	.0146215	7.0909	20760.	.0386923
9.3243	1032.	.0045980	11.1000	888.	.0017901	11.6842	888.	.0015718	8.4146	3408.	.0074782	8.1818	10056.	.0147695
9.9730	1092.	.0037978	12.3000	2964.	.0033904	12.9474	1608.	.0024256	9.0000	2556.	.0049967	8.7273	1944.	.0026762
10.6216	2124.	.0063822	12.9000	636.	.0005553	13.5789	240.	.0003097	9.5854	5052.	.0094716	9.2727	7104.	.0079122
11.2703	984.	.0026788	13.5000	1488.	.0012117	14.2105	600.	.0007415	10.1707	2412.	.0038988	9.8182	3732.	.0036941
11.9189	588.	.0013004	14.7000	720.	.0004479	15.4737	336.	.0002705	10.7561	1896.	.0024705	10.3636	7764.	.0067525
12.5676	768.	.0014219	15.3000	420.	.0002812	16.1053	264.	.0001899	11.3415	2328.	.0028006	10.9091	2232.	.0017609
13.2162	156.	.0002814	15.9000	648.	.0002865	16.7368	336.	.0001763	11.9268	360.	.0004700	11.4545	3264.	.0023590
13.8649	552.	.0008613	17.1000	252.	.0000753	18.0000	72.	.0000271	12.5122	2040.	.0019029	12.0000	1632.	.0009200
14.5135	456.	.0005702	17.7000	336.	.0000808	18.6316	144.	.0000347	13.0976	1788.	.0013189	12.5455	2664.	.0013354
15.1622	168.	.0001797	18.3000	216.	.0000455	19.2632	24.	.0000075	13.6829	384.	.0003016	13.0909	348.	.0001344
15.8108	336.	.0002374	19.5000	168.	.0000285	20.5263	48.	.0000105	14.2683	768.	.0004365	13.6364	2904.	.0011642
16.4595	144.	.0001175	20.1000	36.	.0000042	21.7895	48.	.0000045	14.8537	840.	.0003935	14.1818	720.	.0002470
17.1081	72.	.0000475	20.7000	120.	.0000124	23.0526	24.	.0000008	15.4390	264.	.0001366	14.7273	2532.	.0007270
17.7568	108.	.0000441	21.9000	36.	.0000023				16.0244	504.	.0001655	15.2727	960.	.0002336
18.4054	84.	.0000316	22.5000	24.	.0000011				16.6098	384.	.0001388	15.8182	528.	.0001008
19.0541	24.	.0000136	23.1000	24.	.0000008				17.1951	192.	.0000524	16.9091	1128.	.0001752
19.7027	24.	.0000068	24.3000	24.	.0000003				17.7805	276.	.0000575	17.4545	48.	.0000106
20.3514	48.	.0000090							18.3659	300.	.0000482	18.0000	768.	.0000871
21.0000	24.	.0000034							18.9512	144.	.0000239	18.5455	312.	.0000297
22.2973	24.	.0000011							20.1220	108.	.0000089	19.0909	145.	.0000135
									20.7073	72.	.0000043	19.6364	168.	.0000119
									21.2927	36.	.0000036	20.1818	480.	.0000234
									21.8780	24.	.0000023	20.7273	36.	.0000021
									22.4634	36.	.0000015	21.2727	72.	.0000031
									23.0488	24.	.0000008	21.8182	72.	.0000016
									23.6341	24.	.0000006	22.3636	60.	.0000023
									24.8049	24.	.0000002	22.9091	72.	.0000011
												23.4545	72.	.0000016
												24.5455	48.	.0000005
												25.6364	107.	.0001349
												26.7273	24.	.0000000

TABLA 3: DISTRIBUCION NULA EXACTA DEL ESTADISTICO Q PARA CUATRO TRATAMIENTOS

N1= 4, N2= 1, N3= 4			N1= 4, N2= 1, N3= 5			N1= 4, N2= 2, N3= 4			N1= 4, N2= 2, N3= 5			N1= 4, N2= 3, N3= 4		
VALOR Q	FREC.	PROBAB.	VALOR Q	FREC.	PROBAB.	VALOR Q	FREC.	PROBAB.	VALOR Q	FREC.	PROBAB.	VALOR Q	FREC.	PROBAB.
.4286	750.	.1625369	.2903	660.	.0996095	.0000	399.	.0270767	.2571	1920.	.0847782	.3333	4668.	.1175636
1.2857	720.	.1467286	1.0645	1500.	.2098387	.7500	3756.	.2307537	.9429	4548.	.1847637	1.0000	5040.	.1152072
2.1429	1536.	.2941891	1.8387	1080.	.1451415	1.5000	1452.	.0813393	1.6286	3756.	.1352749	1.6667	12288.	.2531082
3.8571	1170.	.1638795	2.6129	1128.	.1347046	2.2500	4536.	.2297367	2.3143	3840.	.1291427	3.0000	10056.	.1680240
4.7143	648.	.0847168	3.3871	1536.	.1420899	3.0000	1776.	.0806070	3.0000	4536.	.1389875	3.6667	6408.	.0973445
5.5714	648.	.0568848	4.1613	504.	.0467682	3.7500	2592.	.1110836	3.6857	2268.	.0519994	4.3333	5184.	.0704192
7.2857	552.	.0450440	4.9355	828.	.0642090	4.5000	816.	.0261434	4.3714	3072.	.0720242	5.6667	6792.	.0721825
8.1429	360.	.0158692	5.7097	1152.	.0675049	5.2500	3696.	.1078280	5.0571	3816.	.0762637	6.3333	2952.	.0258890
9.0000	384.	.0183105	6.4839	324.	.0159149	6.0000	222.	.0087687	5.7429	924.	.0174713	7.0000	4464.	.0366310
10.7143	198.	.0045166	7.2581	708.	.0245972	6.7500	1548.	.0371196	6.4286	2256.	.0300853	8.3333	1854.	.0114238
11.5714	48.	.0021973	8.0323	456.	.0183105	7.5000	888.	.0168152	7.1143	2292.	.0281118	9.0000	1352.	.0083279
12.4286	168.	.0036621	8.8065	192.	.0080872	8.2500	792.	.0115560	7.8000	888.	.0119145	9.6667	2952.	.0130836
14.1429	96.	.0009155	9.5806	456.	.0092087	9.0000	528.	.0076091	8.4857	1500.	.0131276	11.0000	1248.	.0041860
15.0000	48.	.0004883	10.3548	372.	.0059738	9.7500	1248.	.0148519	9.1714	1284.	.0090471	11.6667	1056.	.0028822
17.5714	24.	.0000610	11.1290	192.	.0027771	11.2500	384.	.0040690	9.8571	528.	.0037893	12.3333	192.	.0009155
			11.9032	48.	.0010681	12.0000	156.	.0007629	10.5429	492.	.0029106	13.6667	936.	.0016683
			12.6774	252.	.0021973	12.7500	336.	.0017293	11.2286	984.	.0048065	14.3333	144.	.0002441
			13.4516	84.	.0007629	13.5000	150.	.0006307	11.9143	624.	.0020955	15.0000	480.	.0005307
			14.2258	36.	.0003967	14.2500	168.	.0008952	12.6000	216.	.0008901	16.3333	150.	.0001577
			15.0000	96.	.0004883	15.0000	30.	.0001755	13.2857	336.	.0010351	17.0000	96.	.0000916
			15.7742	36.	.0000839	15.7500	144.	.0002848	13.9714	156.	.0002289	17.6667	168.	.0000916
			16.5484	72.	.0001907	16.5000	24.	.0000610	14.6571	312.	.0005455	19.0000	24.	.0000102
			17.3226	24.	.0000610	17.2500	48.	.0000814	15.3429	168.	.0003306	19.6667	48.	.0000136
			19.6452	24.	.0000153	18.7500	12.	.0000102	16.0286	84.	.0001055	20.3333	24.	.0000051
						19.5000	24.	.0000102	16.7143	96.	.0001322	21.6667	24.	.0000017
									17.4000	96.	.0000687			
									18.0857	72.	.0000356			
									18.7714	36.	.0000203			
									19.4571	24.	.0000102			
									20.8286	12.	.0000025			
									21.5143	24.	.0000025			

TABLA 3: DISTRIBUCION NULA EXACTA DEL ESTADISTICO Q PARA CUATRO TRATAMIENTOS

N1= 4, N2= 3, N3= 5			N1= 4, N2= 4, N3= 4			N1= 4, N2= 4, N3= 5			N1= 4, N2= 5, N3= 4			N1= 4, N2= 5, N3= 5		
VALOR Q	FREC.	PROBAB.	VALOR Q	FREC.	PROBAB.	VALOR Q	FREC.	PROBAB.	VALOR Q	FREC.	PROBAB.	VALOR Q	FREC.	PROBAB.
.2308	4248.	.0731826	.0000	1514.	.0194125	.2093	7992.	.0641368	.2727	14256.	.0902137	.1915	13368.	.0567556
.8462	10620.	.1652594	.6000	15804.	.1781658	.7674	20424.	.1481460	.8182	16272.	.0932319	.7021	34992.	.1342013
1.4615	8700.	.1232900	1.2000	6660.	.0673658	1.3256	17508.	.1143865	1.3636	42048.	.2165615	1.2128	30300.	.1051655
2.0769	9708.	.1234227	1.8000	22104.	.2030305	1.8837	19752.	.1166802	2.4545	38286.	.1609581	1.7234	35340.	.1104347
2.6923	12288.	.1388387	2.4000	9216.	.0763339	2.4419	24912.	.1335539	3.0000	26280.	.0992434	2.2340	46056.	.1301046
3.3077	4764.	.0503114	3.0000	15456.	.1147223	3.0000	11052.	.0519895	3.5455	22176.	.0760416	2.7447	19452.	.0500615
3.9231	8016.	.0755911	3.6000	4248.	.0284424	3.5581	18144.	.0785129	4.6364	32304.	.0890706	3.2553	34296.	.0791113
4.5385	10440.	.0846123	4.2000	21024.	.1275366	4.1163	22752.	.0889651	5.1818	13224.	.0336658	3.7660	44628.	.0928193
5.1538	3204.	.0212674	4.8000	2202.	.0119624	4.6744	6108.	.0221059	5.7273	22752.	.0516334	4.2766	13140.	.0243672
5.7692	5944.	.0357348	5.4000	10668.	.0529639	5.2326	12636.	.0397311	6.8182	9978.	.0185753	4.7872	25644.	.0435222
6.3846	5256.	.0320765	6.0000	5808.	.0261128	5.7907	14916.	.0397106	7.3636	9480.	.0150427	5.2979	27384.	.0425182
7.0000	3072.	.0162519	6.6000	5256.	.0188464	6.3488	7128.	.0193605	7.9091	17520.	.0248882	5.8085	16536.	.0227089
7.6154	4452.	.0178002	7.2000	4248.	.0139230	6.9070	10236.	.0217585	9.0000	8136.	.0093140	6.3191	21084.	.0258365
8.2308	3708.	.0129270	7.8000	9888.	.0308960	7.4651	8436.	.0163188	9.5455	6816.	.0070076	6.8298	17988.	.0199849
8.8462	2232.	.0065401	9.0000	4464.	.0109729	8.0233	4248.	.0077537	10.0909	3072.	.0028007	7.3404	11376.	.0105423
9.4615	1140.	.0040264	9.6000	984.	.0019636	8.5814	4164.	.0063199	11.1818	8472.	.0056907	7.8511	8520.	.0075856
10.0769	3036.	.0076819	10.2000	3336.	.0054955	9.1395	8604.	.0114734	11.7273	1704.	.0009560	8.3617	18372.	.0149020
10.6923	1476.	.0031645	10.8000	1518.	.0024414	9.6977	4524.	.0051810	12.2727	4224.	.0022192	8.8723	9420.	.0066412
11.3077	1120.	.0019194	11.4000	2952.	.0042736	10.2558	2592.	.0027799	13.3636	2286.	.0009131	9.3830	6984.	.0042026
11.9231	1560.	.0022782	12.0000	888.	.0010653	10.8140	3936.	.0034544	13.9091	1608.	.0006209	9.8936	10104.	.0052977
12.5385	360.	.0003863	12.6000	1440.	.0014242	11.3721	984.	.0006904	14.4545	2328.	.0006638	10.4043	1944.	.0009666
13.1538	1248.	.0013934	13.2000	528.	.0005109	11.9302	3240.	.0023527	15.5455	888.	.0001916	10.9149	9012.	.0038803
13.7692	840.	.0009007	13.8000	1056.	.0007234	12.4884	2772.	.0017184	16.0909	1296.	.0002232	11.4255	7752.	.0028728
14.3846	216.	.0001994	14.4000	120.	.0000602	13.0465	1092.	.0005520	16.6364	792.	.0001337	11.9362	2136.	.0007754
15.0000	336.	.0002840	15.0000	828.	.0005244	13.6047	1920.	.0007944	17.7273	792.	.0001055	12.4468	3936.	.0011831
15.6154	504.	.0002649	15.6000	312.	.0001209	14.1628	1248.	.0004979	18.2727	144.	.0000156	12.9574	4200.	.0010162
16.2308	264.	.0001079	16.2000	672.	.0002984	14.7209	900.	.0002639	18.8182	672.	.0000552	13.4681	2316.	.0004893
16.8462	300.	.0001085	16.8000	288.	.0000904	15.2791	912.	.0002481	19.9091	264.	.0000130	13.9787	3000.	.0005361
17.4615	228.	.0000822	17.4000	192.	.0000396	15.8372	864.	.0002140	20.4545	144.	.0000075	14.4894	2772.	.0004919
18.0769	24.	.0000170	18.6000	288.	.0000588	16.3953	192.	.0000692	21.0000	144.	.0000058	15.0000	888.	.0001585
18.6923	120.	.0000318	19.2000	43.	.0001698	16.9535	456.	.0000862	22.0909	150.	.0000032	15.5106	1920.	.0002359
19.3077	132.	.0000246	19.8000	168.	.0000203	17.5116	816.	.0001123	22.6364	24.	.0000011	16.0213	2328.	.0002451
19.9231	96.	.0000123	20.4000	45.	.0000187	18.0698	336.	.0000422	23.1818	48.	.0000012	16.5319	1248.	.0001171
21.1538	36.	.0000034	21.6000	36.	.0000025	18.6279	144.	.0000161	24.2727	48.	.0000005	17.0426	240.	.0000238
21.7692	24.	.0000017	22.2000	72.	.0000034	19.1860	372.	.0000271	24.8182	48.	.0000004	17.5532	1032.	.0000662
22.3846	24.	.0000013	24.0000	24.	.0000003	19.7442	72.	.0000057	26.4545	24.	.0000000	18.0638	708.	.0000342
23.6154	24.	.0000004				20.3023	84.	.0000065				18.5745	528.	.0000317
						20.8605	168.	.0000102				19.0851	720.	.0000381
						21.4186	84.	.0000031				19.5957	408.	.0000130
						21.9767	96.	.0000031				20.1064	480.	.0000155
						22.5349	24.	.0000007				20.6170	264.	.0000069
						23.6512	48.	.0000008				21.1277	144.	.0000028
						24.2093	48.	.0000006				21.6383	264.	.0000039
						25.8837	24.	.0000001				22.1489	180.	.0000029
												22.6596	72.	.0000009
												23.1702	84.	.0000011
												23.6809	96.	.0000009
												24.1915	84.	.0000005
												24.7021	24.	.0000002
												25.2128	48.	.0000002
												26.2340	60.	.0000002
												26.7447	24.	.0000000
												28.2766	24.	.0000000

TABLA 3: DISTRIBUCION NULA EXACTA DEL ESTADISTICO Q PARA CUATRO TRATAMIENTOS

N1= 5,N2= 1,N3= 5			N1= 5,N2= 2,N3= 5			N1= 5,N2= 3,N3= 5			N1= 5,N2= 4,N3= 5			N1= 5,N2= 5,N3= 5		
VALOR Q	FREC.	PROBAB.	VALOR Q	FREC.	PROBAB.	VALOR Q	FREC.	PROBAB.	VALOR Q	FREC.	PROBAB.	VALOR Q	FREC.	PROBAB.
.3529	1296.	.1271668	.0000	702.	.0211935	.2857	8592.	.0962039	.0000	2882.	.0160093	.2400	27816.	.0761218
1.0588	1320.	.1223756	.6316	6852.	.1897851	.8571	9624.	.0982383	.5217	30420.	.1507856	.7200	32568.	.0809684
1.7647	3000.	.2629087	1.2632	2760.	.0704804	1.4286	24288.	.2251007	1.0435	13152.	.0589703	1.2000	86064.	.1935336
3.1765	2544.	.1685331	1.8947	9096.	.2098539	2.5714	21624.	.1633263	1.5652	45240.	.1842795	2.1600	82752.	.1529112
3.8824	1536.	.0947190	2.5263	3756.	.0777719	3.1429	14376.	.0990257	2.0870	19500.	.0718397	2.6400	58080.	.0971496
4.5882	1536.	.0679969	3.1579	5808.	.1138087	3.7143	12288.	.0751581	2.6087	33480.	.1118119	3.1200	50712.	.0769472
6.0000	1656.	.0656890	3.7895	1872.	.0283559	4.8571	17496.	.0852774	3.1304	9720.	.0289479	4.0800	77784.	.0961999
6.7059	1008.	.0242424	4.4211	9072.	.1243769	5.4286	8064.	.0323150	3.6522	49824.	.1347792	4.5600	33792.	.0378500
7.4118	1296.	.0320817	5.0526	6468.	.0109355	6.0000	12816.	.0481415	4.1739	5184.	.0130259	5.0400	58800.	.0597872
8.8235	696.	.0096130	5.6842	4368.	.0490121	7.1429	5952.	.0168070	4.6957	27072.	.0604452	6.0000	27696.	.0230965
9.5294	312.	.0062561	6.3158	2592.	.0237655	7.7143	4592.	.0131017	5.2174	15456.	.0310843	6.4800	25992.	.0193244
10.2353	912.	.0107384	6.9474	2448.	.0177097	8.2857	10512.	.0221757	5.7391	14592.	.0238375	6.9600	52248.	.0337652
11.6471	552.	.0033569	7.5789	1848.	.0126012	9.4286	5184.	.0080993	6.2609	12216.	.0183199	7.9200	26400.	.0137147
12.3529	384.	.0021744	8.2105	4584.	.0266420	10.0000	4464.	.0059451	6.7826	29832.	.0421880	8.4000	22752.	.0107077
13.0588	24.	.0003815	9.4737	1776.	.0087929	10.5714	888.	.0020213	7.8261	14256.	.0164002	8.8800	8808.	.0042499
14.4706	312.	.0010529	10.1053	660.	.0017141	11.7143	4800.	.0044981	8.3478	3540.	.0031401	9.8400	30264.	.0099492
15.1765	72.	.0001907	10.7368	1680.	.0046451	12.2857	1032.	.0008074	8.8696	12072.	.0094186	10.3200	6936.	.0018587
15.8824	168.	.0003624	11.3684	840.	.0019836	12.8571	2952.	.0017801	9.3913	6024.	.0044366	10.8000	17520.	.0043857
17.2941	48.	.0000763	12.0000	1248.	.0031789	14.0000	1104.	.0006570	9.9130	11568.	.0080653	11.7600	9264.	.0019572
18.0000	72.	.0000420	12.6316	192.	.0006676	14.5714	912.	.0004138	10.4348	3072.	.0020413	12.2400	6960.	.0013570
18.7059	48.	.0000381	13.2632	1056.	.0011597	15.1429	1248.	.0004511	10.9565	6816.	.0030806	12.7200	9888.	.0015506
21.5294	24.	.0000038	13.8947	192.	.0003306	16.2857	432.	.0001282	11.4783	2232.	.0011423	13.6800	4776.	.0005600
			14.5263	384.	.0004768	16.8571	624.	.0001421	12.0000	4464.	.0017223	14.1600	6504.	.0006582
			15.1579	48.	.0000509	17.4286	600.	.0001012	12.5217	720.	.0001960	14.6400	5376.	.0004744
			15.7895	468.	.0003421	18.5714	504.	.0000598	13.0435	5280.	.0015917	15.6000	5112.	.0003786
			16.4211	192.	.0000839	19.1429	72.	.0000095	13.5652	1632.	.0003590	16.0800	1032.	.0000677
			17.0526	264.	.0001596	19.7143	192.	.0000244	14.0870	4104.	.0010071	16.5600	3840.	.0002172
			17.6842	144.	.0000636	20.8571	96.	.0000065	14.6087	2064.	.0003671	17.5200	1608.	.0000607
			18.3158	30.	.0000168	21.4286	144.	.0000049	15.1304	888.	.0001411	18.0000	1608.	.0000480
			19.5789	192.	.0000343	22.0000	48.	.0000021	16.1739	2496.	.0002934	18.4800	1776.	.0000537
			20.8421	48.	.0000064	23.1429	48.	.0000011	16.6957	106.	.0000367	19.4400	1584.	.0000324
			22.7368	12.	.0000006	24.2857	24.	.0000003	17.2174	1608.	.0001419	19.9200	672.	.0000159
			23.3684	24.	.0000006	25.4286	24.	.0000001	17.7391	432.	.0000466	20.4000	504.	.0000097
									18.2609	480.	.0000298	21.3600	1080.	.0000126
									18.7826	348.	.0000209	21.8400	384.	.0000038
									19.3043	984.	.0000458	22.3200	288.	.0000020
									19.8261	144.	.0000059	23.2800	192.	.0000007
									20.3478	288.	.0000083	23.7600	144.	.0000008
									20.8696	192.	.0000036	24.2400	312.	.0000014
									21.3913	96.	.0000037	25.2000	48.	.0000003
									21.9130	144.	.0000028	25.6800	144.	.0000002
									22.4348	192.	.0000040	26.1600	24.	.0000001
									23.4783	168.	.0000015	27.1200	72.	.0000001
									24.5217	48.	.0000004	28.0800	72.	.0000000
									25.5652	60.	.0000002	30.0000	24.	.0000000
									26.0870	24.	.0000001			
									27.6522	24.	.0000000			

TABLA 4: VALORES CRITICOS DEL ESTADISTICO Q PARA CUATRO TRATAMIENTOS

N1= 1,N2= 1,N3= 1	Q(0.1)= 6.00000 P(0.1)= .00000	Q(0.05)= 6.00000 P(0.05)= .00000	Q(0.01)= 6.00000 P(0.01)= .00000
N1= 1,N2= 1,N3= 2	Q(0.1)= 6.23077 P(0.1)= .06250	Q(0.05)= 6.23077 P(0.05)= .06250	Q(0.01)= 8.07692 P(0.01)= .00000
N1= 1,N2= 1,N3= 3	Q(0.1)= 6.00000 P(0.1)= .07617	Q(0.05)= 7.50000 P(0.05)= .02930	Q(0.01)= 9.00000 P(0.01)= .01563
N1= 1,N2= 1,N3= 4	Q(0.1)= 5.52632 P(0.1)= .09570	Q(0.05)= 6.78947 P(0.05)= .05078	Q(0.01)= 9.31579 P(0.01)= .00586
N1= 1,N2= 1,N3= 5	Q(0.1)= 6.00000 P(0.1)= .06934	Q(0.05)= 7.09091 P(0.05)= .03516	Q(0.01)= 9.27273 P(0.01)= .01172
N1= 1,N2= 2,N3= 1	Q(0.1)= 5.14286 P(0.1)= .08333	Q(0.05)= 6.85714 P(0.05)= .04167	Q(0.01)= 8.57143 P(0.01)= .00000
N1= 1,N2= 2,N3= 2	Q(0.1)= 4.76471 P(0.1)= .14063	Q(0.05)= 6.17647 P(0.05)= .05729	Q(0.01)= 9.00000 P(0.01)= .01042
N1= 1,N2= 2,N3= 3	Q(0.1)= 5.40000 P(0.1)= .10547	Q(0.05)= 6.60000 P(0.05)= .04818	Q(0.01)=10.20000 P(0.01)= .00521
N1= 1,N2= 2,N3= 4	Q(0.1)= 5.60870 P(0.1)= .10905	Q(0.05)= 6.65217 P(0.05)= .06771	Q(0.01)= 9.78261 P(0.01)= .00749
N1= 1,N2= 2,N3= 5	Q(0.1)= 5.53846 P(0.1)= .13131	Q(0.05)= 6.46154 P(0.05)= .05237	Q(0.01)=10.15385 P(0.01)= .01021
N1= 1,N2= 3,N3= 1	Q(0.1)= 6.00000 P(0.1)= .07639	Q(0.05)= 7.33333 P(0.05)= .02778	Q(0.01)= 8.66667 P(0.01)= .00694
N1= 1,N2= 3,N3= 2	Q(0.1)= 5.00000 P(0.1)= .10851	Q(0.05)= 7.28571 P(0.05)= .04427	Q(0.01)= 9.57143 P(0.01)= .00868
N1= 1,N2= 3,N3= 3	Q(0.1)= 6.00000 P(0.1)= .10384	Q(0.05)= 7.00000 P(0.05)= .03743	Q(0.01)=10.00000 P(0.01)= .00727
N1= 1,N2= 3,N3= 4	Q(0.1)= 5.66667 P(0.1)= .10417	Q(0.05)= 6.55556 P(0.05)= .05246	Q(0.01)=10.11111 P(0.01)= .00825
N1= 1,N2= 3,N3= 5	Q(0.1)= 5.20000 P(0.1)= .11164	Q(0.05)= 6.80000 P(0.05)= .05703	Q(0.01)=10.80000 P(0.01)= .00807
N1= 1,N2= 4,N3= 1	Q(0.1)= 5.45455 P(0.1)= .09028	Q(0.05)= 7.63636 P(0.05)= .02546	Q(0.01)= 9.81818 P(0.01)= .00579
N1= 1,N2= 4,N3= 2	Q(0.1)= 6.12000 P(0.1)= .08319	Q(0.05)= 7.08000 P(0.05)= .03747	Q(0.01)= 9.96000 P(0.01)= .00796
N1= 1,N2= 4,N3= 3	Q(0.1)= 5.57143 P(0.1)= .09024	Q(0.05)= 7.28571 P(0.05)= .04304	Q(0.01)= 9.00000 P(0.01)= .01136
N1= 1,N2= 4,N3= 4	Q(0.1)= 5.70968 P(0.1)= .08906	Q(0.05)= 7.25806 P(0.05)= .04767	Q(0.01)=10.35484 P(0.01)= .00808
N1= 1,N2= 4,N3= 5	Q(0.1)= 5.64706 P(0.1)= .11509	Q(0.05)= 7.05882 P(0.05)= .05313	Q(0.01)=10.58823 P(0.01)= .00713
N1= 1,N2= 5,N3= 1	Q(0.1)= 5.07692 P(0.1)= .12037	Q(0.05)= 6.00000 P(0.05)= .06925	Q(0.01)= 9.69231 P(0.01)= .00637
N1= 1,N2= 5,N3= 2	Q(0.1)= 6.10345 P(0.1)= .07048	Q(0.05)= 6.93103 P(0.05)= .05638	Q(0.01)=10.24138 P(0.01)= .00810
N1= 1,N2= 5,N3= 3	Q(0.1)= 6.00000 P(0.1)= .09661	Q(0.05)= 6.75000 P(0.05)= .05775	Q(0.01)= 9.75000 P(0.01)= .00839
N1= 1,N2= 5,N3= 4	Q(0.1)= 5.74286 P(0.1)= .10936	Q(0.05)= 7.11429 P(0.05)= .04961	Q(0.01)=10.54286 P(0.01)= .01020
N1= 1,N2= 5,N3= 5	Q(0.1)= 6.00000 P(0.1)= .09450	Q(0.05)= 6.63158 P(0.05)= .05366	Q(0.01)=10.42105 P(0.01)= .00943
N1= 2,N2= 1,N3= 2	Q(0.1)= 3.75000 P(0.1)= .14063	Q(0.05)= 6.75000 P(0.05)= .04688	Q(0.01)= 8.25000 P(0.01)= .01563
N1= 2,N2= 1,N3= 3	Q(0.1)= 5.52632 P(0.1)= .07813	Q(0.05)= 6.78947 P(0.05)= .05469	Q(0.01)= 9.31579 P(0.01)= .00781
N1= 2,N2= 1,N3= 4	Q(0.1)= 5.45455 P(0.1)= .09961	Q(0.05)= 7.63636 P(0.05)= .02441	Q(0.01)= 9.81818 P(0.01)= .01025
N1= 2,N2= 1,N3= 5	Q(0.1)= 6.12000 P(0.1)= .08167	Q(0.05)= 7.08000 P(0.05)= .03894	Q(0.01)= 9.96000 P(0.01)= .00732
N1= 2,N2= 2,N3= 2	Q(0.1)= 6.00000 P(0.1)= .06966	Q(0.05)= 7.20000 P(0.05)= .05664	Q(0.01)= 9.60000 P(0.01)= .01042
N1= 2,N2= 2,N3= 3	Q(0.1)= 5.60870 P(0.1)= .10742	Q(0.05)= 6.65217 P(0.05)= .06250	Q(0.01)= 9.78261 P(0.01)= .01107
N1= 2,N2= 2,N3= 4	Q(0.1)= 5.07692 P(0.1)= .12109	Q(0.05)= 7.84615 P(0.05)= .03206	Q(0.01)= 9.69231 P(0.01)= .00675
N1= 2,N2= 2,N3= 5	Q(0.1)= 6.10345 P(0.1)= .07214	Q(0.05)= 6.93103 P(0.05)= .05597	Q(0.01)=10.24138 P(0.01)= .00926
N1= 2,N2= 3,N3= 2	Q(0.1)= 5.50000 P(0.1)= .09549	Q(0.05)= 6.50000 P(0.05)= .05078	Q(0.01)= 9.50000 P(0.01)= .01259
N1= 2,N2= 3,N3= 3	Q(0.1)= 5.66667 P(0.1)= .10959	Q(0.05)= 6.55556 P(0.05)= .05474	Q(0.01)=10.11111 P(0.01)= .00928
N1= 2,N2= 3,N3= 4	Q(0.1)= 5.60000 P(0.1)= .08836	Q(0.05)= 7.20000 P(0.05)= .04683	Q(0.01)=10.40000 P(0.01)= .00671
N1= 2,N2= 3,N3= 5	Q(0.1)= 5.36364 P(0.1)= .10657	Q(0.05)= 7.54545 P(0.05)= .03878	Q(0.01)=10.45455 P(0.01)= .00986
N1= 2,N2= 4,N3= 2	Q(0.1)= 6.00000 P(0.1)= .07122	Q(0.05)= 6.85714 P(0.05)= .06304	Q(0.01)=10.28571 P(0.01)= .01233
N1= 2,N2= 4,N3= 3	Q(0.1)= 5.70968 P(0.1)= .08832	Q(0.05)= 7.25806 P(0.05)= .05153	Q(0.01)=10.35484 P(0.01)= .00757
N1= 2,N2= 4,N3= 4	Q(0.1)= 6.00000 P(0.1)= .08886	Q(0.05)= 6.70588 P(0.05)= .06609	Q(0.01)=10.23529 P(0.01)= .00719
N1= 2,N2= 4,N3= 5	Q(0.1)= 6.08108 P(0.1)= .09136	Q(0.05)= 7.37838 P(0.05)= .04925	Q(0.01)=10.62162 P(0.01)= .00785
N1= 2,N2= 5,N3= 2	Q(0.1)= 6.37500 P(0.1)= .07243	Q(0.05)= 7.12500 P(0.05)= .05290	Q(0.01)=10.12500 P(0.01)= .01133
N1= 2,N2= 5,N3= 3	Q(0.1)= 5.74286 P(0.1)= .10751	Q(0.05)= 7.11429 P(0.05)= .05196	Q(0.01)=10.54286 P(0.01)= .00971
N1= 2,N2= 5,N3= 4	Q(0.1)= 5.68421 P(0.1)= .10438	Q(0.05)= 7.57895 P(0.05)= .05144	Q(0.01)=10.73684 P(0.01)= .00938
N1= 2,N2= 5,N3= 5	Q(0.1)= 6.07317 P(0.1)= .08746	Q(0.05)= 7.24390 P(0.05)= .05049	Q(0.01)=10.17073 P(0.01)= .00999
N1= 3,N2= 1,N3= 3	Q(0.1)= 6.00000 P(0.1)= .07324	Q(0.05)= 7.09091 P(0.05)= .03418	Q(0.01)=10.36364 P(0.01)= .00684
N1= 3,N2= 1,N3= 4	Q(0.1)= 6.12000 P(0.1)= .08801	Q(0.05)= 7.08000 P(0.05)= .04077	Q(0.01)= 9.96000 P(0.01)= .00903
N1= 3,N2= 1,N3= 5	Q(0.1)= 6.00000 P(0.1)= .06806	Q(0.05)= 6.85714 P(0.05)= .06165	Q(0.01)=10.28571 P(0.01)= .01093
N1= 3,N2= 2,N3= 3	Q(0.1)= 5.53846 P(0.1)= .13265	Q(0.05)= 6.46154 P(0.05)= .05192	Q(0.01)=10.15385 P(0.01)= .00928
N1= 3,N2= 2,N3= 4	Q(0.1)= 6.10345 P(0.1)= .07143	Q(0.05)= 6.93103 P(0.05)= .05914	Q(0.01)=10.24138 P(0.01)= .00863
N1= 3,N2= 2,N3= 5	Q(0.1)= 6.37500 P(0.1)= .07390	Q(0.05)= 7.12500 P(0.05)= .05302	Q(0.01)=10.12500 P(0.01)= .01270
N1= 3,N2= 3,N3= 3	Q(0.1)= 5.20000 P(0.1)= .11211	Q(0.05)= 6.80000 P(0.05)= .05840	Q(0.01)=10.00000 P(0.01)= .01177
N1= 3,N2= 3,N3= 4	Q(0.1)= 5.36364 P(0.1)= .10785	Q(0.05)= 7.54545 P(0.05)= .04115	Q(0.01)=10.45455 P(0.01)= .00840
N1= 3,N2= 3,N3= 5	Q(0.1)= 6.00000 P(0.1)= .08835	Q(0.05)= 7.33333 P(0.05)= .05128	Q(0.01)=10.00000 P(0.01)= .01050
N1= 3,N2= 4,N3= 3	Q(0.1)= 5.64706 P(0.1)= .11534	Q(0.05)= 7.05882 P(0.05)= .05320	Q(0.01)= 9.17647 P(0.01)= .01268
N1= 3,N2= 4,N3= 4	Q(0.1)= 6.08108 P(0.1)= .09433	Q(0.05)= 7.37838 P(0.05)= .04832	Q(0.01)=10.62162 P(0.01)= .00781
N1= 3,N2= 4,N3= 5	Q(0.1)= 5.70000 P(0.1)= .10990	Q(0.05)= 7.50000 P(0.05)= .05019	Q(0.01)=10.50000 P(0.01)= .00821
N1= 3,N2= 5,N3= 3	Q(0.1)= 6.00000 P(0.1)= .09487	Q(0.05)= 6.63158 P(0.05)= .05392	Q(0.01)=10.42105 P(0.01)= .00945
N1= 3,N2= 5,N3= 4	Q(0.1)= 6.07317 P(0.1)= .08943	Q(0.05)= 7.24390 P(0.05)= .05121	Q(0.01)=10.17073 P(0.01)= .01074
N1= 3,N2= 5,N3= 5	Q(0.1)= 6.00000 P(0.1)= .10081	Q(0.05)= 7.09091 P(0.05)= .04529	Q(0.01)=10.36364 P(0.01)= .00948

TABLA 4: VALORES CRITICOS DEL ESTADISTICO Q PARA CUATRO TRATAMIENTOS

N1= 4, N2= 1, N3= 4	Q(0.1)= 5.57143	P(0.1)= .09106	Q(0.05)= 7.28571	P(0.05)= .04602	Q(0.01)= 9.00000	P(0.01)= .01184
N1= 4, N2= 1, N3= 5	Q(0.1)= 5.70968	P(0.1)= .09013	Q(0.05)= 7.25806	P(0.05)= .04962	Q(0.01)=10.35484	P(0.01)= .00804
N1= 4, N2= 2, N3= 4	Q(0.1)= 6.00000	P(0.1)= .09666	Q(0.05)= 7.50000	P(0.05)= .04273	Q(0.01)= 9.75000	P(0.01)= .00871
N1= 4, N2= 2, N3= 5	Q(0.1)= 5.74286	P(0.1)= .10930	Q(0.05)= 7.11429	P(0.05)= .05110	Q(0.01)=10.54286	P(0.01)= .01031
N1= 4, N2= 3, N3= 4	Q(0.1)= 5.66667	P(0.1)= .10615	Q(0.05)= 7.00000	P(0.05)= .04363	Q(0.01)= 9.66667	P(0.01)= .01080
N1= 4, N2= 3, N3= 5	Q(0.1)= 5.76923	P(0.1)= .10849	Q(0.05)= 7.61538	P(0.05)= .04236	Q(0.01)=10.07692	P(0.01)= .01118
N1= 4, N2= 4, N3= 4	Q(0.1)= 6.00000	P(0.1)= .09394	Q(0.05)= 7.20000	P(0.05)= .06117	Q(0.01)=10.80000	P(0.01)= .00941
N1= 4, N2= 4, N3= 5	Q(0.1)= 5.79070	P(0.1)= .10212	Q(0.05)= 7.46512	P(0.05)= .04468	Q(0.01)=10.25581	P(0.01)= .01117
N1= 4, N2= 5, N3= 4	Q(0.1)= 5.72727	P(0.1)= .08945	Q(0.05)= 7.36364	P(0.05)= .05583	Q(0.01)=10.09091	P(0.01)= .01182
N1= 4, N2= 5, N3= 5	Q(0.1)= 5.80851	P(0.1)= .10820	Q(0.05)= 7.34043	P(0.05)= .05184	Q(0.01)=10.91489	P(0.01)= .00836
N1= 5, N2= 1, N3= 5	Q(0.1)= 6.00000	P(0.1)= .09061	Q(0.05)= 7.41176	P(0.05)= .03429	Q(0.01)=10.23529	P(0.01)= .00768
N1= 5, N2= 2, N3= 5	Q(0.1)= 5.68421	P(0.1)= .10443	Q(0.05)= 7.57895	P(0.05)= .05035	Q(0.01)=10.73684	P(0.01)= .00856
N1= 5, N2= 3, N3= 5	Q(0.1)= 6.00000	P(0.1)= .07724	Q(0.05)= 7.71429	P(0.05)= .04733	Q(0.01)=10.57143	P(0.01)= .00909
N1= 5, N2= 4, N3= 5	Q(0.1)= 6.26087	P(0.1)= .09594	Q(0.05)= 6.78261	P(0.05)= .05376	Q(0.01)=10.43478	P(0.01)= .01025
N1= 5, N2= 5, N3= 5	Q(0.1)= 6.00000	P(0.1)= .10542	Q(0.05)= 6.96000	P(0.05)= .05233	Q(0.01)=10.32000	P(0.01)= .01185

TABLA 5: DISTRIBUCION NULA EXACTA DEL ESTADISTICO Q PARA CINCO TRATAMIENTOS

N1=1,N2= 1,N3= 1,N4= 1			N1= 1,N2= 2,N3= 1,N4= 1			N1= 1,N2= 2,N3= 1,N4= 2			N1= 1,N2= 2,N3= 2,N4= 1			N1= 2,N2= 1,N3= 1,N4= 1		
VALOR Q	FREC.	PROBAB.	VALOR Q	FREC.	PROBAB.	VALOR Q	FREC.	PROBAB.	VALOR Q	FREC.	PROBAB.	VALOR Q	FREC.	PROBAB.
.0000	110.	.0440000	.9231	2420.	.1868011	.5333	3070.	.0844798	.0000	1265.	.0186801	.6667	850.	.1224004
2.0000	980.	.3920043	2.4615	3110.	.2384034	1.8667	10740.	.2848692	1.2500	15020.	.2180097	2.3333	2490.	.3552003
4.0000	630.	.2520020	4.0000	4080.	.2951967	3.2000	6020.	.1547142	2.5000	13530.	.1900852	4.0000	1370.	.1767990
6.0000	480.	.1920010	5.5385	1110.	.0815996	4.5333	9300.	.2251081	3.7500	15360.	.2102488	5.6667	1560.	.2063986
8.0000	180.	.0719999	7.0769	1710.	.1163988	5.8667	4080.	.0902382	5.0000	9240.	.1192718	7.3333	480.	.0624002
10.0000	120.	.0480000	8.6154	720.	.0456001	7.2000	3180.	.0731997	6.2500	10920.	.1324745	9.0000	450.	.0480001
			10.1538	360.	.0240001	8.5333	1980.	.0393601	7.5000	1440.	.0192001	10.6667	180.	.0192000
			11.6923	120.	.0072000	9.8667	1740.	.0316802	8.7500	4620.	.0513589	12.3333	120.	.0096000
			13.2308	120.	.0048000	11.2000	330.	.0052800	10.0000	2190.	.0226801			
						12.5333	570.	.0081600	11.2500	1080.	.0103200			
						13.8667	120.	.0019200	12.5000	360.	.0038400			
						15.2000	120.	.0009600	13.7500	360.	.0024000			
									15.0000	120.	.0009600			
									16.2500	120.	.0004800			

N1= 2,N2=1,N3= 1,N4= 2			N1= 2,N2= 2,N3= 1,N4= 1			N1= 2,N2= 2,N3= 1,N4= 2			N1= 2,N2= 2,N3= 2,N4= 1			N1= 2,N2= 2,N3= 2,N4= 2		
VALOR Q	FREC.	PROBAB.	VALOR Q	FREC.	PROBAB.	VALOR Q	FREC.	PROBAB.	VALOR Q	FREC.	PROBAB.	VALOR Q	FREC.	PROBAB.
.0000	480.	.0244800	.8000	5430.	.1499958	.7059	13080.	.1245590	.4444	12085.	.0622800	.0000	6884.	.0124560
1.4286	5320.	.2643174	2.1333	8140.	.2126273	1.8824	20020.	.1836645	1.5556	45600.	.2277686	1.0000	91540.	.1597569
2.8571	4230.	.2078370	3.4667	10680.	.2721416	3.0588	30240.	.2606066	2.6667	29540.	.1394376	2.0000	90870.	.1526530
4.2857	4980.	.2188738	4.8000	3920.	.0908789	4.2353	10140.	.0860154	3.7778	48300.	.2207284	3.0000	120900.	.1916691
5.7143	2540.	.1088002	6.1333	6480.	.1447176	5.4118	20240.	.1545290	4.8889	21780.	.0948384	4.0000	79460.	.1201932
7.1429	2520.	.1056001	7.4667	2310.	.0528002	6.5882	10110.	.0727670	6.0000	23790.	.0964181	5.0000	103800.	.1493299
8.5714	600.	.0172801	8.8000	2040.	.0408002	7.7647	7440.	.0512642	7.1111	15300.	.0583188	6.0000	22200.	.0293738
10.0000	1140.	.0345602	10.1333	900.	.0158401	8.9412	3480.	.0226562	8.2222	14220.	.0525101	7.0000	65100.	.0820993
11.4286	390.	.0115200	11.4667	840.	.0139200	10.1176	4650.	.0252482	9.3333	2790.	.0093841	8.0000	34440.	.0412701
12.8571	180.	.0048000	12.8000	210.	.0028800	11.2941	1440.	.0066240	10.4444	6330.	.0204962	9.0000	20520.	.0228470
14.2857	120.	.0019200	14.1333	180.	.0024000	12.4706	1740.	.0078721	11.5556	3360.	.0091201	10.0000	11760.	.0121337
			15.4667	120.	.0009600	13.6471	450.	.0020160	12.6667	1740.	.0046080	11.0000	13320.	.0122105
						14.8235	420.	.0013440	13.7778	720.	.0013920	12.0000	6180.	.0054145
						16.0000	180.	.0005760	14.8889	810.	.0017760	13.0000	7800.	.0058367
						17.1765	120.	.0001920	16.0000	210.	.0003360	14.0000	1560.	.0010368
									17.1111	180.	.0002880	15.0000	2040.	.0012480
									18.2222	120.	.0000960	16.0000	720.	.0004512
												17.0000	1080.	.0004608
												18.0000	91.	.0000578
												19.0000	240.	.0000768
												20.0000	120.	.0000192

TABLA 6: VALORES CRITICOS DEL ESTADISTICO Q PARA CINCO TRATAMIENTOS

N1= 1,N2= 1,N3= 1,N4= 1	Q(0.1)= 6.00000	P(0.1)= .12000	Q(0.05)= 8.00000	P(0.05)= .04800	Q(0.01)=10.00000	P(0.01)= .00000
N1= 1,N2= 2,N3= 1,N4= 1	Q(0.1)= 7.07692	P(0.1)= .08160	Q(0.05)= 8.61539	P(0.05)= .03600	Q(0.01)=10.15385	P(0.01)= .01200
N1= 1,N2= 2,N3= 1,N4= 2	Q(0.1)= 7.20000	P(0.1)= .08736	Q(0.05)= 8.53333	P(0.05)= .04800	Q(0.01)=11.20000	P(0.01)= .01104
N1= 1,N2= 2,N3= 2,N4= 1	Q(0.1)= 7.50000	P(0.1)= .09204	Q(0.05)= 8.75000	P(0.05)= .04068	Q(0.01)=11.25000	P(0.01)= .00768
N1= 2,N2= 1,N3= 1,N4= 1	Q(0.1)= 7.33333	P(0.1)= .07680	Q(0.05)= 9.00000	P(0.05)= .02880	Q(0.01)=10.66667	P(0.01)= .00960
N1= 2,N2= 1,N3= 1,N4= 2	Q(0.1)= 7.14286	P(0.1)= .07008	Q(0.05)= 8.57143	P(0.05)= .05280	Q(0.01)=11.42857	P(0.01)= .00672
N1= 2,N2= 2,N3= 1,N4= 1	Q(0.1)= 7.46667	P(0.1)= .07680	Q(0.05)= 8.80000	P(0.05)= .03600	Q(0.01)=11.46667	P(0.01)= .00624
N1= 2,N2= 2,N3= 1,N4= 2	Q(0.1)= 6.58824	P(0.1)= .11779	Q(0.05)= 8.94118	P(0.05)= .04387	Q(0.01)=11.29412	P(0.01)= .01200
N1= 2,N2= 2,N3= 2,N4= 1	Q(0.1)= 7.11111	P(0.1)= .10001	Q(0.05)= 8.22222	P(0.05)= .04750	Q(0.01)=11.55556	P(0.01)= .00850
N1= 2,N2= 2,N3= 2,N4= 2	Q(0.1)= 7.00000	P(0.1)= .10306	Q(0.05)= 9.00000	P(0.05)= .03895	Q(0.01)=12.00000	P(0.01)= .00919

APENDICE 3

TABLAS DEL ESTADISTICO F DE FRIEDMAN SIN EMPATES

TABLAS DEL ESTADISTICO F* DE FRIEDMAN CON EMPATES

TABLA 1: Distribución nula exacta del estadístico F sin empates para tres tratamientos con $N=2(1)7$

TABLA 2: Distribución nula exacta del estadístico F sin empates para cuatro tratamientos con $N=2(1)4$

TABLA 3: Distribución nula exacta del estadístico F sin empates para cinco tratamientos con $N=2(1)3$

TABLA 4: Distribución nula exacta del estadístico F* con empates para tres tratamientos con $N=2(1)7$

TABLA 5: Distribución nula exacta del estadístico F* con empates para cuatro tratamientos con $N=2(1)4$

TABLA 6: Distribución nula exacta del estadístico F* con empates para cinco tratamientos con $N=2(1)3$

NOTA: Para el estadístico F, sin empates, N (bloques) es el tamaño muestral.
Para el estadístico F*, con empates, el tamaño muestral es N (bloques) más el número de filas con todos sus valores iguales.

TABLA 1: DISTRIBUCION NULA EXACTA DEL ESTADISTICO F DE FRIEDMAN SIN EMPATES PARA TRES TRATAMIENTOS

C = 3 N = 2				C = 3 N = 3				C = 3 N = 4			
Val.de F	Frec.	Probab.	Prob.Desac.	Val.de F	Frec.	Probab.	Prob.Desac.	Val.de F	Frec.	Probab.	Prob.Desac.
.000000	1.	.166667	1.000000	.000000	2.	.055556	1.000000	.000000	15.	.069444	1.000000
1.000000	2.	.333333	.833333	.666667	15.	.416667	.944444	.500000	60.	.277778	.930556
3.000000	2.	.333333	.500000	2.000000	6.	.166667	.527778	1.500000	48.	.222222	.652778
4.000000	1.	.166667	.166667	2.666667	6.	.166667	.361111	2.000000	34.	.157407	.430556
				4.666667	6.	.166667	.194444	3.500000	32.	.148148	.273148
				6.000000	1.	.027778	.027778	4.500000	12.	.055556	.125000
								6.000000	6.	.027778	.069444
								6.500000	8.	.037037	.041667
								8.000000	1.	.004630	.004630

C = 3 N = 5				C = 3 N = 6				C = 3 N = 7			
Val.de F	Frec.	Probab.	Prob.Desac.	Val.de F	Frec.	Probab.	Prob.Desac.	Val.de F	Frec.	Probab.	Prob.Desac.
.000000	60.	.046296	1.000000	.000000	340.	.043724	1.000000	.000000	1680.	.036008	1.000000
.400000	340.	.262346	.953704	.333333	1680.	.216049	.956276	.285714	9135.	.195795	.963992
1.200000	220.	.169753	.691358	1.000000	1320.	.169753	.740226	.857143	6930.	.148534	.768197
1.600000	200.	.154321	.521605	1.333333	1095.	.140818	.570473	1.142857	6230.	.133531	.619663
2.800000	240.	.185185	.367284	2.333333	1380.	.177469	.429655	2.000000	8470.	.181542	.486133
3.600000	75.	.057870	.182099	3.000000	530.	.068158	.252186	2.571429	3171.	.067966	.304591
4.800000	40.	.030864	.124228	4.000000	330.	.042438	.184028	3.428571	2100.	.045010	.236626
5.200000	70.	.054012	.093364	4.333333	540.	.069444	.141590	3.714286	3724.	.079818	.191615
6.400000	20.	.015432	.039352	5.333333	156.	.020062	.072145	4.571429	1232.	.026406	.111797
7.600000	20.	.015432	.023920	6.333333	180.	.023148	.052083	5.428571	1582.	.033908	.085391
8.400000	10.	.007716	.008488	7.000000	132.	.016975	.028935	6.000000	1134.	.024306	.051483
10.000000	1.	.000772	.000772	8.333333	30.	.003858	.011960	7.142857	301.	.006451	.027178
				9.000000	20.	.002572	.008102	7.714286	210.	.004501	.020726
				9.333333	30.	.003858	.005530	8.000000	364.	.007802	.016225
				10.333330	12.	.001543	.001672	8.857142	224.	.004801	.008423
				12.000000	1.	.000129	.000129	10.285710	42.	.000900	.003622
								10.571430	70.	.001500	.002722
								11.142860	42.	.000900	.001222
								12.285710	14.	.000300	.000322
								14.000000	1.	.000021	.000021

*C hasta infinito
N sujetos x tratamientos*

APENDICE 3 - Estadístico F de Friedman sin empates

TABLA 2: DISTRIBUCION NULA EXACTA DEL ESTADISTICO F DE FRIEDMAN SIN EMPATES PARA CUATRO TRATAMIENTOS

C = 4 N = 2				C = 4 N = 3				C = 4 N = 4			
Val.de F	Frec.	Probab.	Prob.Desac.	Val.de F	Frec.	Probab.	Prob.Desac.	Val.de F	Frec.	Probab.	Prob.Desac.
.000000	1.	.041667	1.000000	.200000	24.	.041667	1.000000	.000000	105.	.007595	1.000000
.600000	3.	.125000	.958333	.600000	28.	.048611	.958333	.300000	888.	.064236	.992405
1.200000	1.	.041667	.833333	1.000000	105.	.182292	.909722	.600000	384.	.027778	.928168
1.800000	4.	.166667	.791667	1.800000	69.	.119792	.727431	.900000	1392.	.100694	.900391
2.400000	2.	.083333	.625000	2.200000	48.	.083333	.607639	1.200000	633.	.045790	.799696
3.000000	2.	.083333	.541667	2.600000	45.	.078125	.524306	1.500000	1068.	.077257	.753906
3.600000	2.	.083333	.458333	3.400000	60.	.104167	.446181	1.800000	384.	.027778	.676649
4.200000	4.	.166667	.375000	3.800000	24.	.041667	.342014	2.100000	1728.	.125000	.648872
4.800000	1.	.041667	.208333	4.200000	54.	.093750	.300347	2.400000	225.	.016276	.523872
5.400000	3.	.125000	.166667	5.000000	18.	.031250	.206597	2.700000	1044.	.075521	.507595
6.000000	1.	.041667	.041667	5.400000	16.	.027778	.175347	3.000000	592.	.042824	.432075
				5.800000	42.	.072917	.147569	3.300000	480.	.034722	.389251
				6.600000	12.	.020833	.074653	3.600000	420.	.030382	.354528
				7.000000	12.	.020833	.053819	3.900000	1140.	.082465	.324146
				7.400000	9.	.015625	.032986	4.500000	576.	.041667	.241681
				8.200000	9.	.015625	.017361	4.800000	142.	.010272	.200014
				9.000000	1.	.001736	.001736	5.100000	432.	.031250	.189742
								5.400000	240.	.017361	.158492
								5.700000	496.	.035880	.141131
								6.000000	150.	.010851	.105252
								6.300000	240.	.017361	.094401
								6.600000	128.	.009259	.077040
								6.900000	192.	.013889	.067781
								7.200000	30.	.002170	.053892
								7.500000	212.	.015336	.051722
								7.800000	48.	.003472	.036386
								8.100000	192.	.013889	.032914
								8.400000	68.	.004919	.019025
								8.700000	36.	.002604	.014106
								9.300000	64.	.004630	.011502
								9.600000	9.	.000651	.006872
								9.900000	48.	.003472	.006221
								10.200000	16.	.001157	.002749
								10.800000	9.	.000651	.001591
								11.100000	12.	.000868	.000940
								12.000000	1.	.000072	.000072

TABLA 3: DISTRIBUCION NULA EXACTA DEL ESTADISTICO F DE FRIEDMAN SIN EMPATES PARA CINCO TRATAMIENTOS

C = 5 N = 2				C = 5 N = 3			
Val.de F	Frec.	Probab.	Prob.Desac.	Val.de F	Frec.	Probab.	Prob.Desac.
.000000	1.	.008333	1.000000	.000000	6.	.000417	1.000000
.400000	4.	.033333	.991667	.266667	162.	.011250	.999583
.800000	3.	.025000	.958333	.533333	240.	.016667	.988333
1.200000	6.	.050000	.933333	.800000	444.	.030833	.971667
1.600000	7.	.058333	.883333	1.066667	390.	.027083	.940833
2.000000	6.	.050000	.825000	1.333333	993.	.068958	.913750
2.400000	4.	.033333	.775000	1.600000	196.	.013611	.844792
2.800000	10.	.083333	.741667	1.866667	912.	.063333	.831181
3.200000	6.	.050000	.658333	2.133333	690.	.047917	.767847
3.600000	10.	.083333	.608333	2.400000	539.	.037431	.719931
4.000000	6.	.050000	.525000	2.666667	480.	.033333	.682500
4.400000	10.	.083333	.475000	2.933333	786.	.054583	.649167
4.800000	6.	.050000	.391667	3.200000	516.	.035833	.594583
5.200000	10.	.083333	.341667	3.466667	951.	.066042	.558750
5.600000	4.	.033333	.258333	3.733333	252.	.017500	.492708
6.000000	6.	.050000	.225000	4.000000	618.	.042917	.475208
6.400000	7.	.058333	.175000	4.266667	384.	.026667	.432292
6.800000	6.	.050000	.116667	4.533333	846.	.058750	.405625
7.200000	3.	.025000	.066667	4.800000	300.	.020833	.346875
7.600000	4.	.033333	.041667	5.066667	510.	.035417	.326042
8.000000	1.	.008333	.008333	5.333333	540.	.037500	.290625
				5.600000	246.	.017083	.253125
				5.866667	336.	.023333	.236042
				6.133333	582.	.040417	.212708
				6.400000	140.	.009722	.172292
				6.666667	510.	.035417	.162569
				6.933333	144.	.010000	.127153
				7.200000	306.	.021250	.117153
				7.466667	228.	.015833	.095903
				7.733333	240.	.016667	.080069
				8.000000	108.	.007500	.063403
				8.266666	150.	.010417	.055903
				8.533334	114.	.007917	.045486
				8.800000	132.	.009167	.037569
				9.066667	36.	.002500	.028403
				9.333333	126.	.008750	.025903
				9.600000	30.	.002083	.017153
				9.866667	105.	.007292	.015069
				10.133330	36.	.002500	.007778
				10.400000	18.	.001250	.005278
				10.666670	18.	.001250	.004028
				10.933330	27.	.001875	.002778
				11.466670	12.	.000833	.000903
				12.000000	1.	.000069	.000069

TABLA 4: DISTRIBUCION NULA EXACTA DEL ESTADISTICO F* DE FRIEDMAN CON EMPATES PARA TRES TRATAMIENTOS

C = 3 N = 2				C = 3 N = 3				C = 3 N = 4			
Val.de F*	Frec.	Probab.	Prob.Desac.	Val.de F*	Frec.	Probab.	Prob.Desac.	Val.de F*	Frec.	Probab.	Prob.Desac.
.000000	2.	.095238	1.000000	.000000	6.	.031746	1.000000	.000000	54.	.027397	1.000000
.285714	2.	.095238	.904762	.181818	8.	.042328	.968254	.133333	90.	.045662	.972603
1.000000	6.	.285714	.809524	.200000	6.	.031746	.925926	.142857	42.	.021309	.926941
2.000000	2.	.095238	.523810	.545455	16.	.084656	.894180	.153846	36.	.018265	.905632
3.000000	4.	.190476	.428571	.666667	30.	.158730	.809524	.400000	54.	.027397	.887367
3.714286	2.	.095238	.238095	.800000	8.	.042328	.650794	.428571	72.	.036530	.859970
4.000000	3.	.142857	.142857	1.272727	12.	.063492	.608466	.500000	132.	.066971	.823440
				1.400000	8.	.042328	.544974	.571429	54.	.027397	.756469
				1.636364	8.	.042328	.502645	.615385	24.	.012177	.729072
				2.000000	18.	.095238	.460317	.933333	126.	.063927	.716895
				2.363636	8.	.042328	.365079	1.000000	60.	.030441	.652968
				2.600000	4.	.021164	.322751	1.076923	48.	.024353	.622527
				2.666667	12.	.063492	.301587	1.200000	36.	.018265	.598173
				3.200000	2.	.010582	.238095	1.285714	60.	.030441	.579909
				3.454545	4.	.021164	.227513	1.500000	96.	.048706	.549467
				3.800000	4.	.021164	.206349	1.714286	66.	.033486	.500761
				3.818182	8.	.042328	.185185	1.733333	108.	.054795	.467275
				4.666667	12.	.063492	.142857	1.857143	36.	.018265	.412481
				4.909091	4.	.021164	.079365	2.000000	112.	.056824	.394216
				5.000000	2.	.010582	.058201	2.285714	30.	.015221	.337392
				5.600000	2.	.010582	.047619	2.461539	12.	.006088	.322171
				5.636364	4.	.021164	.037037	2.533333	54.	.027397	.316083
				6.000000	3.	.015873	.015873	2.714286	36.	.018265	.288686
								2.800000	42.	.021309	.270421
								2.923077	18.	.009132	.249112
								3.000000	48.	.024353	.239980
								3.333333	18.	.009132	.215627
								3.500000	72.	.036530	.206494
								3.571429	12.	.006088	.169964
								3.600000	18.	.009132	.163876
								3.846154	6.	.003044	.154744
								3.857143	12.	.006088	.151700
								4.000000	18.	.009132	.145611
								4.133333	36.	.018265	.136479
								4.307693	12.	.006088	.118214
								4.428571	12.	.006088	.112126
								4.500000	24.	.012177	.106038
								4.769231	8.	.004059	.093861
								4.933333	18.	.009132	.089802
								5.142857	12.	.006088	.080670
								5.200000	6.	.003044	.074581
								5.285714	12.	.006088	.071537
								5.571429	24.	.012177	.065449
								5.692307	6.	.003044	.053272
								5.733333	18.	.009132	.050228
								6.000000	12.	.006088	.041096
								6.500000	16.	.008118	.035008
								6.533333	18.	.009132	.026890
								6.615385	6.	.003044	.017757
								6.857143	6.	.003044	.014713
								7.000000	6.	.003044	.011669
								7.428571	6.	.003044	.008625
								7.538462	2.	.001015	.005581
								7.600000	6.	.003044	.004566
								8.000000	3.	.001522	.001522

TABLA 4: DISTRIBUCION NULA EXACTA DEL ESTADISTICO F* DE FRIEDMAN CON EMPATES PARA TRES TRATAMIENTOS

C = 3 N = 5				C = 3 N = 5				C = 3 N = 6			
Val.de F*	Frec.	Probab.	Prob.Desac.	Val.de F*	Frec.	Probab.	Prob.Desac.	Val.de F*	Frec.	Probab.	Prob.Desac.
.000000	324.	.014652	1.000000	4.105263	144.	.006512	.137430	.000000	3480.	.013549	1.000000
.105263	480.	.021707	.985348	4.111111	216.	.009768	.130918	.086957	3400.	.013237	.986451
.111111	612.	.027676	.963641	4.235294	96.	.004341	.121150	.090909	4280.	.016663	.973214
.117647	336.	.015195	.935965	4.333333	168.	.007597	.116809	.095238	6360.	.024761	.956551
.125000	168.	.007597	.920771	4.352941	96.	.004341	.109212	.100000	2080.	.008098	.931789
.315789	552.	.024963	.913173	4.526316	136.	.006150	.104870	.105263	900.	.003504	.923691
.333333	360.	.016280	.888211	4.588235	144.	.006512	.098720	.260870	2900.	.011291	.920187
.352941	632.	.028580	.871931	4.625000	40.	.001809	.092208	.272727	4680.	.018221	.908897
.400000	710.	.032108	.843350	4.777778	144.	.006512	.090399	.285714	3900.	.015184	.890676
.444444	828.	.037444	.811242	4.800000	80.	.003618	.083887	.300000	3800.	.014795	.875492
.470588	240.	.010853	.773798	5.058824	56.	.002532	.080270	.333333	3360.	.013082	.860697
.500000	158.	.007145	.762945	5.157895	160.	.007236	.077737	.363636	5800.	.022581	.847616
.736842	752.	.034007	.755800	5.200000	150.	.006783	.070502	.380952	4680.	.018221	.825035
.777778	936.	.042328	.721793	5.333333	48.	.002171	.063718	.400000	1950.	.007592	.806814
.823529	512.	.023154	.679465	5.375000	32.	.001447	.061548	.421053	760.	.002959	.799222
.875000	248.	.011215	.656311	5.444445	144.	.006512	.060100	.608696	5400.	.021024	.796263
.947368	384.	.017365	.645096	5.647059	48.	.002171	.053588	.636364	6800.	.026474	.775239
1.000000	300.	.013567	.627730	5.764706	64.	.002894	.051418	.666667	9840.	.038310	.748765
1.058824	432.	.019536	.614164	5.777778	108.	.004884	.048523	.700000	3240.	.012614	.710455
1.200000	440.	.019898	.594628	6.000000	96.	.004341	.043639	.736842	1360.	.005295	.697840
1.333333	372.	.016823	.574730	6.117647	48.	.002171	.039298	.782609	2200.	.008565	.692546
1.368421	608.	.027495	.557907	6.125000	32.	.001447	.037127	.818182	3960.	.015417	.683980
1.411765	336.	.015195	.530412	6.333333	24.	.001085	.035680	.857143	2960.	.011524	.668563
1.444444	648.	.029304	.515217	6.400000	40.	.001809	.034595	.900000	3040.	.011836	.657039
1.529412	376.	.017004	.485913	6.421052	32.	.001447	.032786	1.000000	2760.	.010746	.645203
1.600000	420.	.018993	.468910	6.500000	14.	.000633	.031339	1.090909	5040.	.019622	.634457
1.625000	176.	.007959	.449916	6.631579	48.	.002171	.030706	1.130435	4600.	.017909	.614835
1.777778	432.	.019536	.441957	6.705883	64.	.002894	.028535	1.142857	2280.	.008877	.596926
1.882353	144.	.006512	.422421	6.777778	72.	.003256	.025641	1.181818	5040.	.019622	.588049
2.000000	474.	.021435	.415909	7.000000	24.	.001085	.022385	1.200000	2730.	.010629	.568427
2.111111	576.	.026048	.394474	7.052631	8.	.000362	.021300	1.238095	8040.	.031302	.557798
2.210526	480.	.021707	.368426	7.111111	36.	.001628	.020938	1.300000	2400.	.009344	.526496
2.235294	264.	.011939	.346719	7.176471	24.	.001085	.019310	1.333333	2190.	.008526	.517152
2.333333	312.	.014109	.334780	7.411765	48.	.002171	.018225	1.368421	1070.	.004166	.508626
2.375000	136.	.006150	.320671	7.444445	72.	.003256	.016054	1.454545	3640.	.014172	.504460
2.470588	496.	.022430	.314521	7.600000	40.	.001809	.012798	1.523810	2880.	.011213	.490288
2.631579	128.	.005788	.292091	7.625000	8.	.000362	.010989	1.600000	1200.	.004672	.479075
2.777778	252.	.011396	.286302	7.684210	32.	.001447	.010627	1.652174	3200.	.012459	.474404
2.800000	500.	.022611	.274906	7.894737	24.	.001085	.009180	1.684211	440.	.001713	.461945
2.842105	216.	.009768	.252295	8.000000	6.	.000271	.008095	1.727273	4560.	.017753	.460232
2.941176	72.	.003256	.242527	8.315789	32.	.001447	.007823	1.809524	5640.	.021958	.442478
3.000000	96.	.004341	.239271	8.375000	8.	.000362	.006376	1.826087	2950.	.011485	.420520
3.111111	504.	.022792	.234930	8.400000	20.	.000904	.006015	1.862087	2000.	.007787	.409035
3.125000	56.	.002532	.212138	8.444445	36.	.001628	.005110	1.909091	4560.	.017753	.401248
3.176471	192.	.008683	.209605	8.588235	24.	.001085	.003482	2.000000	4470.	.017403	.383495
3.263158	304.	.013748	.200923	8.823529	8.	.000362	.002397	2.100000	3440.	.013393	.366092
3.294118	144.	.006512	.187175	9.000000	12.	.000543	.002035	2.173913	1200.	.004672	.352699
3.444444	216.	.009768	.180663	9.294118	8.	.000362	.001492	2.272727	1860.	.007242	.348027
3.500000	82.	.003708	.170895	9.333333	12.	.000543	.001131	2.333333	2760.	.010746	.340785
3.600000	150.	.006783	.167187	9.500000	2.	.000090	.000588	2.347826	1300.	.005061	.330040
3.647059	184.	.008321	.160403	9.578947	8.	.000362	.000497	2.380952	2160.	.008410	.324978
3.875000	56.	.002532	.152082	10.000000	3.	.000136	.000136	2.454545	1560.	.006074	.316569
3.894737	160.	.007236	.149550					2.500000	720.	.002803	.310495
4.000000	108.	.004884	.142314					2.545455	4220.	.016430	.307692

TABLA 4: DISTRIBUCION NULA EXACTA DEL ESTADISTICO F* DE FRIEDMAN CON EMPATES PARA TRES TRATAMIENTOS

C = 3 N = 6				C = 3 N = 6				C = 3 N = 6			
Val.de F*	Frec.	Probab.	Prob.Desac.	Val.de F*	Frec.	Probab.	Prob.Desac.	Val.de F*	Frec.	Probab.	Prob.Desac.
2.571429	1500.	.005840	.291262	6.000000	500.	.001947	.043983	9.578947	30.	.000117	.002293
2.631579	290.	.001129	.285422	6.090909	680.	.002647	.042036	9.652174	50.	.000195	.002176
2.666667	3600.	.014016	.284293	6.095238	360.	.001402	.039389	9.818182	60.	.000234	.001982
2.695652	2350.	.009149	.270277	6.100000	240.	.000934	.037987	10.000000	30.	.000117	.001748
2.700000	1280.	.004983	.261128	6.300000	400.	.001557	.037053	10.173910	50.	.000195	.001631
2.800000	1220.	.004750	.256145	6.333333	360.	.001402	.035495	10.181820	80.	.000311	.001437
2.818182	2320.	.009032	.251395	6.347826	360.	.001402	.034094	10.210530	10.	.000039	.001125
2.947368	520.	.002025	.242362	6.380952	540.	.002102	.032692	10.300000	40.	.000156	.001086
2.952381	3540.	.013782	.240338	6.400000	70.	.000273	.030590	10.333330	24.	.000093	.000931
3.000000	1110.	.004322	.226555	6.421052	80.	.000311	.030317	10.380950	60.	.000234	.000837
3.100000	1160.	.004516	.222234	6.521739	200.	.000779	.030006	10.571430	60.	.000234	.000603
3.217391	1550.	.006035	.217718	6.636364	320.	.001246	.029227	10.800000	10.	.000039	.000370
3.263158	410.	.001596	.211683	6.700000	120.	.000467	.027981	11.000000	20.	.000078	.000331
3.272727	1800.	.007008	.210087	6.736842	40.	.000156	.027514	11.142860	20.	.000078	.000253
3.363636	2160.	.008410	.203079	6.818182	120.	.000467	.027358	11.200000	10.	.000039	.000175
3.391304	1150.	.004477	.194669	6.869565	350.	.001363	.026891	11.272730	20.	.000078	.000136
3.428571	840.	.003270	.190192	6.909091	420.	.001635	.025528	11.473680	2.	.000008	.000058
3.523809	2580.	.010045	.186922	6.952381	420.	.001635	.023893	11.565220	10.	.000039	.000051
3.545455	2640.	.010278	.176877	7.000000	276.	.001075	.022258	12.000000	3.	.000012	.000012
3.600000	880.	.003426	.166599	7.043478	50.	.000195	.021183				
3.700000	880.	.003426	.163172	7.052631	70.	.000273	.020989				
3.714286	1440.	.005606	.159746	7.142857	120.	.000467	.020716				
3.739130	1400.	.005451	.154140	7.181818	160.	.000623	.020249				
3.894737	320.	.001246	.148689	7.238095	360.	.001402	.019626				
3.900000	1600.	.006229	.147443	7.300000	160.	.000623	.018225				
3.909091	1320.	.005139	.141214	7.363636	240.	.000934	.017602				
4.000000	690.	.002686	.136075	7.500000	120.	.000467	.016667				
4.095238	2280.	.008877	.133389	7.523809	300.	.001168	.016200				
4.260870	1650.	.006424	.124512	7.600000	80.	.000311	.015032				
4.300000	480.	.001869	.118088	7.636364	360.	.001402	.014721				
4.333333	1080.	.004205	.116219	7.684210	30.	.000117	.013319				
4.363636	1080.	.004205	.112014	7.714286	60.	.000234	.013202				
4.454545	1680.	.006541	.107810	7.900000	120.	.000467	.012969				
4.526316	270.	.001051	.101269	7.913043	300.	.001168	.012501				
4.571429	480.	.001869	.100218	8.000000	160.	.000623	.011333				
4.666667	2280.	.008877	.098349	8.086957	50.	.000195	.010710				
4.727273	1560.	.006074	.089472	8.100000	80.	.000311	.010516				
4.800000	490.	.001908	.083399	8.272727	200.	.000779	.010204				
4.900000	720.	.002803	.081491	8.315789	22.	.000086	.009426				
4.952381	1080.	.004205	.078688	8.333333	60.	.000234	.009340				
4.956522	800.	.003115	.074483	8.400000	140.	.000545	.009106				
5.157895	242.	.000942	.071368	8.434783	100.	.000389	.008561				
5.181818	720.	.002803	.070426	8.454545	240.	.000934	.008172				
5.200000	480.	.001869	.067623	8.666667	420.	.001635	.007238				
5.304348	450.	.001752	.065754	8.818182	40.	.000156	.005602				
5.333333	312.	.001215	.064002	8.857142	60.	.000234	.005447				
5.428571	780.	.003037	.062787	8.956522	10.	.000039	.005213				
5.473684	120.	.000467	.059751	9.000000	40.	.000156	.005174				
5.478261	450.	.001752	.059283	9.090909	80.	.000311	.005018				
5.545455	800.	.003115	.057531	9.100000	40.	.000156	.004707				
5.700000	560.	.002180	.054417	9.238095	180.	.000701	.004551				
5.727273	720.	.002803	.052237	9.300000	80.	.000311	.003850				
5.809524	720.	.002803	.049433	9.333333	60.	.000234	.003539				
5.818182	380.	.001479	.046630	9.363636	160.	.000623	.003305				
5.826087	300.	.001168	.045151	9.478261	100.	.000389	.002682				

TABLA 4: DISTRIBUCION NULA EXACTA DEL ESTADISTICO F* DE FRIEDMAN CON EMPATES PARA TRES TRATAMIENTOS

C = 3 N = 7				C = 3 N = 7				C = 3 N = 7			
Val.de F*	Frec.	Probab.	Prob.Desac.	Val.de F*	Frec.	Probab.	Prob.Desac.	Val.de F*	Frec.	Probab.	Prob.Desac.
.000000	31830.	.010493	1.000000	1.680000	63840.	.021046	.447921	3.920000	27600.	.009099	.148280
.074074	20160.	.006646	.989507	1.727273	4560.	.001503	.426875	4.000000	22620.	.007457	.139181
.076923	36600.	.012066	.982861	1.750000	30480.	.010048	.425372	4.083333	22680.	.007477	.131724
.080000	53920.	.017776	.970795	1.826087	25080.	.008268	.415323	4.160000	14880.	.004905	.124247
.083333	47880.	.015784	.953019	1.851852	8280.	.002730	.407055	4.173913	4080.	.001345	.119342
.086957	13560.	.004470	.937235	1.923077	18000.	.005934	.404326	4.222222	7152.	.002358	.117997
.090909	4680.	.001543	.932765	2.000000	48210.	.015893	.398392	4.260870	5784.	.001907	.115639
.222222	20160.	.006646	.931222	2.076923	12300.	.004055	.382498	4.333333	12960.	.004272	.113732
.230769	30600.	.010088	.924576	2.083333	20880.	.006883	.378444	4.384615	7500.	.002472	.109459
.240000	61200.	.020176	.914488	2.153846	43350.	.014291	.371560	4.454545	1860.	.000613	.106987
.250000	29400.	.009692	.894312	2.160000	26640.	.008782	.357269	4.518518	4320.	.001424	.106374
.260870	25380.	.008367	.884620	2.173913	4920.	.001622	.348487	4.521739	3840.	.001266	.104950
.285714	18480.	.006092	.876253	2.240000	35280.	.011631	.346865	4.560000	17040.	.005618	.103684
.307692	50400.	.016615	.870161	2.250000	11880.	.003916	.335234	4.571429	2506.	.000826	.098066
.320000	40800.	.013450	.853546	2.272727	1860.	.000613	.331318	4.666667	4752.	.001567	.097240
.333333	45900.	.015132	.840095	2.296296	16380.	.005400	.330705	4.692307	9900.	.003264	.095673
.347826	11760.	.003877	.824964	2.333333	36900.	.012165	.325305	4.727273	1002.	.000330	.092410
.363636	4230.	.001394	.821087	2.347826	9912.	.003268	.313140	4.750000	6960.	.002294	.092079
.518519	33300.	.010978	.819692	2.384615	23400.	.007714	.309872	4.846154	7200.	.002374	.089785
.538462	60000.	.019780	.808714	2.434783	9120.	.003007	.302158	4.880000	10600.	.003494	.087411
.560000	87680.	.028905	.788934	2.480000	39120.	.012897	.299152	4.923077	5700.	.001879	.083917
.583333	77040.	.025398	.760029	2.545455	3162.	.001042	.286255	4.956522	5544.	.001828	.082038
.608696	21720.	.007160	.734632	2.571429	6342.	.002091	.285213	4.962963	2952.	.000973	.080210
.636364	7380.	.002433	.727471	2.583333	29520.	.009732	.283122	5.040000	12720.	.004193	.079237
.666667	15840.	.005222	.725038	2.695652	9072.	.002991	.273390	5.083333	9360.	.003086	.075044
.692308	26250.	.008654	.719816	2.740741	11520.	.003798	.270399	5.120000	4080.	.001345	.071958
.720000	48000.	.015824	.711163	2.769231	14700.	.004846	.266602	5.153846	9000.	.002967	.070613
.750000	24120.	.007952	.695339	2.818182	2620.	.000864	.261755	5.250000	5400.	.001780	.067646
.782609	19800.	.006527	.687387	2.846154	21900.	.007220	.260892	5.304348	2400.	.000791	.065866
.857143	13860.	.004569	.680860	2.880000	15840.	.005222	.253672	5.333333	4590.	.001513	.065075
.923077	34650.	.011423	.676291	2.888889	10320.	.003402	.248450	5.360000	6840.	.002255	.063561
.960000	37440.	.012343	.664868	2.960000	28600.	.009428	.245048	5.407407	3600.	.001187	.061306
.962963	28440.	.009376	.652525	3.000000	29310.	.009663	.235620	5.428571	3206.	.001057	.060120
1.000000	69360.	.022866	.643149	3.083333	24480.	.008070	.225957	5.478261	4320.	.001424	.059063
1.040000	71880.	.023696	.620284	3.120000	29760.	.009811	.217887	5.545455	684.	.000225	.057639
1.043478	17520.	.005776	.596587	3.130435	6720.	.002215	.208076	5.555555	2100.	.000692	.057413
1.083333	61200.	.020176	.590811	3.185185	10152.	.003347	.205861	5.565217	720.	.000237	.056721
1.130435	17040.	.005618	.570636	3.217391	6600.	.002176	.202514	5.583333	8280.	.002730	.056483
1.142857	12600.	.004154	.565018	3.250000	15960.	.005261	.200338	5.615385	4260.	.001404	.053754
1.181818	5800.	.001912	.560865	3.307692	16200.	.005341	.195077	5.769231	1500.	.000494	.052349
1.230769	32850.	.010830	.558952	3.363636	2052.	.000676	.189736	5.818182	360.	.000119	.051855
1.280000	27360.	.009020	.548123	3.391304	11640.	.003837	.189059	5.826087	1320.	.000435	.051736
1.333333	28530.	.009405	.539103	3.428571	4200.	.001385	.185222	5.840000	8080.	.002664	.051301
1.391304	7680.	.002532	.529698	3.440000	23080.	.007609	.183838	5.846154	7050.	.002324	.048637
1.407407	21420.	.007061	.527166	3.583333	19800.	.006527	.176229	5.851852	3420.	.001127	.046313
1.454545	2520.	.000831	.520105	3.629630	12600.	.004154	.169701	6.000000	7260.	.002393	.045186
1.461538	41700.	.013747	.519274	3.692308	9300.	.003066	.165548	6.076923	2760.	.000910	.042792
1.520000	55640.	.018343	.505527	3.714286	7518.	.002478	.162482	6.080000	5040.	.001662	.041882
1.555556	22200.	.007319	.487184	3.739130	4560.	.001503	.160003	6.083333	4320.	.001424	.040221
1.583333	50040.	.016497	.479865	3.769231	19230.	.006339	.158500				
1.615385	33300.	.010978	.463369	3.840000	10080.	.003323	.152161				
1.652174	13560.	.004470	.452391	3.909091	1692.	.000558	.148837				

TABLA 4: DISTRIBUCION NULA EXACTA DEL ESTADISTICO F* DE FRIEDMAN CON EMPATES PARA TRES TRATAMIENTOS

C = 3 N = 7				C = 3 N = 7				C = 3 N = 7			
Val.de F*	Frec.	Probab.	Prob.Desac.	Val.de F*	Frec.	Probab.	Prob.Desac.	Val.de F*	Frec.	Probab.	Prob.Desac.
6.090909	592.	.000195	.038797	8.695652	240.	.000079	.007522	11.217390	120.	.000040	.000708
6.230769	2550.	.000841	.038602	8.720000	1240.	.000409	.007443	11.272730	30.	.000010	.000668
6.250000	1560.	.000514	.037761	8.818182	132.	.000044	.007034	11.307690	300.	.000099	.000658
6.320000	6160.	.002031	.037247	8.857142	462.	.000152	.006991	11.384610	300.	.000099	.000559
6.333333	5130.	.001691	.035216	8.880000	1680.	.000554	.006838	11.545450	12.	.000004	.000461
6.347826	1800.	.000593	.033525	8.956522	420.	.000138	.006284	11.565220	120.	.000040	.000457
6.461538	4500.	.001483	.032931	8.960000	960.	.000316	.006146	11.629630	72.	.000024	.000417
6.480000	2160.	.000712	.031448	8.962963	72.	.000024	.005829	11.760000	120.	.000040	.000393
6.521739	1176.	.000388	.030736	9.000000	570.	.000188	.005806	12.000000	240.	.000079	.000354
6.583333	3600.	.001187	.030348	9.083333	1080.	.000356	.005618	12.074070	72.	.000024	.000275
6.608696	960.	.000316	.029161	9.090909	30.	.000010	.005262	12.080000	160.	.000053	.000251
6.636364	312.	.000103	.028845	9.250000	480.	.000158	.005252	12.086960	60.	.000020	.000198
6.720000	4320.	.001424	.028742	9.307693	600.	.000198	.005094	12.090910	12.	.000004	.000178
6.740741	3204.	.001056	.027318	9.333333	720.	.000237	.004896	12.250000	120.	.000040	.000174
6.750000	1440.	.000475	.026262	9.360000	1200.	.000396	.004659	12.285710	28.	.000009	.000135
6.869565	1164.	.000384	.025787	9.363636	52.	.000017	.004263	12.333330	90.	.000030	.000126
6.888889	1032.	.000340	.025403	9.391304	240.	.000079	.004246	12.560000	120.	.000040	.000096
6.909091	344.	.000113	.025063	9.407408	180.	.000059	.004167	12.782610	12.	.000004	.000056
7.000000	6810.	.002245	.024949	9.478261	144.	.000047	.004107	13.000000	60.	.000020	.000052
7.043478	840.	.000277	.022704	9.538462	900.	.000297	.004060	13.040000	40.	.000013	.000033
7.142857	602.	.000198	.022428	9.555555	240.	.000079	.003763	13.130430	12.	.000004	.000019
7.153846	2700.	.000890	.022229	9.652174	360.	.000119	.003684	13.230770	30.	.000010	.000015
7.181818	240.	.000079	.021339	9.680000	120.	.000040	.003565	13.454550	2.	.000001	.000006
7.185185	1152.	.000380	.021260	9.739130	240.	.000079	.003526	13.555560	12.	.000004	.000005
7.280000	6080.	.002004	.020880	9.750000	360.	.000119	.003447	14.000000	3.	.000001	.000001
7.304348	1440.	.000475	.018876	9.769231	600.	.000198	.003328				
7.440000	2880.	.000949	.018401	9.851851	432.	.000142	.003130				
7.461538	1800.	.000593	.017452	9.909091	60.	.000020	.002988				
7.583333	4680.	.001543	.016858	9.920000	240.	.000079	.002968				
7.629630	540.	.000178	.015315	9.923077	300.	.000099	.002889				
7.692307	1140.	.000376	.015137	10.083330	360.	.000119	.002790				
7.714286	420.	.000138	.014761	10.160000	480.	.000158	.002671				
7.750000	1320.	.000435	.014623	10.173910	264.	.000087	.002513				
7.760000	2320.	.000765	.014188	10.181820	32.	.000011	.002426				
7.913043	852.	.000281	.013423	10.230770	660.	.000218	.002415				
7.923077	2160.	.000712	.013142	10.285710	84.	.000028	.002198				
8.000000	1688.	.000556	.012430	10.296300	180.	.000059	.002170				
8.074074	1080.	.000356	.011874	10.320000	720.	.000237	.002111				
8.083333	1800.	.000593	.011518	10.333330	630.	.000208	.001873				
8.086957	960.	.000316	.010924	10.571430	140.	.000046	.001666				
8.222222	804.	.000265	.010608	10.583330	360.	.000119	.001620				
8.240000	1440.	.000475	.010343	10.640000	760.	.000251	.001501				
8.272727	324.	.000107	.009868	10.692310	60.	.000020	.001250				
8.307693	750.	.000247	.009761	10.750000	120.	.000040	.001231				
8.333333	630.	.000208	.009514	10.888890	132.	.000044	.001191				
8.384615	600.	.000198	.009306	11.000000	20.	.000007	.001148				
8.434783	240.	.000079	.009108	11.043480	60.	.000020	.001141				
8.538462	600.	.000198	.009029	11.076920	150.	.000049	.001121				
8.583333	1080.	.000356	.008831	11.083330	360.	.000119	.001072				
8.615385	1380.	.000455	.008475	11.120000	480.	.000158	.000953				
8.640000	720.	.000237	.008020	11.142860	84.	.000028	.000795				
8.666667	792.	.000261	.007783	11.185190	180.	.000059	.000767				

TABLA 5: DISTRIBUCION NULA EXACTA DEL ESTADISTICO F* DE FRIEDMAN CON EMPATES PARA CUATRO TRATAMIENTOS

C = 4 N = 2				C = 4 N = 3				C = 4 N = 3			
Val.de F*	Frec.	Probab.	Prob.Acumu.	Val.de F*	Frec.	Probab.	Prob.Acumu.	Val.de F*	Frec.	Probab.	Prob.Acumu.
.000000	4.	.022727	1.000000	.000000	8.	.000992	1.000000	1.375000	16.	.001984	.735491
.157895	3.	.017045	.977273	.103448	26.	.003224	.999007	1.392857	84.	.010417	.733507
.333333	4.	.022727	.960227	.107143	20.	.002480	.995783	1.444444	76.	.009425	.723090
.500000	4.	.022727	.937500	.111111	2.	.000248	.993303	1.500000	56.	.006944	.713665
.600000	7.	.039773	.914773	.120000	8.	.000992	.993055	1.551724	64.	.007937	.706721
.666667	1.	.005682	.875000	.125000	16.	.001984	.992063	1.560000	32.	.003968	.698784
.750000	2.	.011364	.869318	.142857	10.	.001240	.990078	1.607143	48.	.005952	.694816
.789474	2.	.011364	.857954	.200000	24.	.002976	.988838	1.625000	48.	.005952	.688864
1.105263	4.	.022727	.846591	.214286	6.	.000744	.985862	1.666667	36.	.004464	.682911
1.200000	1.	.005682	.823864	.222222	18.	.002232	.985118	1.714286	22.	.002728	.678447
1.400000	4.	.022727	.818182	.230769	20.	.002480	.982886	1.758621	76.	.009425	.675719
1.500000	10.	.056818	.795454	.250000	8.	.000992	.980406	1.800000	97.	.012029	.666294
1.800000	4.	.022727	.738636	.272727	6.	.000744	.979414	1.821429	20.	.002480	.654265
1.833333	4.	.022727	.715909	.310345	48.	.005952	.978670	1.857143	32.	.003968	.651785
2.000000	8.	.045455	.693182	.321429	16.	.001984	.972717	1.875000	56.	.006944	.647817
2.052632	5.	.028409	.647727	.333333	84.	.010417	.970733	1.888889	75.	.009301	.640873
2.200000	2.	.011364	.619318	.360000	32.	.003968	.960317	1.928571	12.	.001488	.631572
2.250000	2.	.011364	.607955	.375000	32.	.003968	.956348	1.965517	88.	.010913	.630084
2.368421	2.	.011364	.596591	.428571	20.	.002480	.952380	2.000000	80.	.009921	.619171
2.400000	2.	.011364	.585227	.444444	12.	.001488	.949900	2.035714	36.	.004464	.609251
2.684211	2.	.011364	.573864	.500000	40.	.004960	.948412	2.040000	16.	.001984	.604786
2.833333	8.	.045455	.562500	.517241	44.	.005456	.943452	2.076923	52.	.006448	.602802
3.000000	12.	.068182	.517045	.535714	36.	.004464	.937995	2.111111	88.	.010913	.596354
3.166667	4.	.022727	.448864	.555556	36.	.004464	.933531	2.125000	32.	.003968	.585441
3.315789	2.	.011364	.426136	.600000	40.	.004960	.929067	2.142857	18.	.002232	.581473
3.600000	2.	.011364	.414773	.625000	24.	.002976	.924106	2.172414	44.	.005456	.579241
3.631579	2.	.011364	.403409	.642857	8.	.000992	.921130	2.200000	48.	.005952	.573784
3.750000	2.	.011364	.392045	.666667	16.	.001984	.920138	2.222222	24.	.002976	.567832
3.800000	2.	.011364	.380682	.692308	36.	.004464	.918154	2.250000	52.	.006448	.564856
3.947368	5.	.028409	.369318	.714286	16.	.001984	.913690	2.280000	52.	.006448	.558407
4.000000	5.	.028409	.340909	.724138	88.	.010913	.911706	2.333333	36.	.004464	.551959
4.166667	2.	.011364	.312500	.750000	108.	.013393	.900793	2.357143	16.	.001984	.547495
4.200000	4.	.022727	.301136	.777778	28.	.003472	.887400	2.375000	48.	.005952	.545511
4.500000	12.	.068182	.278409	.840000	56.	.006944	.883928	2.379310	48.	.005952	.539558
4.600000	4.	.022727	.210227	.857143	18.	.002232	.876983	2.428571	16.	.001984	.533606
4.800000	1.	.005682	.187500	.875000	48.	.005952	.874751	2.444444	14.	.001736	.531622
4.894737	4.	.022727	.181818	.931035	138.	.017113	.868799	2.454545	14.	.001736	.529886
5.210526	2.	.011364	.159091	1.000000	400.	.049603	.851686	2.464286	24.	.002976	.528150
5.250000	2.	.011364	.147727	1.071429	69.	.008557	.802083	2.500000	24.	.002976	.525173
5.333333	2.	.011364	.136364	1.080000	16.	.001984	.793526	2.520000	16.	.001984	.522197
5.400000	7.	.039773	.125000	1.125000	40.	.004960	.791542	2.538461	48.	.005952	.520213
5.500000	4.	.022727	.085227	1.137931	32.	.003968	.786582	2.555556	24.	.002976	.514261
5.666667	2.	.011364	.062500	1.153846	56.	.006944	.782614	2.586207	74.	.009177	.511285
5.842105	3.	.017045	.051136	1.178571	16.	.001984	.775669	2.600000	45.	.005580	.502108
6.000000	6.	.034091	.034091	1.222222	48.	.005952	.773685	2.625000	40.	.004960	.496528
				1.250000	16.	.001984	.767733	2.666667	32.	.003968	.491567
				1.285714	56.	.006944	.765749	2.678571	56.	.006944	.487599
				1.320000	20.	.002480	.758804	2.750000	28.	.003472	.480655
				1.333333	36.	.004464	.756324	2.760000	32.	.003968	.477182
				1.344828	114.	.014137	.751860	2.777778	14.	.001736	.473214
				1.363636	18.	.002232	.737723	2.785714	22.	.002728	.471478

TABLA 5: DISTRIBUCION NULA EXACTA DEL ESTADISTICO F* DE FRIEDMAN CON EMPATES PARA CUATRO TRATAMIENTOS

C = 4 N = 3				C = 4 N = 3				C = 4 N = 3			
Val.de F*	Frec.	Probab.	Prob.Acumu.	Val.de F*	Frec.	Probab.	Prob.Acumu.	Val.de F*	Frec.	Probab.	Prob.Acumu.
2.793103	80.	.009921	.468750	4.440000	16.	.001984	.2436761	5.896552	44.	.005456	.101315
2.875000	16.	.001984	.458829	4.448276	48.	.005952	.241691	6.000000	14.	.001736	.095858
2.892857	28.	.003472	.456845	4.500000	50.	.006200	.235739	6.103448	16.	.001984	.094122
3.000000	242.	.030010	.453373	4.555555	36.	.004464	.229539	6.107143	4.	.000496	.092138
3.107143	16.	.001984	.423363	4.607143	20.	.002480	.225074	6.120000	8.	.000992	.091642
3.111111	36.	.004464	.421379	4.625000	24.	.002976	.222594	6.125000	16.	.001984	.090650
3.125000	32.	.003968	.416915	4.636364	10.	.001240	.219618	6.214286	21.	.002604	.088666
3.206897	56.	.006944	.412946	4.655172	48.	.005952	.218378	6.230769	16.	.001984	.086062
3.240000	28.	.003472	.406002	4.680000	12.	.001488	.212426	6.250000	4.	.000496	.084077
3.250000	16.	.001984	.402530	4.714286	24.	.002976	.210938	6.310345	26.	.003224	.083581
3.321429	52.	.006448	.400546	4.750000	12.	.001488	.207961	6.321429	4.	.000496	.080357
3.375000	64.	.007937	.394097	4.777778	56.	.006944	.206473	6.333333	39.	.004836	.079861
3.400000	60.	.007440	.386161	4.821429	28.	.003472	.199529	6.360000	4.	.000496	.075025
3.413793	88.	.010913	.378720	4.846154	24.	.002976	.196057	6.375000	8.	.000992	.074529
3.444444	20.	.002480	.367807	4.862069	32.	.003968	.193080	6.428571	12.	.001488	.073537
3.480000	4.	.000496	.365327	4.875000	32.	.003968	.189112	6.500000	8.	.000992	.072049
3.500000	24.	.002976	.364831	4.888889	12.	.001488	.185144	6.517241	40.	.004960	.071057
3.535714	20.	.002480	.361855	4.920000	8.	.000992	.183656	6.535714	20.	.002480	.066096
3.545455	6.	.000744	.359375	5.000000	72.	.008929	.182664	6.555555	18.	.002232	.063616
3.555556	12.	.001488	.358631	5.035714	28.	.003472	.173735	6.600000	32.	.003968	.061384
3.571429	14.	.001736	.357143	5.068965	60.	.007440	.170263	6.625000	8.	.000992	.057416
3.620690	32.	.003968	.355407	5.125000	8.	.000992	.162822	6.666667	12.	.001488	.056424
3.625000	16.	.001984	.351438	5.142857	12.	.001488	.161830	6.692307	16.	.001984	.054936
3.642857	13.	.001612	.349454	5.160000	20.	.002480	.160342	6.724138	8.	.000992	.052951
3.666667	150.	.018601	.347842	5.222222	12.	.001488	.157862	6.750000	28.	.003472	.051959
3.720000	28.	.003472	.329241	5.250000	12.	.001488	.156374	6.777778	4.	.000496	.048487
3.750000	8.	.000992	.325769	5.275862	8.	.000992	.154886	6.818182	2.	.000248	.047991
3.777778	46.	.005704	.324777	5.285714	16.	.001984	.153894	6.840000	4.	.000496	.047743
3.800000	24.	.002976	.319072	5.357143	2.	.000248	.151910	6.931035	16.	.001984	.047247
3.827586	66.	.008185	.316096	5.375000	8.	.000992	.151662	6.964286	4.	.000496	.045263
3.857143	14.	.001736	.307912	5.400000	20.	.002480	.150670	7.000000	54.	.006696	.044767
3.875000	24.	.002976	.306176	5.444445	80.	.009921	.148190	7.080000	4.	.000496	.038070
3.888889	36.	.004464	.303199	5.464286	4.	.000496	.138269	7.111111	4.	.000496	.037574
3.923077	36.	.004464	.298735	5.482759	8.	.000992	.137773	7.125000	16.	.001984	.037078
3.960000	16.	.001984	.294271	5.500000	8.	.000992	.136781	7.178571	12.	.001488	.035094
3.964286	48.	.005952	.292287	5.555555	12.	.001488	.135789	7.222222	12.	.001488	.033606
4.000000	28.	.003472	.286334	5.571429	18.	.002232	.134301	7.250000	8.	.000992	.032118
4.034483	24.	.002976	.282862	5.625000	32.	.003968	.132068	7.285714	2.	.000248	.031126
4.071429	6.	.000744	.279886	5.640000	12.	.001488	.128100	7.320000	8.	.000992	.030878
4.111111	28.	.003472	.279142	5.666667	24.	.002976	.126612	7.333333	12.	.001488	.029886
4.125000	32.	.003968	.275670	5.678571	16.	.001984	.123636	7.375000	8.	.000992	.028398
4.142857	8.	.000992	.271701	5.689655	32.	.003968	.121652	7.392857	8.	.000992	.027406
4.178571	20.	.002480	.270709	5.727273	6.	.000744	.117684	7.400000	9.	.001116	.026414
4.200000	74.	.009177	.268229	5.769231	12.	.001488	.116940	7.444445	8.	.000992	.025298
4.222222	12.	.001488	.259053	5.777778	8.	.000992	.115451	7.500000	12.	.001488	.024306
4.241379	36.	.004464	.257565	5.785714	2.	.000248	.114459	7.551724	20.	.002480	.022817
4.250000	8.	.000992	.253100	5.800000	42.	.005208	.114211	7.560000	4.	.000496	.020337
4.285714	16.	.001984	.252108	5.857143	2.	.000248	.109003	7.615385	8.	.000992	.019841
4.333333	12.	.001488	.250124	5.875000	8.	.000992	.108755	7.714286	2.	.000248	.018849
4.375000	8.	.000992	.248636	5.880000	8.	.000992	.107763	7.758621	16.	.001984	.018601
4.384615	24.	.002976	.247644	5.888889	12.	.001488	.106771	7.821429	8.	.000992	.016617
4.392857	8.	.000992	.244668	5.892857	32.	.003968	.105283	7.875000	8.	.000992	.015625

TABLA 5: DISTRIBUCION NULA EXACTA DEL ESTADISTICO F* DE FRIEDMAN CON EMPATES PARA CUATRO TRATAMIENTOS

C = 4 N = 3				C = 4 N = 4				C = 4 N = 4			
Val.de F*	Frec.	Probab.	Prob.Acumu.	Val.de F*	Frec.	Probab.	Prob.Acumu.	Val.de F*	Frec.	Probab.	Prob.Acumu.
7.909091	2.	.000248	.014633	.000000	831.	.001885	1.000000	.636364	2118.	.004803	.903876
7.928571	6.	.000744	.014385	.076923	945.	.002143	.998116	.648649	204.	.000463	.899073
7.965517	12.	.001488	.013641	.078947	720.	.001633	.995973	.666667	537.	.001218	.898610
8.040000	8.	.000992	.012153	.081081	729.	.001653	.994340	.677419	252.	.000571	.897392
8.076923	4.	.000496	.011161	.083333	246.	.000558	.992687	.692308	1584.	.003592	.896821
8.111111	16.	.001984	.010665	.085714	504.	.001143	.992129	.700000	480.	.001089	.893229
8.142858	8.	.000992	.008681	.088235	312.	.000708	.990986	.705882	120.	.000272	.892140
8.200000	9.	.001116	.007688	.090909	480.	.001089	.990278	.710526	2412.	.005470	.891868
8.250000	8.	.000992	.006572	.096774	162.	.000367	.989190	.727273	186.	.000422	.886398
8.333333	12.	.001488	.005580	.100000	144.	.000327	.988822	.729730	420.	.000952	.885976
8.379311	6.	.000744	.004092	.157895	690.	.001565	.988496	.750000	3480.	.007892	.885024
8.464286	4.	.000496	.003348	.162162	132.	.000299	.986931	.771429	1200.	.002721	.877132
8.555555	6.	.000744	.002852	.166667	624.	.001415	.986632	.777778	180.	.000408	.874410
8.571428	2.	.000248	.002108	.176471	204.	.000463	.985216	.789474	1584.	.003592	.874002
8.785714	3.	.000372	.001860	.181818	180.	.000408	.984754	.794118	648.	.001470	.870410
8.793103	6.	.000744	.001488	.200000	204.	.000463	.984346	.800000	204.	.000463	.868941
9.000000	6.	.000744	.000744	.230769	1278.	.002898	.983883	.810811	804.	.001823	.868478
				.236842	1644.	.003728	.980985	.818182	1266.	.002871	.866655
				.243243	702.	.001592	.977257	.833333	330.	.000748	.863784
				.250000	1596.	.003619	.975665	.846154	1008.	.002286	.863035
				.257143	1296.	.002939	.972045	.868421	1260.	.002857	.860749
				.264706	552.	.001252	.969106	.870968	348.	.000789	.857892
				.272727	1458.	.003306	.967854	.882353	600.	.001361	.857103
				.290323	132.	.000299	.964548	.891892	534.	.001211	.855742
				.300000	1152.	.002612	.964249	.900000	1752.	.003973	.854531
				.315789	1083.	.002456	.961636	.909091	612.	.001388	.850558
				.324324	372.	.000844	.959180	.916667	1338.	.003034	.849170
				.333333	1770.	.004014	.958336	.942857	960.	.002177	.846136
				.352941	516.	.001170	.954323	.947368	1692.	.003837	.843959
				.363636	396.	.000898	.953152	.970588	444.	.001007	.840122
				.375000	348.	.000789	.952254	.972973	528.	.001197	.839115
				.384615	1377.	.003123	.951465	1.000000	7434.	.016859	.837917
				.394737	1224.	.002776	.948342	1.026316	2820.	.006395	.821059
				.400000	114.	.000259	.945567	1.054054	2424.	.005497	.814664
				.405405	978.	.002218	.945308	1.058824	690.	.001565	.809166
				.416667	822.	.001864	.943090	1.064516	120.	.000272	.807602
				.428571	984.	.002231	.941226	1.083333	1332.	.003021	.807330
				.441176	528.	.001197	.938995	1.090909	726.	.001646	.804309
				.454545	816.	.001851	.937797	1.100000	264.	.000599	.802662
				.473684	600.	.001361	.935947	1.114286	2088.	.004735	.802064
				.483871	270.	.000612	.934586	1.125000	546.	.001238	.797329
				.486486	216.	.000490	.933974	1.147059	1212.	.002749	.796090
				.500000	672.	.001524	.933484	1.153846	1998.	.004531	.793342
				.529412	348.	.000789	.931960	1.181818	1896.	.004300	.788811
				.538462	2610.	.005919	.931171	1.184211	1836.	.004164	.784511
				.545455	288.	.000653	.925252	1.200000	855.	.001939	.780348
				.552632	2304.	.005225	.924599	1.216216	1260.	.002857	.778409
				.567568	1824.	.004136	.919374	1.222222	78.	.000177	.775551
				.583333	1104.	.002504	.915237	1.250000	1224.	.002776	.775374
				.600000	2472.	.005606	.912734	1.258065	618.	.001401	.772599
				.617647	1008.	.002286	.907128	1.263158	711.	.001612	.771197
				.631579	426.	.000966	.904842	1.285714	1776.	.004028	.769585

TABLA 5: DISTRIBUCION NULA EXACTA DEL ESTADISTICO F* DE FRIEDMAN CON EMPATES PARA CUATRO TRATAMIENTOS

C = 4 N = 4				C = 4 N = 4				C = 4 N = 4			
Val.de F*	Frec.	Probab.	Prob.Acumu.	Val.de F*	Frec.	Probab.	Prob.Acumu.	Val.de F*	Frec.	Probab.	Prob.Acumu.
1.297297	336.	.000762	.765557	1.941176	612.	.001388	.623524	2.605263	2484.	.005633	.490872
1.300000	576.	.001306	.764795	1.971429	1440.	.003266	.622136	2.612903	228.	.000517	.485239
1.307692	1899.	.004307	.763489	1.973684	2568.	.005824	.618870	2.625000	564.	.001279	.484722
1.323529	768.	.001742	.759182	2.000000	1635.	.003708	.613047	2.636364	288.	.000653	.483443
1.333333	798.	.001810	.757441	2.027027	1971.	.004470	.609339	2.657143	1872.	.004245	.482790
1.342105	2136.	.004844	.755631	2.029412	456.	.001034	.604869	2.666667	600.	.001361	.478544
1.363636	1794.	.004068	.750787	2.032258	276.	.000626	.603835	2.675676	1200.	.002721	.477184
1.378378	1044.	.002368	.746719	2.052632	990.	.002245	.603209	2.684211	1896.	.004300	.474462
1.411765	186.	.000422	.744351	2.076923	2412.	.005470	.600964	2.692308	918.	.002082	.470163
1.416667	2226.	.005048	.743929	2.083333	1332.	.003021	.595494	2.700000	1668.	.003783	.468081
1.421053	2106.	.004776	.738881	2.090909	1566.	.003551	.592473	2.735294	888.	.002014	.464298
1.451613	162.	.000367	.734105	2.100000	1968.	.004463	.588922	2.750000	2532.	.005742	.462285
1.454545	264.	.000599	.733738	2.108108	480.	.001089	.584459	2.756757	408.	.000925	.456542
1.457143	1224.	.002776	.733139	2.111111	156.	.000354	.583370	2.763158	1032.	.002340	.455617
1.459459	360.	.000816	.730363	2.117647	90.	.000204	.583017	2.800000	168.	.000381	.453277
1.461538	2250.	.005103	.729547	2.131579	3384.	.007674	.582813	2.806452	60.	.000136	.452896
1.500000	7134.	.016178	.724444	2.142857	1686.	.003823	.575138	2.818182	1356.	.003075	.452760
1.540541	1350.	.003062	.708266	2.166667	228.	.000517	.571315	2.823529	54.	.000122	.449685
1.545455	1026.	.002327	.705205	2.181818	150.	.000340	.570798	2.828571	1416.	.003211	.449562
1.578947	1188.	.002694	.702878	2.189189	1152.	.002612	.570458	2.833333	1230.	.002789	.446351
1.583333	2400.	.005443	.700184	2.205882	996.	.002259	.567845	2.837838	480.	.001089	.443562
1.588235	552.	.001252	.694741	2.210526	1932.	.004381	.565587	2.842105	1290.	.002925	.442473
1.600000	264.	.000599	.693489	2.225806	144.	.000327	.561205	2.846154	2718.	.006164	.439548
1.615385	1728.	.003919	.692891	2.230769	513.	.001163	.560879	2.900000	168.	.000381	.433384
1.621622	420.	.000952	.688972	2.250000	3672.	.008327	.559715	2.909091	60.	.000136	.433003
1.628571	2028.	.004599	.688019	2.270270	744.	.001687	.551388	2.911765	720.	.001633	.432867
1.636364	708.	.001606	.683420	2.272727	1206.	.002735	.549701	2.916667	1134.	.002572	.431234
1.645161	336.	.000762	.681815	2.289474	660.	.001497	.546966	2.918919	360.	.000816	.428662
1.657895	1476.	.003347	.681053	2.294118	360.	.000816	.545469	2.921053	2112.	.004790	.427846
1.666667	2178.	.004939	.677706	2.300000	240.	.000544	.544653	3.000000	8842.	.020052	.423056
1.676471	1020.	.002313	.672766	2.314286	2184.	.004953	.544108	3.078947	948.	.002150	.403005
1.700000	420.	.000952	.670453	2.333333	2670.	.006055	.539155	3.081081	240.	.000544	.400855
1.702703	1206.	.002735	.669501	2.351351	462.	.001048	.533100	3.083333	1032.	.002340	.400311
1.727273	2091.	.004742	.666766	2.363636	420.	.000952	.532053	3.088235	360.	.000816	.397970
1.736842	1080.	.002449	.662024	2.382353	924.	.002095	.531100	3.090909	600.	.001361	.397154
1.750000	1002.	.002272	.659575	2.384615	2754.	.006245	.529005	3.100000	384.	.000871	.395793
1.764706	594.	.001347	.657302	2.400000	345.	.000782	.522759	3.153846	828.	.001878	.394922
1.769231	1692.	.003837	.655955	2.416667	324.	.000735	.521977	3.157895	594.	.001347	.393045
1.783784	432.	.000980	.652118	2.419355	432.	.000980	.521242	3.162162	516.	.001170	.391698
1.800000	1896.	.004300	.651139	2.447368	2184.	.004953	.520263	3.166667	324.	.000735	.390527
1.815789	1236.	.002803	.646839	2.454545	2280.	.005171	.515310	3.171429	1512.	.003429	.389793
1.818182	456.	.001034	.644036	2.470588	822.	.001864	.510139	3.176471	312.	.000708	.386364
1.833333	444.	.001007	.643002	2.485714	336.	.000762	.508275	3.181818	702.	.001592	.385656
1.838710	216.	.000490	.641995	2.500000	492.	.001116	.507513	3.193548	354.	.000803	.384064
1.852941	612.	.001388	.641505	2.513514	1764.	.004000	.506397	3.200000	66.	.000150	.383261
1.864865	1104.	.002504	.640117	2.526316	384.	.000871	.502397	3.236842	936.	.002123	.383112
1.875000	372.	.000844	.637614	2.538461	2394.	.005429	.501526	3.243243	312.	.000708	.380989
1.894737	672.	.001524	.636770	2.545455	708.	.001606	.496097	3.250000	654.	.001483	.380282
1.900000	360.	.000816	.635246	2.555556	120.	.000272	.494491	3.264706	804.	.001823	.378798
1.909091	1062.	.002408	.634430	2.558824	264.	.000599	.494219	3.272727	546.	.001238	.376975
1.916667	822.	.001864	.632021	2.583333	960.	.002177	.493621	3.300000	816.	.001851	.375737
1.923077	2925.	.006633	.630157	2.600000	252.	.000571	.491444	3.307692	1818.	.004123	.373886

TABLA 5: DISTRIBUCION NULA EXACTA DEL ESTADISTICO F* DE FRIEDMAN CON EMPATES PARA CUATRO TRATAMIENTOS

C = 4 N = 4				C = 4 N = 4				C = 4 N = 4			
Val.de F*	Frec.	Probab.	Prob.Acumu.	Val.de F*	Frec.	Probab.	Prob.Acumu.	Val.de F*	Frec.	Probab.	Prob.Acumu.
3.315789	1116.	.002531	.369764	3.923077	666.	.001510	.283057	4.657895	612.	.001388	.208352
3.324324	402.	.000912	.367233	3.947368	660.	.001497	.281547	4.676471	336.	.000762	.206964
3.333333	666.	.001510	.366321	3.967742	120.	.000272	.280050	4.692307	900.	.002041	.206202
3.342857	456.	.001034	.364811	3.970588	552.	.001252	.279778	4.700000	240.	.000544	.204161
3.352941	300.	.000680	.363777	3.972973	437.	.000991	.278526	4.702703	504.	.001143	.203617
3.363636	1170.	.002653	.363096	4.000000	970.	.002200	.277535	4.714286	1212.	.002749	.202474
3.375000	354.	.000803	.360443	4.026316	600.	.001361	.275336	4.727273	384.	.000871	.199726
3.387097	84.	.000190	.359640	4.028572	888.	.002014	.273975	4.736842	582.	.001320	.198855
3.394737	2196.	.004980	.359450	4.054054	132.	.000299	.271961	4.741935	198.	.000449	.197535
3.400000	300.	.000680	.354470	4.076923	756.	.001714	.271662	4.750000	1044.	.002368	.197086
3.405406	552.	.001252	.353789	4.083333	1716.	.003892	.269947	4.764706	204.	.000463	.194718
3.416667	948.	.002150	.352538	4.090909	1098.	.002490	.266056	4.777778	96.	.000218	.194256
3.441176	348.	.000789	.350388	4.100000	96.	.000218	.263566	4.783784	342.	.000776	.194038
3.444444	120.	.000272	.349598	4.105263	1101.	.002497	.263348	4.800000	262.	.000594	.193262
3.454545	312.	.000708	.349326	4.125000	144.	.000327	.260851	4.815790	996.	.002259	.192668
3.461539	1971.	.004470	.348619	4.135135	246.	.000558	.260525	4.818182	456.	.001034	.190410
3.473684	474.	.001075	.344149	4.147059	528.	.001197	.259967	4.833333	120.	.000272	.189375
3.486486	972.	.002204	.343074	4.161290	144.	.000327	.258769	4.846154	1128.	.002558	.189103
3.500000	388.	.000880	.340870	4.166667	552.	.001252	.258443	4.852941	492.	.001116	.186545
3.514286	504.	.001143	.339990	4.184210	840.	.001905	.257191	4.864865	180.	.000408	.185429
3.529412	156.	.000354	.338847	4.200000	1056.	.002395	.255286	4.875000	312.	.000708	.185021
3.545455	630.	.001429	.338493	4.216216	480.	.001089	.252891	4.885714	552.	.001252	.184314
3.552632	1728.	.003919	.337065	4.230769	1674.	.003796	.251803	4.900000	144.	.000327	.183062
3.567568	204.	.000463	.333146	4.235294	102.	.000231	.248007	4.909091	240.	.000544	.182735
3.580645	408.	.000925	.332683	4.250000	744.	.001687	.247775	4.916667	480.	.001089	.182191
3.583333	1518.	.003442	.331758	4.263158	504.	.001143	.246088	4.935484	60.	.000136	.181103
3.600000	618.	.001401	.328315	4.272727	840.	.001905	.244945	4.945946	687.	.001558	.180967
3.615385	1314.	.002980	.326914	4.297297	486.	.001102	.243040	4.973684	1140.	.002585	.179409
3.617647	288.	.000653	.323934	4.300000	300.	.000680	.241938	5.000000	2196.	.004980	.176823
3.636364	192.	.000435	.323281	4.323529	504.	.001143	.241258	5.029412	240.	.000544	.171843
3.648649	1086.	.002463	.322846	4.333333	1678.	.003805	.240115	5.052631	207.	.000469	.171299
3.666667	711.	.001612	.320383	4.342105	1284.	.002912	.236309	5.057143	564.	.001279	.170830
3.685714	1392.	.003157	.318770	4.354839	294.	.000667	.233398	5.083333	384.	.000871	.169551
3.700000	384.	.000871	.315614	4.363636	204.	.000463	.232731	5.100000	492.	.001116	.168680
3.705882	324.	.000735	.314743	4.371428	576.	.001306	.232268	5.108108	648.	.001470	.167564
3.710526	1296.	.002939	.314008	4.378378	156.	.000354	.230962	5.117647	312.	.000708	.166094
3.727273	504.	.001143	.311069	4.384615	942.	.002136	.230608	5.129032	84.	.000190	.165387
3.750000	1504.	.003411	.309926	4.400000	48.	.000109	.228472	5.131579	516.	.001170	.165196
3.769231	1332.	.003021	.306515	4.411765	180.	.000408	.228363	5.153846	990.	.002245	.164026
3.774194	42.	.000095	.303495	4.416667	384.	.000871	.227955	5.181818	528.	.001197	.161781
3.789474	366.	.000830	.303399	4.454545	672.	.001524	.227084	5.200000	120.	.000272	.160584
3.794118	732.	.001660	.302569	4.459459	1006.	.002281	.225560	5.205883	168.	.000381	.160312
3.810811	840.	.001905	.300909	4.500000	2592.	.005878	.223279	5.210526	588.	.001333	.159931
3.818182	552.	.001252	.299004	4.538462	684.	.001551	.217401	5.222222	48.	.000109	.158597
3.857143	1314.	.002980	.297753	4.542857	432.	.000980	.215849	5.228571	432.	.000980	.158488
3.868421	1728.	.003919	.294773	4.545455	204.	.000463	.214870	5.250000	814.	.001846	.157509
3.882353	174.	.000395	.290854	4.548387	78.	.000177	.214407	5.272727	126.	.000286	.155663
3.888889	48.	.000109	.290459	4.578948	834.	.001891	.214230	5.272727	336.	.000762	.155377
3.891892	240.	.000544	.290351	4.583333	540.	.001225	.212339	5.289474	1308.	.002966	.154615
3.900000	1284.	.002912	.289806	4.588235	426.	.000966	.211114	5.294117	222.	.000503	.151649
3.909091	1092.	.002476	.286894	4.621622	468.	.001061	.210148	5.300000	144.	.000327	.151145
3.916667	600.	.001361	.284418	4.636364	324.	.000735	.209087	5.307693	738.	.001674	.150819

TABLA 5: DISTRIBUCION NULA EXACTA DEL ESTADISTICO F* DE FRIEDMAN CON EMPATES PARA CUATRO TRATAMIENTOS

C = 4 N = 4				C = 4 N = 4				C = 4 N = 4			
Val.de F*	Frec.	Probab.	Prob.Acumu.	Val.de F*	Frec.	Probab.	Prob.Acumu.	Val.de F*	Frec.	Probab.	Prob.Acumu.
5.322581	84.	.000190	.149145	6.000000	1418.	.003216	.105177	6.648649	132.	.000299	.070834
5.333333	279.	.000633	.148955	6.076923	522.	.001184	.101962	6.666667	162.	.000367	.070535
5.351351	96.	.000218	.148322	6.078948	276.	.000626	.100778	6.677419	66.	.000150	.070167
5.363636	504.	.001143	.148104	6.081081	234.	.000531	.100152	6.692307	492.	.001116	.070018
5.368421	420.	.000952	.146961	6.083333	792.	.001796	.099621	6.700000	108.	.000245	.068902
5.382353	336.	.000762	.146009	6.085714	228.	.000517	.097825	6.705883	162.	.000367	.068657
5.400000	1020.	.002313	.145247	6.088235	156.	.000354	.097308	6.710526	408.	.000925	.068290
5.416667	438.	.000993	.142934	6.090909	438.	.000993	.096954	6.727273	36.	.000082	.067364
5.432433	552.	.001252	.141940	6.096774	72.	.000163	.095961	6.729730	168.	.000381	.067283
5.447369	540.	.001225	.140688	6.100000	96.	.000218	.095798	6.750000	324.	.000735	.066902
5.454545	168.	.000381	.139464	6.111111	84.	.000190	.095580	6.771429	312.	.000708	.066167
5.461538	342.	.000776	.139083	6.162162	192.	.000435	.095390	6.789474	96.	.000218	.065459
5.500000	744.	.001687	.138307	6.166667	36.	.000082	.094954	6.794117	96.	.000218	.065242
5.513514	168.	.000381	.136620	6.176471	180.	.000408	.094873	6.800000	42.	.000095	.065024
5.516129	108.	.000245	.136239	6.181818	144.	.000327	.094464	6.810811	72.	.000163	.064929
5.526316	384.	.000871	.135994	6.230769	501.	.001136	.094138	6.818182	408.	.000925	.064765
5.545455	384.	.000871	.135123	6.236842	264.	.000599	.093002	6.833333	372.	.000844	.063840
5.558824	276.	.000626	.134253	6.243243	330.	.000748	.092403	6.846154	378.	.000857	.062997
5.571429	212.	.000481	.133627	6.250000	780.	.001769	.091655	6.868421	432.	.000980	.062139
5.583333	906.	.002055	.133146	6.257143	552.	.001252	.089886	6.870968	18.	.000041	.061160
5.594594	450.	.001021	.131091	6.264706	96.	.000218	.088634	6.891892	350.	.000794	.061119
5.605263	300.	.000680	.130071	6.272727	396.	.000898	.088416	6.900000	264.	.000599	.060325
5.615385	1152.	.002612	.129390	6.290323	30.	.000068	.087518	6.909091	54.	.000122	.059726
5.625000	120.	.000272	.126778	6.300000	336.	.000762	.087450	6.916667	450.	.001021	.059604
5.647059	30.	.000068	.126506	6.315790	150.	.000340	.086688	6.942857	216.	.000490	.058584
5.666667	650.	.001474	.126438	6.333333	630.	.001429	.086348	6.947369	192.	.000435	.058094
5.675676	168.	.000381	.124964	6.352941	36.	.000082	.084919	6.970588	60.	.000136	.057658
5.684210	222.	.000503	.124583	6.363636	48.	.000109	.084838	6.972973	48.	.000109	.057522
5.700000	592.	.001343	.124079	6.375000	96.	.000218	.084729	7.000000	814.	.001846	.057413
5.709677	48.	.000109	.122737	6.384615	342.	.000776	.084511	7.026316	288.	.000653	.055567
5.727273	960.	.002177	.122628	6.394737	468.	.001061	.083735	7.054054	246.	.000558	.054914
5.735294	144.	.000327	.120451	6.400000	18.	.000041	.082674	7.058824	24.	.000054	.054356
5.742857	648.	.001470	.120124	6.405406	314.	.000712	.082633	7.064516	120.	.000272	.054302
5.750000	232.	.000526	.118655	6.416667	228.	.000517	.081921	7.083333	144.	.000327	.054030
5.756757	150.	.000340	.118129	6.428571	408.	.000925	.081404	7.100000	48.	.000109	.053703
5.763158	1152.	.002612	.117788	6.441176	336.	.000762	.080479	7.105263	306.	.000694	.053594
5.769231	522.	.001184	.115176	6.454545	126.	.000286	.079717	7.114286	240.	.000544	.052900
5.800000	120.	.000272	.113992	6.473684	684.	.001551	.079431	7.125000	114.	.000259	.052356
5.818182	36.	.000082	.113720	6.483871	72.	.000163	.077880	7.147059	84.	.000190	.052098
5.823529	132.	.000299	.113638	6.486486	48.	.000109	.077717	7.153846	240.	.000544	.051907
5.833333	132.	.000299	.113339	6.500000	60.	.000136	.077608	7.166667	18.	.000041	.051363
5.837838	108.	.000245	.113040	6.529412	48.	.000109	.077472	7.181818	324.	.000735	.051322
5.842105	192.	.000435	.112795	6.538462	459.	.001041	.077363	7.184210	432.	.000980	.050587
5.900000	84.	.000190	.112359	6.545455	126.	.000286	.076322	7.200000	90.	.000204	.049608
5.903226	84.	.000190	.112169	6.552631	600.	.001361	.076036	7.216216	180.	.000408	.049404
5.909091	126.	.000286	.111978	6.555555	30.	.000068	.074676	7.235294	120.	.000272	.048995
5.911765	396.	.000898	.111693	6.567567	288.	.000653	.074608	7.250000	296.	.000671	.048723
5.914286	384.	.000871	.110795	6.583333	156.	.000354	.073955	7.258065	24.	.000054	.048052
5.916667	150.	.000340	.109924	6.600000	500.	.001134	.073601	7.263158	210.	.000476	.047998
5.918919	563.	.001277	.109584	6.617647	144.	.000327	.072467	7.272727	36.	.000082	.047521
5.921052	696.	.001578	.108307	6.631579	234.	.000531	.072140	7.285714	204.	.000463	.047440
5.923077	684.	.001551	.106728	6.636364	342.	.000776	.071610	7.297297	96.	.000218	.046977

TABLA 5: DISTRIBUCION NULA EXACTA DEL ESTADISTICO F* DE FRIEDMAN CON EMPATES PARA CUATRO TRATAMIENTOS

C = 4 N = 4				C = 4 N = 4				C = 4 N = 4			
Val.de F*	Frec.	Probab.	Prob.Acumu.	Val.de F*	Frec.	Probab.	Prob.Acumu.	Val.de F*	Frec.	Probab.	Prob.Acumu.
7.300000	84.	.000190	.046759	8.000000	117.	.000265	.028052	8.666667	36.	.000082	.015496
7.307693	126.	.000286	.046569	8.027027	48.	.000109	.027787	8.675675	48.	.000109	.015414
7.323529	108.	.000245	.046283	8.029411	108.	.000245	.027678	8.692307	81.	.000184	.015305
7.333333	222.	.000503	.046038	8.032258	12.	.000027	.027433	8.700000	36.	.000082	.015122
7.342105	324.	.000735	.045535	8.052631	120.	.000272	.027406	8.727273	24.	.000054	.015040
7.363636	204.	.000463	.044800	8.076923	78.	.000177	.027134	8.735294	12.	.000027	.014985
7.378378	192.	.000435	.044337	8.083333	300.	.000680	.026957	8.750000	144.	.000327	.014958
7.400000	36.	.000082	.043902	8.090909	90.	.000204	.026277	8.756757	24.	.000054	.014632
7.411765	66.	.000150	.043820	8.100000	228.	.000517	.026073	8.763158	144.	.000327	.014577
7.416667	204.	.000463	.043671	8.108109	72.	.000163	.025556	8.777778	12.	.000027	.014251
7.444445	18.	.000041	.043208	8.117647	36.	.000082	.025392	8.800000	24.	.000054	.014224
7.451613	84.	.000190	.043167	8.131579	276.	.000626	.025311	8.806452	12.	.000027	.014169
7.454545	96.	.000218	.042977	8.142858	44.	.000100	.024685	8.818182	132.	.000299	.014142
7.457143	252.	.000571	.042759	8.166667	132.	.000299	.024585	8.823529	90.	.000204	.013843
7.459459	48.	.000109	.042187	8.181818	60.	.000136	.024286	8.828571	204.	.000463	.013638
7.461538	603.	.001367	.042079	8.189189	66.	.000150	.024150	8.833333	6.	.000014	.013176
7.500000	626.	.001420	.040711	8.200000	48.	.000109	.024000	8.837838	89.	.000202	.013162
7.540541	234.	.000531	.039292	8.205882	108.	.000245	.023891	8.842105	60.	.000136	.012960
7.545455	243.	.000551	.038761	8.210526	30.	.000068	.023646	8.846154	198.	.000449	.012824
7.578948	48.	.000109	.038210	8.225806	36.	.000082	.023578	8.900000	12.	.000027	.012375
7.583333	228.	.000517	.038101	8.230769	72.	.000163	.023496	8.909091	36.	.000082	.012348
7.588235	36.	.000082	.037584	8.250000	324.	.000735	.023333	8.911765	12.	.000027	.012266
7.600000	78.	.000177	.037502	8.270270	24.	.000054	.022598	8.916667	48.	.000109	.012239
7.615385	270.	.000612	.037325	8.272727	84.	.000190	.022544	8.921053	60.	.000136	.012130
7.628572	144.	.000327	.036713	8.289474	216.	.000490	.022353	9.000000	743.	.001685	.011994
7.636364	72.	.000163	.036387	8.300000	60.	.000136	.021864	9.078947	156.	.000354	.010309
7.645161	12.	.000027	.036223	8.314285	216.	.000490	.021728	9.081081	24.	.000054	.009956
7.657895	468.	.001061	.036196	8.333333	236.	.000535	.021238	9.083333	24.	.000054	.009901
7.666667	216.	.000490	.035135	8.351352	254.	.000576	.020703	9.088235	108.	.000245	.009847
7.676471	132.	.000299	.034645	8.363636	36.	.000082	.020127	9.090909	18.	.000041	.009602
7.702703	84.	.000190	.034346	8.368421	120.	.000272	.020045	9.100000	12.	.000027	.009561
7.727273	78.	.000177	.034155	8.382353	12.	.000027	.019773	9.153846	54.	.000122	.009534
7.736842	192.	.000435	.033978	8.384615	252.	.000571	.019746	9.157895	48.	.000109	.009411
7.750000	160.	.000363	.033543	8.400000	68.	.000154	.019174	9.162162	30.	.000068	.009302
7.764706	18.	.000041	.033180	8.416667	60.	.000136	.019020	9.171429	48.	.000109	.009234
7.769231	171.	.000388	.033139	8.419354	24.	.000054	.018884	9.176471	12.	.000027	.009126
7.800000	144.	.000327	.032751	8.432432	24.	.000054	.018829	9.181818	18.	.000041	.009098
7.815790	312.	.000708	.032425	8.447369	84.	.000190	.018775	9.193548	6.	.000014	.009058
7.838710	42.	.000095	.031717	8.454545	168.	.000381	.018584	9.200000	36.	.000082	.009044
7.852941	60.	.000136	.031622	8.485714	252.	.000571	.018203	9.222222	6.	.000014	.008962
7.864865	269.	.000610	.031486	8.500000	72.	.000163	.017632	9.236842	168.	.000381	.008949
7.875000	36.	.000082	.030876	8.513514	24.	.000054	.017469	9.243243	12.	.000027	.008568
7.888889	12.	.000027	.030794	8.526316	228.	.000517	.017414	9.250000	80.	.000181	.008540
7.894737	177.	.000401	.030767	8.538462	150.	.000340	.016897	9.264706	12.	.000027	.008359
7.900000	72.	.000163	.030366	8.558824	108.	.000245	.016557	9.272727	24.	.000054	.008332
7.909091	204.	.000463	.030202	8.583333	36.	.000082	.016312	9.300000	88.	.000200	.008277
7.916667	18.	.000041	.029740	8.594595	60.	.000136	.016230	9.307693	54.	.000122	.008078
7.923077	486.	.001102	.029699	8.605263	108.	.000245	.016094	9.315789	48.	.000109	.007955
7.941176	48.	.000109	.028597	8.612904	24.	.000054	.015850	9.324325	78.	.000177	.007847
7.945946	24.	.000054	.028488	8.625000	36.	.000082	.015795	9.333333	36.	.000082	.007670
7.971428	96.	.000218	.028433	8.647058	24.	.000054	.015713	9.342857	72.	.000163	.007588
7.973684	72.	.000163	.028216	8.657143	72.	.000163	.015659	9.352942	36.	.000082	.007425

TABLA 5: DISTRIBUCION NULA EXACTA DEL ESTADISTICO F* DE FRIEDMAN CON EMPATES PARA CUATRO TRATAMIENTOS

C = 4 N = 4				C = 4 N = 4				C = 4 N = 4			
Val.de F*	Frec.	Probab.	Prob.Acumu.	Val.de F*	Frec.	Probab.	Prob.Acumu.	Val.de F*	Frec.	Probab.	Prob.Acumu.
9.363636	90.	.000204	.007343	10.135130	36.	.000082	.002857	11.769230	9.	.000020	.000034
9.375000	18.	.000041	.007139	10.147060	24.	.000054	.002776	12.000000	6.	.000014	.000014
9.387096	30.	.000068	.007098	10.200000	16.	.000036	.002721				
9.394737	36.	.000082	.007030	10.230770	108.	.000245	.002685				
9.416667	72.	.000163	.006948	10.235290	6.	.000014	.002440				
9.441176	24.	.000054	.006785	10.250000	24.	.000054	.002427				
9.461538	90.	.000204	.006731	10.263160	66.	.000150	.002372				
9.486486	42.	.000095	.006527	10.272730	18.	.000041	.002222				
9.514286	72.	.000163	.006431	10.297300	40.	.000091	.002182				
9.529411	42.	.000095	.006268	10.323530	12.	.000027	.002091				
9.545455	96.	.000218	.006173	10.333330	36.	.000082	.002064				
9.552631	108.	.000245	.005955	10.342100	36.	.000082	.001982				
9.567568	12.	.000027	.005710	10.384610	12.	.000027	.001900				
9.583333	84.	.000190	.005683	10.411770	12.	.000027	.001873				
9.600000	15.	.000034	.005493	10.416670	18.	.000041	.001846				
9.615385	27.	.000061	.005459	10.421050	66.	.000150	.001805				
9.617647	24.	.000054	.005397	10.454550	18.	.000041	.001655				
9.631579	6.	.000014	.005343	10.459460	24.	.000054	.001615				
9.648648	36.	.000082	.005329	10.500000	42.	.000095	.001560				
9.666667	46.	.000104	.005248	10.538460	18.	.000041	.001465				
9.685715	24.	.000054	.005143	10.542860	36.	.000082	.001424				
9.700000	12.	.000027	.005089	10.548390	12.	.000027	.001343				
9.710526	24.	.000054	.005062	10.636360	36.	.000082	.001315				
9.727273	36.	.000082	.005007	10.657900	48.	.000109	.001234				
9.750000	102.	.000231	.004926	10.666670	12.	.000027	.001125				
9.769231	72.	.000163	.004694	10.676470	12.	.000027	.001098				
9.774194	12.	.000027	.004531	10.692310	36.	.000082	.001070				
9.789474	36.	.000082	.004504	10.714290	2.	.000005	.000989				
9.794118	12.	.000027	.004422	10.736840	24.	.000054	.000984				
9.800000	12.	.000027	.004395	10.783780	38.	.000086	.000930				
9.810811	18.	.000041	.004368	10.800000	21.	.000048	.000844				
9.818182	36.	.000082	.004327	10.833330	30.	.000068	.000796				
9.833333	12.	.000027	.004245	10.846150	24.	.000054	.000728				
9.857142	60.	.000136	.004218	10.885710	24.	.000054	.000674				
9.868421	48.	.000109	.004082	10.894740	36.	.000082	.000619				
9.882353	12.	.000027	.003973	10.916670	18.	.000041	.000537				
9.891891	12.	.000027	.003946	10.941180	12.	.000027	.000497				
9.900000	72.	.000163	.003919	11.000000	42.	.000095	.000469				
9.909091	18.	.000041	.003755	11.100000	12.	.000027	.000374				
9.916667	18.	.000041	.003715	11.108110	12.	.000027	.000347				
9.923077	54.	.000122	.003674	11.153850	27.	.000061	.000320				
9.967742	12.	.000027	.003551	11.181820	12.	.000027	.000259				
9.972973	18.	.000041	.003524	11.250000	16.	.000036	.000231				
10.000000	6.	.000014	.003483	11.270270	12.	.000027	.000195				
10.026320	36.	.000082	.003470	11.333330	6.	.000014	.000168				
10.028570	48.	.000109	.003388	11.368420	9.	.000020	.000154				
10.054050	24.	.000054	.003279	11.432430	6.	.000014	.000134				
10.058820	12.	.000027	.003225	11.447370	12.	.000027	.000120				
10.083330	66.	.000150	.003198	11.500000	8.	.000018	.000093				
10.090910	54.	.000122	.003048	11.526320	6.	.000014	.000075				
10.105260	18.	.000041	.002925	11.684210	9.	.000020	.000061				
10.125000	12.	.000027	.002885	11.756760	3.	.000007	.000041				

TABLA 6: DISTRIBUCION NULA EXACTA DEL ESTADISTICO F* DE FRIEDMAN CON EMPATES PARA CINCO TRATAMIENTOS

C = 5 N = 2				C = 5 N = 2				C = 5 N = 2			
Val.de F*	Frec.	Probab.	Prob.Acumu.	Val.de F*	Frec.	Probab.	Prob.Acumu.	Val.de F*	Frec.	Probab.	Prob.Acumu.
.000000	6.	.004068	1.000000	2.631579	4.	.002712	.716610	5.157895	30.	.020339	.317966
.102564	4.	.002712	.995933	2.666667	4.	.002712	.713898	5.200000	10.	.006780	.297627
.210526	8.	.005424	.993221	2.769231	4.	.002712	.711187	5.230769	4.	.002712	.290847
.315789	8.	.005424	.987797	2.800000	10.	.006780	.708475	5.333333	4.	.002712	.288136
.342857	6.	.004068	.982373	2.842105	28.	.018983	.701695	5.368421	8.	.005424	.285424
.400000	4.	.002712	.978306	2.857143	12.	.008136	.682712	5.371428	22.	.014915	.280000
.421053	3.	.002034	.975594	2.947368	16.	.010847	.674576	5.379310	4.	.002712	.265085
.444444	3.	.002034	.973560	3.000000	10.	.006780	.663729	5.435897	12.	.008136	.262373
.500000	1.	.000678	.971526	3.052632	16.	.010847	.656949	5.473684	8.	.005424	.254237
.512821	6.	.004068	.970848	3.085714	16.	.010847	.646102	5.538462	8.	.005424	.248814
.571429	4.	.002712	.966780	3.111111	8.	.005424	.635254	5.578948	10.	.006780	.243390
.717949	6.	.004068	.964068	3.179487	14.	.009492	.629831	5.600000	4.	.002712	.236610
.736842	4.	.002712	.960001	3.200000	6.	.004068	.620339	5.641026	8.	.005424	.233898
.800000	15.	.010169	.957289	3.310345	4.	.002712	.616271	5.777778	7.	.004746	.228475
.842105	12.	.008136	.947119	3.368421	12.	.008136	.613559	5.828571	6.	.004068	.223729
.888889	2.	.001356	.938984	3.384615	10.	.006780	.605424	5.846154	6.	.004068	.219661
.923077	4.	.002712	.937628	3.473684	16.	.010847	.598644	6.000000	44.	.029831	.215593
.947368	18.	.012203	.934916	3.500000	12.	.008136	.587797	6.057143	4.	.002712	.185763
1.000000	6.	.004068	.922712	3.542857	2.	.001356	.579661	6.068965	4.	.002712	.183051
1.128205	4.	.002712	.918645	3.555556	4.	.002712	.578305	6.105263	14.	.009492	.180339
1.157895	4.	.002712	.915933	3.578947	6.	.004068	.575593	6.210526	16.	.010847	.170847
1.200000	6.	.004068	.913221	3.589744	8.	.005424	.571525	6.256410	10.	.006780	.160000
1.241379	6.	.004068	.909153	3.600000	10.	.006780	.566102	6.285714	12.	.008136	.153220
1.257143	4.	.002712	.905085	3.684211	8.	.005424	.559322	6.315790	4.	.002712	.145085
1.263158	6.	.004068	.902373	3.771429	8.	.005424	.553898	6.400000	7.	.004746	.142373
1.333333	18.	.012203	.898306	3.789474	3.	.002034	.548475	6.421052	2.	.001356	.137627
1.368421	4.	.002712	.886102	3.794872	12.	.008136	.546441	6.461538	4.	.002712	.136271
1.473684	12.	.008136	.883390	3.894737	20.	.013559	.538305	6.500000	6.	.004068	.133559
1.485714	4.	.002712	.875255	4.000000	68.	.046102	.524746	6.514286	4.	.002712	.129492
1.500000	12.	.008136	.872543	4.105263	24.	.016271	.478644	6.526316	8.	.005424	.126780
1.538462	4.	.002712	.864407	4.205128	12.	.008136	.462373	6.631579	8.	.005424	.121356
1.578947	4.	.002712	.861695	4.210526	4.	.002712	.454237	6.666667	18.	.012203	.115932
1.600000	7.	.004746	.858983	4.228571	8.	.005424	.451525	6.736842	7.	.004746	.103729
1.684211	3.	.002034	.854238	4.315790	6.	.004068	.446102	6.742857	4.	.002712	.098983
1.714286	12.	.008136	.852204	4.400000	10.	.006780	.442034	6.758621	6.	.004068	.096271
1.743590	10.	.006780	.844068	4.410256	8.	.005424	.435254	6.800000	6.	.004068	.092203
1.789474	16.	.010847	.837288	4.421052	12.	.008136	.429830	6.842105	4.	.002712	.088136
1.894737	18.	.012203	.826441	4.444445	4.	.002712	.421695	6.871795	4.	.002712	.085424
1.931034	4.	.002712	.814238	4.457143	2.	.001356	.418983	7.000000	6.	.004068	.082712
1.942857	4.	.002712	.811526	4.500000	15.	.010169	.417627	7.052631	20.	.013559	.078644
2.000000	33.	.022373	.808814	4.526316	16.	.010847	.407458	7.076923	4.	.002712	.065085
2.153846	6.	.004068	.786441	4.615385	10.	.006780	.396610	7.111111	2.	.001356	.062373
2.171429	6.	.004068	.782373	4.631579	12.	.008136	.389830	7.157895	8.	.005424	.061017
2.222222	7.	.004746	.778305	4.689655	4.	.002712	.381695	7.200000	15.	.010169	.055593
2.358974	8.	.005424	.773560	4.800000	6.	.004068	.378983	7.263158	4.	.002712	.045424
2.400000	4.	.002712	.768136	4.820513	14.	.009492	.374915	7.282051	6.	.004068	.042712
2.421053	12.	.008136	.765424	4.888889	8.	.005424	.365424	7.428571	4.	.002712	.038644
2.461539	8.	.005424	.757288	4.914286	16.	.010847	.360000	7.487179	6.	.004068	.035932
2.526316	14.	.009492	.751865	4.947369	12.	.008136	.349152	7.500000	2.	.001356	.031864
2.564103	12.	.008136	.742373	5.000000	6.	.004068	.341017	7.555555	3.	.002034	.030508
2.620690	4.	.002712	.734237	5.052631	16.	.010847	.336949	7.578948	6.	.004068	.028475
2.628572	22.	.014915	.731526	5.142857	12.	.008136	.326102	7.600000	4.	.002712	.024407

TABLA 6: DISTRIBUCION NULA EXACTA DEL ESTADISTICO F* DE FRIEDMAN CON EMPATES PARA CINCO TRATAMIENTOS

c = 5 N = 2				c = 5 N = 3				c = 5 N = 3			
Val.de F*	Frec.	Probab.	Prob.Acumu.	Val.de F*	Frec.	Probab.	Prob.Acumu.	Val.de F*	Frec.	Probab.	Prob.Acumu.
7.657143	6.	.004068	.021695	.000000	38.	.000094	1.000000	.500000	14.	.000035	.982505
7.684210	6.	.004068	.017627	.067797	48.	.000119	.999906	.509091	272.	.000672	.982471
7.789474	6.	.004068	.013559	.068966	40.	.000099	.999788	.518519	544.	.001343	.981799
7.897436	4.	.002712	.009492	.070175	84.	.000207	.999689	.533333	240.	.000593	.980456
8.000000	10.	.006780	.006780	.072727	56.	.000138	.999481	.549020	232.	.000573	.979863
				.074074	76.	.000188	.999343	.551724	340.	.000840	.979290
				.083333	8.	.000020	.999155	.561404	462.	.001141	.978450
				.088889	8.	.000020	.999136	.571429	372.	.000919	.977309
				.111111	6.	.000015	.999116	.583333	176.	.000435	.976391
				.137931	54.	.000133	.999101	.592593	596.	.001472	.975956
				.140351	48.	.000119	.998968	.610169	456.	.001126	.974484
				.148148	120.	.000296	.998849	.615385	78.	.000193	.973358
				.160000	20.	.000030	.998553	.620690	212.	.000524	.973165
				.163265	20.	.000049	.998523	.622222	68.	.000168	.972642
				.166667	12.	.000030	.998474	.631579	788.	.001946	.972474
				.173913	8.	.000020	.998444	.640000	40.	.000099	.970528
				.177778	24.	.000059	.998425	.653061	32.	.000079	.970429
				.190476	24.	.000059	.998365	.654545	340.	.000840	.970350
				.203390	228.	.000563	.998306	.666667	524.	.001294	.969510
				.206897	124.	.000306	.997743	.689655	228.	.000563	.968216
				.210526	238.	.000588	.997437	.695652	28.	.000069	.967653
				.218182	84.	.000207	.996849	.701754	532.	.001314	.967584
				.222222	120.	.000296	.996642	.705882	144.	.000356	.966270
				.235294	112.	.000277	.996345	.711111	64.	.000158	.965915
				.244898	20.	.000049	.996069	.740741	452.	.001116	.965757
				.250000	72.	.000178	.996019	.745763	696.	.001719	.964640
				.266667	178.	.000440	.995841	.750000	112.	.000277	.962922
				.275862	106.	.000262	.995402	.758621	556.	.001373	.962645
				.280702	498.	.001230	.995140	.761905	60.	.000148	.961272
				.285714	168.	.000415	.993910	.771930	672.	.001660	.961124
				.296296	180.	.000445	.993495	.800000	960.	.002371	.959464
				.307692	64.	.000158	.993051	.814815	816.	.002015	.957093
				.320000	24.	.000059	.992893	.816327	44.	.000109	.955078
				.333333	212.	.000524	.992833	.827586	436.	.001077	.954970
				.338983	360.	.000889	.992310	.833333	80.	.000198	.953893
				.344828	330.	.000815	.991421	.842105	750.	.001852	.953695
				.347826	16.	.000040	.990606	.857143	504.	.001245	.951843
				.350877	288.	.000711	.990566	.862745	276.	.000682	.950598
				.363636	244.	.000603	.989855	.869565	28.	.000069	.949917
				.370370	368.	.000909	.989252	.881356	1064.	.002628	.949848
				.380952	8.	.000020	.988344	.888889	628.	.001551	.947220
				.392157	120.	.000296	.988324	.896552	566.	.001398	.945669
				.408163	48.	.000119	.988028	.897959	116.	.000286	.944271
				.410256	16.	.000040	.987909	.912281	1812.	.004475	.943985
				.413793	108.	.000267	.987869	.916667	8.	.000020	.939510
				.421053	108.	.000267	.987603	.923077	168.	.000415	.939490
				.444444	128.	.000316	.987336	.945455	732.	.001808	.939075
				.474576	632.	.001561	.987020	.952381	44.	.000109	.937267
				.480000	20.	.000049	.985459	.960000	32.	.000079	.937159
				.482759	316.	.000780	.985410	.962963	964.	.002381	.937080
				.489796	36.	.000089	.984629	.965517	244.	.000603	.934699
				.491228	824.	.002035	.984540	.977778	12.	.000030	.934097

TABLA 6: DISTRIBUCION NULA EXACTA DEL ESTADISTICO F* DE FRIEDMAN CON EMPATES PARA CINCO TRATAMIENTOS

C = 5 N = 3				C = 5 N = 3				C = 5 N = 3			
Val.de F*	Frec.	Probab.	Prob.Acumu.	Val.de F*	Frec.	Probab.	Prob.Acumu.	Val.de F*	Frec.	Probab.	Prob.Acumu.
.979592	28.	.000069	.934067	1.469388	56.	.000138	.862612	1.931034	870.	.002149	.788257
.982456	400.	.000988	.933998	1.473684	716.	.001768	.862473	1.948718	78.	.000193	.786108
1.000000	352.	.000869	.933010	1.481481	988.	.002440	.860705	1.955556	80.	.000198	.785916
1.016949	792.	.001956	.932141	1.490196	618.	.001526	.858265	1.960784	384.	.000948	.785718
1.019608	216.	.000533	.930185	1.500000	72.	.000178	.856739	1.963636	644.	.001590	.784770
1.034483	600.	.001482	.929651	1.511111	124.	.000306	.856561	1.964912	1202.	.002968	.783180
1.037037	520.	.001284	.928169	1.517241	584.	.001442	.856255	1.966102	1416.	.003497	.780211
1.043478	24.	.000059	.926885	1.523810	84.	.000207	.854813	2.000000	2919.	.007209	.776714
1.052632	782.	.001931	.926826	1.527273	388.	.000958	.854605	2.035088	2364.	.005838	.769505
1.061224	52.	.000128	.924895	1.538462	307.	.000758	.853647	2.040816	100.	.000247	.763667
1.066667	430.	.001062	.924766	1.543860	1392.	.003438	.852889	2.044445	96.	.000237	.763420
1.083333	320.	.000790	.923704	1.555556	648.	.001600	.849451	2.068965	300.	.000741	.763183
1.090909	328.	.000810	.922914	1.559322	1712.	.004228	.847851	2.074074	1076.	.002657	.762442
1.103448	482.	.001190	.922104	1.565217	32.	.000079	.843623	2.080000	76.	.000188	.759785
1.111111	680.	.001679	.920914	1.583333	432.	.001067	.843544	2.083333	32.	.000079	.759597
1.120000	60.	.000148	.919234	1.586207	1152.	.002845	.842477	2.086957	32.	.000079	.759518
1.122807	860.	.002124	.919086	1.600000	292.	.000721	.839632	2.095238	168.	.000415	.759439
1.142857	686.	.001694	.916962	1.614035	1834.	.004529	.838911	2.101695	1076.	.002657	.759024
1.152542	1352.	.003339	.915268	1.629630	848.	.002094	.834382	2.105263	572.	.001413	.756367
1.155556	152.	.000375	.911929	1.632653	68.	.000168	.832287	2.109091	872.	.002153	.754954
1.166667	88.	.000217	.911554	1.647059	112.	.000277	.832120	2.117647	420.	.001037	.752801
1.172414	1012.	.002499	.911337	1.655172	256.	.000632	.831843	2.122449	40.	.000099	.751764
1.176471	320.	.000790	.908837	1.666667	228.	.000563	.831211	2.133333	698.	.001724	.751665
1.185185	1038.	.002563	.908047	1.672727	812.	.002005	.830648	2.137931	764.	.001887	.749941
1.192982	1284.	.003171	.905484	1.684211	828.	.002045	.828642	2.148148	844.	.002084	.748054
1.217391	44.	.000109	.902313	1.688889	20.	.000049	.826598	2.153846	286.	.000706	.745970
1.222222	36.	.000089	.902204	1.694915	1344.	.003319	.826548	2.166667	44.	.000109	.745264
1.224490	56.	.000138	.902115	1.703704	1176.	.002904	.823229	2.175439	1252.	.003092	.745155
1.230769	84.	.000207	.901977	1.714286	348.	.000859	.820325	2.204082	84.	.000207	.742063
1.236364	944.	.002331	.901770	1.724138	1054.	.002603	.819465	2.206897	766.	.001892	.741856
1.241379	514.	.001269	.899438	1.739130	44.	.000109	.816862	2.222222	696.	.001719	.739964
1.244444	16.	.000040	.898169	1.750000	32.	.000079	.816754	2.237288	1248.	.003082	.738245
1.250000	40.	.000099	.898129	1.754386	1228.	.003033	.816675	2.240000	64.	.000158	.735163
1.259259	948.	.002341	.898031	1.760000	88.	.000217	.813642	2.245614	1296.	.003201	.735005
1.263158	324.	.000800	.895689	1.777778	582.	.001437	.813425	2.250000	176.	.000435	.731805
1.280000	56.	.000138	.894889	1.793103	386.	.000953	.811987	2.254545	712.	.001758	.731370
1.288136	1768.	.004366	.894751	1.795918	64.	.000158	.811034	2.274510	336.	.000830	.729612
1.306122	48.	.000119	.890385	1.803922	560.	.001383	.810876	2.275862	696.	.001719	.728782
1.310345	312.	.000771	.890266	1.818182	664.	.001640	.809493	2.285714	874.	.002158	.727063
1.333333	5770.	.014250	.889496	1.824561	728.	.001798	.807853	2.296296	1320.	.003260	.724905
1.379310	1060.	.002618	.875246	1.830508	1356.	.003349	.806055	2.311111	24.	.000059	.721645
1.381818	536.	.001324	.872628	1.833333	236.	.000583	.802707	2.315789	1840.	.004544	.721586
1.387755	120.	.000296	.871305	1.846154	68.	.000168	.802124	2.333333	608.	.001502	.717041
1.403509	744.	.001837	.871008	1.851852	1392.	.003438	.801956	2.344828	218.	.000538	.715540
1.407407	760.	.001877	.869171	1.862069	816.	.002015	.798518	2.370370	1064.	.002628	.715002
1.416667	184.	.000454	.867294	1.866667	936.	.002312	.796503	2.372881	1244.	.003072	.712374
1.422222	16.	.000040	.866840	1.877551	140.	.000346	.794192	2.385965	1268.	.003131	.709302
1.423729	464.	.001146	.866800	1.894737	1315.	.003248	.793846	2.400000	1483.	.003662	.706170
1.428571	780.	.001926	.865654	1.913043	48.	.000119	.790598	2.413793	1004.	.002479	.702508
1.435897	8.	.000020	.863728	1.916667	328.	.000810	.790480	2.416667	352.	.000869	.700028
1.440000	44.	.000109	.863708	1.920000	48.	.000119	.789670	2.431373	384.	.000948	.699159
1.448276	400.	.000988	.863599	1.925926	524.	.001294	.789551	2.434783	44.	.000109	.698211

TABLA 6: DISTRIBUCION NULA EXACTA DEL ESTADISTICO F* DE FRIEDMAN CON EMPATES PARA CINCO TRATAMIENTOS

c = 5 N = 3				c = 5 N = 3				c = 5 N = 3			
Val.de F*	Frec.	Probab.	Prob.Acumu.	Val.de F*	Frec.	Probab.	Prob.Acumu.	Val.de F*	Frec.	Probab.	Prob.Acumu.
2.444444	1008.	.002489	.698102	2.916667	80.	.000198	.621135	3.379310	470.	.001161	.545570
2.448980	44.	.000109	.695613	2.933333	914.	.002257	.620937	3.384615	268.	.000662	.544409
2.456140	1036.	.002558	.695504	2.938776	68.	.000168	.618680	3.407408	440.	.001087	.543748
2.461539	196.	.000484	.692946	2.947368	544.	.001343	.618512	3.416667	40.	.000099	.542661
2.476191	168.	.000415	.692462	2.956522	40.	.000099	.617169	3.418182	784.	.001936	.542562
2.482759	576.	.001422	.692047	2.962963	1008.	.002489	.617070	3.428571	716.	.001768	.540626
2.488889	64.	.000158	.690624	2.965517	892.	.002203	.614581	3.438596	1900.	.004692	.538858
2.500000	14.	.000035	.690466	2.974359	52.	.000128	.612378	3.444444	44.	.000109	.534166
2.508475	1768.	.004366	.690432	2.981818	724.	.001788	.612249	3.448276	446.	.001101	.534057
2.518518	396.	.000978	.686065	3.000000	378.	.000934	.610461	3.457627	752.	.001857	.532955
2.526316	654.	.001615	.685087	3.017544	2406.	.005942	.609528	3.466667	971.	.002398	.531098
2.530612	104.	.000257	.683472	3.020408	92.	.000227	.603586	3.478261	52.	.000128	.528700
2.545455	648.	.001600	.683215	3.022222	8.	.000020	.603359	3.481482	1176.	.002904	.528572
2.551724	988.	.002440	.681615	3.034483	544.	.001343	.603339	3.487180	20.	.000049	.525668
2.560000	64.	.000158	.679175	3.037037	1120.	.002766	.601995	3.500000	140.	.000346	.525618
2.571429	720.	.001778	.679017	3.040000	96.	.000237	.599230	3.508772	724.	.001788	.525272
2.577778	24.	.000059	.677239	3.047619	144.	.000356	.598992	3.510204	96.	.000237	.523485
2.583333	32.	.000079	.677180	3.050848	1064.	.002628	.598637	3.517241	432.	.001067	.523247
2.588235	280.	.000691	.677101	3.058824	248.	.000612	.596009	3.520000	80.	.000198	.522181
2.592592	1032.	.002549	.676409	3.076923	136.	.000336	.595397	3.529412	296.	.000731	.521983
2.596491	2122.	.005240	.673861	3.083333	400.	.000988	.595061	3.555556	860.	.002124	.521252
2.608696	36.	.000089	.668620	3.087719	1546.	.003818	.594073	3.563636	612.	.001511	.519128
2.612245	72.	.000178	.668531	3.102041	68.	.000168	.590255	3.578947	771.	.001904	.517617
2.620690	576.	.001422	.668353	3.103448	748.	.001847	.590087	3.583333	464.	.001146	.515713
2.644068	776.	.001916	.666931	3.111111	496.	.001225	.588240	3.586207	766.	.001892	.514567
2.666667	2894.	.007147	.665015	3.127273	780.	.001926	.587015	3.593220	1512.	.003734	.512675
2.689655	384.	.000948	.657867	3.142857	704.	.001739	.585089	3.619048	108.	.000267	.508941
2.690909	948.	.002341	.656919	3.157895	836.	.002065	.583350	3.629630	612.	.001511	.508674
2.693877	84.	.000207	.654578	3.166667	120.	.000296	.581285	3.644444	16.	.000040	.507163
2.720000	60.	.000148	.654371	3.172414	408.	.001008	.580989	3.649123	1304.	.003220	.507123
2.736842	1194.	.002949	.654222	3.185185	1464.	.003615	.579981	3.652174	28.	.000069	.503903
2.740741	1396.	.003448	.651274	3.186441	1664.	.004109	.576366	3.655172	986.	.002435	.503834
2.745098	448.	.001106	.647826	3.200000	596.	.001472	.572257	3.666667	524.	.001294	.501399
2.750000	304.	.000751	.646720	3.215686	208.	.000514	.570785	3.673469	80.	.000198	.500105
2.755556	24.	.000059	.645969	3.228070	592.	.001462	.570271	3.680000	88.	.000217	.499907
2.758621	670.	.001655	.645910	3.238095	16.	.000040	.568809	3.686275	552.	.001363	.499690
2.769231	132.	.000326	.644255	3.241379	1044.	.002578	.568770	3.692308	116.	.000286	.498327
2.779661	1000.	.002470	.643929	3.250000	176.	.000435	.566191	3.703704	592.	.001462	.498040
2.782609	56.	.000138	.641460	3.259259	680.	.001679	.565757	3.709091	428.	.001057	.496578
2.807018	1020.	.002519	.641321	3.265306	72.	.000178	.564077	3.714286	952.	.002351	.495521
2.814815	760.	.001877	.638802	3.272727	600.	.001482	.563900	3.719298	1788.	.004416	.493170
2.827586	930.	.002297	.636925	3.288889	184.	.000454	.562418	3.724138	192.	.000474	.488754
2.833333	256.	.000632	.634629	3.298246	2008.	.004959	.561963	3.728814	1364.	.003369	.488280
2.836364	356.	.000879	.633996	3.304348	60.	.000148	.557004	3.733333	316.	.000780	.484912
2.844445	104.	.000257	.633117	3.310345	552.	.001363	.556856	3.755102	84.	.000207	.484131
2.857143	616.	.001521	.632860	3.322034	1080.	.002667	.555493	3.777778	680.	.001679	.483924
2.877193	1004.	.002479	.631339	3.333333	1228.	.003033	.552826	3.789474	876.	.002163	.482245
2.880000	56.	.000138	.628860	3.346939	140.	.000346	.549793	3.793103	1104.	.002726	.480081
2.888889	568.	.001403	.628721	3.360000	48.	.000119	.549447	3.809524	24.	.000059	.477355
2.896552	264.	.000652	.627319	3.368421	846.	.002089	.549329	3.822222	144.	.000356	.477296
2.901961	432.	.001067	.626667	3.372549	556.	.001373	.547240	3.826087	48.	.000119	.476940
2.915254	1808.	.004465	.625600	3.377778	120.	.000296	.545866	3.833333	64.	.000158	.476821

TABLA 6: DISTRIBUCION NULA EXACTA DEL ESTADISTICO F* DE FRIEDMAN CON EMPATES PARA CINCO TRATAMIENTOS

C = 5 N = 3				C = 5 N = 3				C = 5 N = 3			
Val.de F*	Frec.	Probab.	Probab.Acumu.	Val.de F*	Frec.	Probab.	Probab.Acumu.	Val.de F*	Frec.	Probab.	Probab.Acumu.
3.836735	124.	.000306	.476663	4.350877	932.	.002302	.401415	4.833333	64.	.000158	.337502
3.840000	48.	.000119	.476357	4.355556	20.	.000049	.399113	4.842105	1408.	.003477	.337344
3.843137	272.	.000672	.476239	4.370370	600.	.001482	.399064	4.857143	800.	.001976	.333867
3.851852	944.	.002331	.475567	4.380952	132.	.000326	.397582	4.872727	696.	.001719	.331891
3.854545	852.	.002104	.473236	4.406780	1064.	.002628	.397256	4.888889	440.	.001087	.330172
3.859649	1110.	.002741	.471131	4.413793	316.	.000780	.394628	4.896552	664.	.001640	.329085
3.862069	400.	.000988	.468390	4.416667	320.	.000790	.393848	4.897959	36.	.000089	.327446
3.864407	1080.	.002667	.467402	4.421052	1298.	.003206	.393058	4.912281	576.	.001422	.327357
3.911111	32.	.000079	.464735	4.436364	584.	.001442	.389852	4.916667	272.	.000672	.325934
3.916667	328.	.000810	.464656	4.444445	656.	.001620	.388410	4.923077	98.	.000242	.325263
3.918367	48.	.000119	.463846	4.470588	192.	.000474	.386790	4.941176	292.	.000721	.325021
3.925926	1164.	.002875	.463728	4.480000	48.	.000119	.386316	4.949152	1368.	.003378	.324299
3.929825	572.	.001413	.460853	4.482759	910.	.002247	.386197	4.952381	72.	.000178	.320921
3.931035	708.	.001748	.459440	4.489796	88.	.000217	.383950	4.960000	64.	.000158	.320743
4.000000	6152.	.015193	.457692	4.491228	1204.	.002973	.383733	4.962963	1128.	.002786	.320585
4.068965	424.	.001047	.442499	4.500000	160.	.000395	.380759	4.965517	424.	.001047	.317799
4.070176	508.	.001255	.441452	4.512821	28.	.000069	.380364	4.977778	16.	.000040	.316752
4.074074	1304.	.003220	.440197	4.518518	1096.	.002707	.380295	4.979592	72.	.000178	.316713
4.081633	80.	.000198	.436977	4.521739	36.	.000089	.377588	4.982456	872.	.002153	.316535
4.083333	224.	.000553	.436779	4.533333	858.	.002119	.377499	5.000000	170.	.000420	.314382
4.088889	8.	.000020	.436226	4.542373	1480.	.003655	.375380	5.018182	352.	.000869	.313962
4.135593	792.	.001956	.436206	4.551724	228.	.000563	.371725	5.025641	20.	.000049	.313092
4.137931	550.	.001358	.434251	4.555555	48.	.000119	.371162	5.034483	722.	.001783	.313043
4.140351	2212.	.005463	.432892	4.561403	872.	.002153	.371044	5.037037	688.	.001699	.311260
4.145454	536.	.001324	.427430	4.571429	536.	.001324	.368890	5.043478	32.	.000079	.309561
4.148148	572.	.001413	.426106	4.581818	468.	.001156	.367567	5.052631	854.	.002109	.309482
4.156863	312.	.000771	.424693	4.592593	488.	.001205	.366411	5.061224	60.	.000148	.307373
4.160000	64.	.000158	.423923	4.615385	174.	.000430	.365206	5.066667	578.	.001427	.307225
4.163265	68.	.000168	.423765	4.620690	864.	.002134	.364776	5.083333	32.	.000079	.305797
4.166667	56.	.000138	.423597	4.622222	88.	.000217	.362642	5.084746	576.	.001422	.305718
4.173913	32.	.000079	.423458	4.627451	366.	.000904	.362425	5.098039	216.	.000533	.304296
4.177778	64.	.000158	.423379	4.631579	452.	.001116	.361521	5.103448	170.	.000420	.303762
4.190476	12.	.000030	.423221	4.640000	60.	.000148	.360405	5.111111	384.	.000948	.303342
4.206897	670.	.001655	.423192	4.653061	40.	.000099	.360257	5.120000	48.	.000119	.302394
4.210526	724.	.001788	.421537	4.666667	1032.	.002549	.360158	5.122807	1560.	.003853	.302276
4.222222	872.	.002153	.419749	4.677966	792.	.001956	.357609	5.142857	412.	.001017	.298423
4.244898	72.	.000178	.417596	4.689655	698.	.001724	.355653	5.155556	80.	.000198	.297406
4.250000	16.	.000040	.417418	4.695652	20.	.000049	.353930	5.163636	528.	.001304	.297208
4.266667	448.	.001106	.417378	4.701755	1356.	.003349	.353880	5.166667	148.	.000365	.295904
4.271186	1060.	.002618	.416272	4.711111	104.	.000257	.350531	5.172414	600.	.001482	.295539
4.275862	460.	.001136	.413654	4.727273	632.	.001561	.350275	5.185185	432.	.001067	.294057
4.280702	944.	.002331	.412518	4.734694	80.	.000198	.348714	5.192983	708.	.001748	.292990
4.285714	516.	.001274	.410187	4.740741	566.	.001398	.348516	5.210391	24.	.000059	.291241
4.290909	552.	.001363	.408913	4.750000	232.	.000573	.347118	5.220339	1136.	.002805	.291182
4.296296	648.	.001600	.407549	4.758621	180.	.000445	.346545	5.230769	232.	.000573	.288377
4.307693	44.	.000109	.405949	4.761905	12.	.000030	.346101	5.241379	464.	.001146	.287804
4.313725	528.	.001304	.405840	4.771930	1018.	.002514	.346071	5.244444	8.	.000020	.286658
4.320000	48.	.000119	.404536	4.784314	160.	.000395	.343557	5.250000	200.	.000494	.286638
4.326530	100.	.000247	.404418	4.800000	348.	.000859	.343162	5.254902	428.	.001057	.286144
4.333333	552.	.001363	.404171	4.813560	776.	.001916	.342303	5.259259	960.	.002371	.285087
4.344828	512.	.001264	.402808	4.814815	908.	.002242	.340386	5.263158	532.	.001314	.282716
4.347826	52.	.000128	.401543	4.827586	260.	.000642	.338144	5.280000	40.	.000099	.281403

TABLA 6: DISTRIBUCION NULA EXACTA DEL ESTADISTICO F* DE FRIEDMAN CON EMPATES PARA CINCO TRATAMIENTOS

C = 5 N = 3				C = 5 N = 3				C = 5 N = 3			
Val.de F*	Frec.	Probab.	Prob.Acumu.	Val.de F*	Frec.	Probab.	Prob.Acumu.	Val.de F*	Frec.	Probab.	Prob.Acumu.
5.306122	72.	.000178	.281304	5.795918	52.	.000128	.222557	6.285714	464.	.001146	.177724
5.309091	708.	.001748	.281126	5.824562	1432.	.003536	.222429	6.296296	820.	.002025	.176578
5.310345	764.	.001887	.279377	5.846154	100.	.000247	.218892	6.305085	520.	.001284	.174553
5.333333	2378.	.005873	.277491	5.851852	560.	.001383	.218645	6.311111	8.	.000020	.173269
5.355932	944.	.002331	.271618	5.862069	606.	.001497	.217262	6.315790	444.	.001096	.173249
5.379310	280.	.000691	.269287	5.866667	344.	.000850	.215766	6.327273	300.	.000741	.172153
5.387755	36.	.000089	.268595	5.877551	40.	.000099	.214916	6.333333	298.	.000736	.171412
5.391304	36.	.000089	.268506	5.882353	166.	.000410	.214818	6.344828	488.	.001205	.170676
5.403509	1104.	.002726	.268417	5.890909	316.	.000780	.214408	6.352941	88.	.000217	.169471
5.407407	936.	.002312	.265691	5.894737	592.	.001462	.213627	6.367347	20.	.000049	.169254
5.411765	192.	.000474	.263380	5.898305	716.	.001768	.212165	6.370370	200.	.000494	.169204
5.416667	48.	.000119	.262905	5.904762	96.	.000237	.210397	6.385965	443.	.001094	.168710
5.422222	16.	.000040	.262787	5.913043	28.	.000069	.210160	6.400000	196.	.000484	.167616
5.428571	680.	.001679	.262747	5.916667	32.	.000079	.210091	6.413793	420.	.001037	.167132
5.440000	48.	.000119	.261068	5.920000	48.	.000119	.210012	6.416667	160.	.000395	.166695
5.448276	348.	.000859	.260949	5.925926	580.	.001432	.209893	6.434783	32.	.000079	.165700
5.454545	272.	.000672	.260090	5.931035	236.	.000583	.208461	6.440678	768.	.001897	.165621
5.469388	80.	.000198	.259418	5.955555	84.	.000207	.207878	6.444445	480.	.001185	.163724
5.473684	208.	.000514	.259221	5.959184	68.	.000168	.207671	6.456141	772.	.001907	.162539
5.481482	328.	.000919	.258707	5.964912	804.	.001986	.207503	6.461538	76.	.000188	.160632
5.491526	488.	.001205	.257788	6.000000	1456.	.003596	.205517	6.472727	416.	.001027	.160445
5.500000	52.	.000128	.256583	6.033898	880.	.002173	.201921	6.476191	36.	.000089	.159417
5.511111	64.	.000158	.256455	6.035088	424.	.001047	.199748	6.482759	220.	.000543	.159328
5.517241	556.	.001373	.256297	6.036364	560.	.001383	.198701	6.488889	64.	.000158	.158785
5.523809	144.	.000356	.254924	6.039216	160.	.000395	.197318	6.500000	34.	.000084	.158627
5.538462	92.	.000227	.254568	6.044445	64.	.000158	.196923	6.509804	220.	.000543	.158543
5.543859	1458.	.003601	.254341	6.051282	36.	.000089	.196765	6.518518	552.	.001363	.158000
5.551021	52.	.000128	.250740	6.068965	504.	.001245	.196676	6.526316	748.	.001847	.156636
5.555555	608.	.001502	.250612	6.074074	368.	.000909	.195431	6.530612	40.	.000099	.154789
5.565217	32.	.000079	.249110	6.080000	56.	.000138	.194522	6.551724	560.	.001383	.154690
5.568627	248.	.000612	.249031	6.083333	160.	.000395	.194384	6.560000	28.	.000069	.153307
5.583333	144.	.000356	.248419	6.086957	16.	.000040	.193989	6.564103	16.	.000040	.153238
5.586207	360.	.000889	.248063	6.095238	4.	.000010	.193949	6.571429	508.	.001255	.153199
5.600000	994.	.002455	.247174	6.105263	768.	.001897	.193940	6.576271	872.	.002153	.151944
5.614035	584.	.001442	.244719	6.122449	36.	.000089	.192043	6.577778	8.	.000020	.149791
5.627119	1124.	.002776	.243277	6.133333	590.	.001457	.191954	6.583333	120.	.000296	.149771
5.629630	920.	.002272	.240501	6.137931	252.	.000622	.190497	6.592593	268.	.000662	.149475
5.655172	310.	.000766	.238229	6.148148	664.	.001640	.189875	6.596491	272.	.000672	.148813
5.666667	342.	.000845	.237464	6.153846	112.	.000277	.188235	6.612245	28.	.000069	.148141
5.684210	600.	.001482	.236619	6.166667	100.	.000247	.187958	6.618182	208.	.000514	.148072
5.688889	8.	.000020	.235137	6.169491	448.	.001106	.187711	6.620690	172.	.000425	.147558
5.703704	856.	.002114	.235118	6.175438	578.	.001427	.186605	6.666667	1684.	.004159	.147133
5.714286	488.	.001205	.233004	6.181818	372.	.000919	.185177	6.689655	562.	.001388	.142975
5.724138	692.	.001709	.231798	6.196078	252.	.000622	.184259	6.693878	32.	.000079	.141587
5.725490	328.	.000810	.230089	6.204082	32.	.000079	.183636	6.711864	784.	.001936	.141508
5.745454	364.	.000899	.229279	6.206897	180.	.000445	.183557	6.720000	16.	.000040	.139572
5.750000	176.	.000435	.228381	6.222222	302.	.000746	.183113	6.736842	352.	.000869	.139532
5.754386	800.	.001976	.227946	6.240000	24.	.000059	.182367	6.740741	528.	.001304	.138663
5.760000	40.	.000099	.225970	6.245614	1468.	.003625	.182308	6.750000	8.	.000020	.137359
5.762712	920.	.002272	.225871	6.250000	16.	.000040	.178682	6.755556	8.	.000020	.137339
5.777778	256.	.000632	.223599	6.260870	20.	.000049	.178643	6.758621	286.	.000706	.137319
5.793103	166.	.000410	.222967	6.275862	352.	.000869	.178594	6.763637	260.	.000642	.136613

TABLA 6: DISTRIBUCION NULA EXACTA DEL ESTADISTICO F* DE FRIEDMAN CON EMPATES PARA CINCO TRATAMIENTOS

C = 5 N = 3				C = 5 N = 3				C = 5 N = 3			
Val.de F*	Frec.	Probab.	Prob.Acumu.	Val.de F*	Frec.	Probab.	Prob.Acumu.	Val.de F*	Frec.	Probab.	Prob.Acumu.
6.769231	64.	.000158	.135971	7.238095	72.	.000178	.101821	7.714286	240.	.000593	.075379
6.775510	36.	.000089	.135813	7.241379	280.	.000691	.101644	7.719298	280.	.000691	.074787
6.777778	28.	.000069	.135724	7.250000	72.	.000178	.100952	7.724138	194.	.000479	.074095
6.782609	8.	.000020	.135655	7.254237	660.	.001630	.100774	7.733333	276.	.000682	.073616
6.807017	816.	.002015	.135635	7.259259	212.	.000524	.099144	7.750000	72.	.000178	.072934
6.814815	420.	.001037	.133620	7.288889	48.	.000119	.098621	7.755102	48.	.000119	.072757
6.823529	176.	.000435	.132583	7.294117	80.	.000198	.098502	7.764706	144.	.000356	.072638
6.827586	144.	.000356	.132148	7.298245	426.	.001052	.098305	7.777778	272.	.000672	.072283
6.833333	104.	.000257	.131792	7.304348	12.	.000030	.097253	7.781818	252.	.000622	.071611
6.844444	64.	.000158	.131535	7.310345	172.	.000425	.097223	7.789474	164.	.000405	.070988
6.847457	456.	.001126	.131377	7.333333	465.	.001148	.096798	7.793103	306.	.000756	.070583
6.857143	208.	.000514	.130251	7.345455	276.	.000682	.095650	7.796610	404.	.000998	.069828
6.877193	236.	.000583	.129738	7.346939	20.	.000049	.094968	7.809524	24.	.000059	.068830
6.880000	8.	.000020	.129155	7.360000	24.	.000059	.094919	7.822222	24.	.000059	.068771
6.888889	496.	.001225	.129135	7.368421	272.	.000672	.094860	7.826087	8.	.000020	.068711
6.896552	460.	.001136	.127910	7.377778	40.	.000099	.094188	7.833333	52.	.000128	.068692
6.909091	296.	.000731	.126774	7.379310	384.	.000948	.094089	7.836735	24.	.000059	.068563
6.916667	184.	.000454	.126043	7.384615	12.	.000030	.093141	7.840000	20.	.000049	.068504
6.933333	160.	.000395	.125589	7.389831	448.	.001106	.093111	7.851852	104.	.000257	.068455
6.938776	32.	.000079	.125194	7.407407	350.	.000864	.092005	7.859649	344.	.000850	.068198
6.947369	1176.	.002904	.125115	7.416667	80.	.000198	.091140	7.862069	64.	.000158	.067348
6.956522	24.	.000059	.122210	7.428571	212.	.000524	.090943	7.888889	12.	.000030	.067190
6.962963	208.	.000514	.122151	7.438597	152.	.000375	.090419	7.911111	4.	.000010	.067161
6.965517	346.	.000854	.121637	7.448276	230.	.000568	.090044	7.918367	24.	.000059	.067151
6.980392	160.	.000395	.120783	7.450980	224.	.000553	.089476	7.921568	40.	.000099	.067091
6.983051	856.	.002114	.120388	7.466667	228.	.000563	.088923	7.925926	376.	.000929	.066993
7.000000	138.	.000341	.118274	7.481482	336.	.000830	.088360	7.927273	224.	.000553	.066064
7.017544	484.	.001195	.117933	7.490909	264.	.000652	.087530	7.929824	528.	.001304	.065511
7.020408	32.	.000079	.116738	7.500000	44.	.000109	.086878	7.931035	300.	.000741	.064207
7.022222	12.	.000030	.116659	7.508772	722.	.001783	.086769	7.932203	416.	.001027	.063466
7.034483	144.	.000356	.116629	7.510204	20.	.000049	.084986	8.000000	1164.	.002875	.062439
7.037037	520.	.001284	.116273	7.517241	182.	.000449	.084937	8.067797	232.	.000573	.059564
7.040000	32.	.000079	.114989	7.520000	36.	.000089	.084487	8.068966	156.	.000385	.058991
7.047619	12.	.000030	.114910	7.525424	236.	.000583	.084398	8.070175	302.	.000746	.058606
7.054545	400.	.000988	.114881	7.555555	232.	.000573	.083816	8.072727	116.	.000286	.057860
7.076923	156.	.000385	.113893	7.578948	340.	.000840	.083243	8.074074	232.	.000573	.057574
7.083333	16.	.000040	.113507	7.583333	8.	.000020	.082403	8.078431	160.	.000395	.057001
7.087719	534.	.001319	.113468	7.586207	148.	.000365	.082383	8.083333	96.	.000237	.056606
7.102041	32.	.000079	.112149	7.589744	4.	.000010	.082018	8.088889	8.	.000020	.056368
7.103448	416.	.001027	.112070	7.591837	24.	.000059	.082008	8.102564	12.	.000030	.056349
7.111111	292.	.000721	.111043	7.607843	128.	.000316	.081948	8.137931	116.	.000286	.056319
7.118644	288.	.000711	.110322	7.629630	576.	.001422	.081632	8.140351	166.	.000410	.056033
7.130435	20.	.000049	.109610	7.636364	124.	.000306	.080210	8.148149	152.	.000375	.055623
7.137255	150.	.000370	.109561	7.644444	8.	.000020	.079904	8.160000	16.	.000040	.055247
7.142857	328.	.000810	.109191	7.649123	712.	.001758	.079884	8.163265	24.	.000059	.055208
7.157895	292.	.000721	.108381	7.652174	16.	.000040	.078126	8.166667	40.	.000099	.055148
7.166667	16.	.000040	.107659	7.655172	180.	.000445	.078086	8.173913	12.	.000030	.055050
7.172414	146.	.000361	.107620	7.661017	464.	.001146	.077642	8.177778	24.	.000059	.055020
7.183673	32.	.000079	.107259	7.666667	204.	.000504	.076496	8.203390	304.	.000751	.054961
7.185185	532.	.001314	.107180	7.680000	16.	.000040	.075992	8.206897	100.	.000247	.054210
7.200000	550.	.001358	.105867	7.692307	100.	.000247	.075952	8.210526	462.	.001141	.053963
7.228070	1088.	.002687	.104508	7.703704	132.	.000326	.075705	8.218182	284.	.000701	.052822

TABLA 6: DISTRIBUCION NULA EXACTA DEL ESTADISTICO F* DE FRIEDMAN CON EMPATES PARA CINCO TRATAMIENTOS

C = 5 N = 3				C = 5 N = 3				C = 5 N = 3			
Val.de F*	Frec.	Probab.	Probab.Acumu.	Val.de F*	Frec.	Probab.	Probab.Acumu.	Val.de F*	Frec.	Probab.	Probab.Acumu.
8.222222	176.	.000435	.052121	8.695652	8.	.000020	.035308	9.155556	28.	.000069	.023698
8.235294	24.	.000059	.051686	8.701755	266.	.000657	.035288	9.166667	8.	.000020	.023629
8.244898	28.	.000069	.051627	8.705882	64.	.000158	.034631	9.172414	120.	.000296	.023609
8.250000	72.	.000178	.051558	8.711111	16.	.000040	.034473	9.176471	40.	.000099	.023313
8.266666	182.	.000449	.051380	8.734694	36.	.000089	.034434	9.185185	124.	.000306	.023214
8.275862	128.	.000316	.050930	8.740741	120.	.000296	.034345	9.192983	160.	.000395	.022908
8.280702	156.	.000573	.050229	8.745763	128.	.000316	.034048	9.224490	24.	.000059	.022513
8.285714	232.	.000573	.050229	8.758620	224.	.000553	.033732	9.230769	16.	.000040	.022454
8.296296	316.	.000780	.049656	8.761905	24.	.000059	.033179	9.236363	84.	.000207	.022414
8.307693	62.	.000153	.048876	8.771930	286.	.000706	.033120	9.241380	20.	.000049	.022207
8.320000	24.	.000059	.048723	8.800000	300.	.000741	.032413	9.259259	112.	.000277	.022157
8.326530	12.	.000030	.048663	8.814815	104.	.000257	.031673	9.263158	76.	.000188	.021881
8.333333	34.	.000084	.048634	8.816326	12.	.000030	.031416	9.280000	8.	.000020	.021693
8.338983	352.	.000869	.048550	8.827586	120.	.000296	.031386	9.288136	184.	.000454	.021673
8.344828	206.	.000509	.047680	8.833333	8.	.000020	.031090	9.310345	112.	.000277	.021219
8.350877	292.	.000721	.047172	8.842105	88.	.000217	.031070	9.333333	608.	.001502	.020942
8.355556	8.	.000020	.046451	8.857142	108.	.000267	.030853	9.379311	36.	.000089	.019441
8.363636	140.	.000346	.046431	8.862745	48.	.000119	.030586	9.381818	48.	.000119	.019352
8.370370	284.	.000701	.046085	8.869565	8.	.000020	.030467	9.387755	20.	.000049	.019233
8.380953	24.	.000059	.045384	8.881356	104.	.000257	.030448	9.391304	4.	.000010	.019184
8.392157	126.	.000311	.045324	8.888889	152.	.000375	.030191	9.403509	92.	.000227	.019174
8.408163	24.	.000059	.045013	8.896552	60.	.000148	.029815	9.407408	136.	.000336	.018947
8.413794	58.	.000143	.044954	8.912281	272.	.000672	.029667	9.416667	24.	.000059	.018611
8.416667	24.	.000059	.044811	8.916667	64.	.000158	.028995	9.423729	316.	.000780	.018552
8.421053	100.	.000247	.044751	8.923077	31.	.000077	.028837	9.428572	80.	.000198	.017771
8.444445	128.	.000316	.044505	8.945455	96.	.000237	.028761	9.440000	16.	.000040	.017574
8.474576	272.	.000672	.044188	8.952381	16.	.000040	.028524	9.448276	134.	.000331	.017534
8.480000	16.	.000040	.043517	8.960000	16.	.000040	.028484	9.469388	4.	.000010	.017203
8.482759	104.	.000257	.043477	8.962963	220.	.000543	.028445	9.473684	134.	.000331	.017193
8.491228	324.	.000800	.043220	8.965517	64.	.000158	.027901	9.481482	88.	.000217	.016862
8.500000	42.	.000104	.042420	8.977777	8.	.000020	.027743	9.490196	32.	.000079	.016645
8.509091	196.	.000484	.042316	8.979591	8.	.000020	.027724	9.500000	16.	.000040	.016566
8.518518	248.	.000612	.041832	8.982456	118.	.000291	.027704	9.511111	4.	.000010	.016527
8.521739	8.	.000020	.041220	9.000000	58.	.000143	.027412	9.517241	72.	.000178	.016517
8.533334	114.	.000282	.041200	9.016949	184.	.000454	.027269	9.523809	8.	.000020	.016339
8.549020	64.	.000158	.040919	9.019608	78.	.000193	.026815	9.527273	44.	.000109	.016319
8.551724	92.	.000227	.040761	9.034483	100.	.000247	.026622	9.538462	28.	.000069	.016210
8.561403	212.	.000524	.040533	9.037037	64.	.000158	.026375	9.543859	116.	.000286	.016141
8.571428	120.	.000296	.040010	9.043478	12.	.000030	.026217	9.555555	88.	.000217	.015855
8.583333	96.	.000237	.039714	9.052631	188.	.000464	.026188	9.559322	64.	.000158	.015637
8.592592	268.	.000662	.039476	9.061225	12.	.000030	.025723	9.565217	8.	.000020	.015479
8.610169	280.	.000691	.038815	9.066667	44.	.000109	.025694	9.583333	8.	.000020	.015460
8.615385	28.	.000069	.038123	9.083333	48.	.000119	.025585	9.586206	16.	.000040	.015440
8.620689	164.	.000405	.038054	9.090909	128.	.000316	.025466	9.600000	38.	.000094	.015400
8.622222	40.	.000099	.037649	9.103448	106.	.000262	.025150	9.614035	140.	.000346	.015307
8.631579	412.	.001017	.037550	9.111111	136.	.000336	.024889	9.629630	24.	.000059	.014961
8.640000	8.	.000020	.036533	9.120000	8.	.000020	.024553	9.632653	8.	.000020	.014902
8.653061	12.	.000030	.036513	9.122807	64.	.000158	.024533	9.647058	56.	.000138	.014882
8.654546	92.	.000227	.036483	9.128205	4.	.000010	.024375	9.655172	114.	.000282	.014743
8.666667	328.	.000810	.036256	9.142858	130.	.000321	.024365	9.666667	56.	.000138	.014462
8.689655	56.	.000138	.035446	9.152542	140.	.000346	.024044	9.672728	84.	.000207	.014324

TABLA 6: DISTRIBUCION NULA EXACTA DEL ESTADISTICO F* DE FRIEDMAN CON EMPATES PARA CINCO TRATAMIENTOS

C = 5 N = 3				C = 5 N = 3				C = 5 N = 3			
Val.de F*	Frec.	Probab.	Prob.Acumu.	Val.de F*	Frec.	Probab.	Prob.Acumu.	Val.de F*	Frec.	Probab.	Prob.Acumu.
9.684211	20.	.000049	.014116	10.250000	16.	.000040	.006078	10.965520	16.	.000040	.001514
9.688889	8.	.000020	.014067	10.254550	32.	.000079	.006038	10.981820	24.	.000059	.001474
9.694915	180.	.000445	.014047	10.260870	8.	.000020	.005959	11.017540	76.	.000188	.001415
9.703704	88.	.000217	.013603	10.274510	12.	.000030	.005939	11.034480	22.	.000054	.001227
9.714286	36.	.000089	.013385	10.275860	40.	.000099	.005910	11.037040	16.	.000040	.001173
9.724138	36.	.000089	.013296	10.285710	30.	.000074	.005811	11.050850	48.	.000119	.001134
9.750000	48.	.000119	.013207	10.296300	96.	.000237	.005737	11.087720	16.	.000040	.001015
9.754386	456.	.001126	.013089	10.315790	73.	.000180	.005500	11.103450	12.	.000030	.000975
9.760000	4.	.000010	.011963	10.333330	8.	.000020	.005320	11.111110	16.	.000040	.000946
9.777778	80.	.000198	.011953	10.344830	8.	.000020	.005300	11.127270	8.	.000020	.000906
9.793103	96.	.000237	.011755	10.367350	12.	.000030	.005280	11.142860	12.	.000030	.000887
9.803922	32.	.000079	.011518	10.370370	64.	.000158	.005250	11.172410	6.	.000015	.000857
9.818182	28.	.000069	.011439	10.372880	72.	.000178	.005092	11.186440	24.	.000059	.000842
9.824561	80.	.000198	.011370	10.385970	60.	.000148	.004914	11.215690	4.	.000010	.000783
9.830508	104.	.000257	.011172	10.400000	86.	.000212	.004766	11.228070	8.	.000020	.000773
9.833333	8.	.000020	.010916	10.413790	32.	.000079	.004554	11.241380	12.	.000030	.000753
9.846154	14.	.000035	.010896	10.431370	16.	.000040	.004475	11.259260	24.	.000059	.000724
9.851851	64.	.000158	.010861	10.444440	32.	.000079	.004435	11.272730	4.	.000010	.000664
9.862069	104.	.000257	.010703	10.456140	76.	.000188	.004356	11.310340	18.	.000044	.000654
9.866667	105.	.000259	.010446	10.461540	2.	.000005	.004169	11.322030	36.	.000089	.000610
9.877551	16.	.000040	.010187	10.482760	40.	.000099	.004164	11.333330	18.	.000044	.000521
9.894737	86.	.000212	.010148	10.500000	12.	.000030	.004065	11.384610	3.	.000007	.000477
9.916667	16.	.000040	.009935	10.508470	64.	.000158	.004035	11.418180	12.	.000030	.000469
9.925926	24.	.000059	.009896	10.518520	32.	.000079	.003877	11.428570	6.	.000015	.000440
9.931034	20.	.000049	.009836	10.526320	24.	.000059	.003798	11.438600	44.	.000109	.000425
9.959184	4.	.000010	.009787	10.545450	36.	.000089	.003739	11.448280	12.	.000030	.000316
9.960784	52.	.000128	.009777	10.551720	16.	.000040	.003650	11.466670	12.	.000030	.000286
9.963636	72.	.000178	.009649	10.571430	52.	.000128	.003611	11.508770	8.	.000020	.000257
9.964912	72.	.000178	.009471	10.588230	16.	.000040	.003482	11.529410	6.	.000015	.000237
9.966102	96.	.000237	.009293	10.592590	24.	.000059	.003443	11.555560	12.	.000030	.000222
10.000000	224.	.000553	.009056	10.596490	40.	.000099	.003383	11.578950	18.	.000044	.000193
10.035090	156.	.000385	.008503	10.620690	8.	.000020	.003285	11.593220	8.	.000020	.000148
10.040820	8.	.000020	.008118	10.644070	72.	.000178	.003265	11.655170	6.	.000015	.000128
10.044440	16.	.000040	.008098	10.666670	110.	.000272	.003087	11.719300	18.	.000044	.000114
10.068970	34.	.000084	.008058	10.689660	32.	.000079	.002815	11.724140	6.	.000015	.000069
10.074070	68.	.000168	.007974	10.690910	16.	.000040	.002736	11.862070	4.	.000010	.000054
10.080000	12.	.000030	.007806	10.736840	76.	.000188	.002697	11.864410	8.	.000020	.000044
10.095240	12.	.000030	.007777	10.740740	24.	.000059	.002509	12.000000	10.	.000025	.000025
10.101700	80.	.000198	.007747	10.758620	16.	.000040	.002450				
10.105260	48.	.000119	.007550	10.769230	10.	.000025	.002410				
10.109090	36.	.000089	.007431	10.807020	24.	.000059	.002386				
10.117650	16.	.000040	.007342	10.814810	20.	.000049	.002326				
10.133330	36.	.000089	.007303	10.827590	20.	.000049	.002277				
10.137930	32.	.000079	.007214	10.836360	32.	.000079	.002228				
10.148150	48.	.000119	.007135	10.857140	20.	.000049	.002149				
10.153850	22.	.000054	.007016	10.877190	48.	.000119	.002099				
10.166670	8.	.000020	.006962	10.888890	32.	.000079	.001981				
10.175440	104.	.000257	.006942	10.896550	12.	.000030	.001902				
10.206900	86.	.000212	.006685	10.901960	28.	.000069	.001872				
10.222220	24.	.000059	.006473	10.933330	27.	.000067	.001803				
10.237290	88.	.000217	.006414	10.947370	18.	.000044	.001736				
10.245610	48.	.000119	.006196	10.962960	72.	.000178	.001692				

REFERENCIAS

- BENNETT, B. M. (1967). " Test of Hipotheses Concerning Matched Samples", *Journal of the Royal Statistical Society, Ser.B*, 29, N° 3, 468-74.
- BLOMQUIST, N. (1951). " Some Test Based on Dichotomization ", *Annals of Mathematical Statistics*, 22, N°3, 362-71.
- COCHRAN, W.G.(1950). "The Comparison of Percentajes in Matched Samples" . *Biometrika*, 37, Parts 3 & 4, 256-66.
- EVERITT, B. S. (1977). *The Analysis of Contingency Tables*. London: Chapman and Hall.
- FELLER, W. (1968). *An Introduction to Probability Theory and Its Aplications, Vol.1*, 2nd ed., New York: John Wiley and Sons, p. 37.
- FRIEDMAN, M. (1937). " The Use of Ranks to Avoid the Assumption of Normality Implicit in the Annalysis of Variance", *Journal of the American Statistical Association*, 32, 675-70.
- GIBBONS, J. D.(1985).*Nonparametric Statistical Inference*, 2nd Edition, Revised and Expanded. New York:Marcel Decker, Inc.

- GIBBONS, J. D. AND CHAKRABORTI, S. (1991). *Nonparametric Statistical Inference*, Third Edition, Revised and Expanded. New York : Marcel Decker, Inc.
- HOLLANDER, M. AND WOLFE, D.A. (1972). *Nonparametric Statistical Methods*. New York: John Wiley and Sons.
- JONSSON, R. (1993). "Exact Properties of McNemar's Test" . Department of Statistics, U. of Gothenburg.
- LEHMANN, E.L. (1975). *Nonparametrics: Statistical Methods Based on Ranks*. San Francisco: Holden - Day, Inc.
- NOETHER, G. E. (1967). *Elements of Nonparametric Statistics*. New York : John Wiley and Sons, Inc.
- PATIL, K. D. (1975). " Cochran's Q Test: Exact Distribution" . *Journal of the American Statistical Association*, 70, 186-189.
- SIEGEL, S. (1970). *Diseño Experimental No Paramétrico: Aplicado a las Ciencias de la Conducta*. México: Editorial F. Trillas, S. A.
- SIEGEL, S.(1988). *Nonparametrics Statistical for the Behavioral Sciences*, 2nd ed. New York:McGraw-Hill Book Company.

VAN ELTEREN, P. AND NOETHER, G. E. (1959). " The Asymptotic Efficiency of the X^2 - Test for a Balanced Incomplete Block Design". *Biometrika* 46: 475-477.