# Un Modelo de Equilibrio General de Tributación y Bienestar

Manuel L.Cordomí

Ya en otro trabajo aparecido en la Revista PUBLIC FINANCE / FINANCES PUBLIQUES del mes de Enero de 1990 fueron presentadas las ideas que me propongo desarrollar en este ensayo. Considero que ello es necesario así porque si bien en sus aspectos fundamentales el modelo a que voy a referirme ya había tomado su forma definida entonces, ello ocurría dentro de un marco en que la noción de lo que estaba haciendo me resultaba poco clara desde que se trataba de ideas que fuí desarrollando en forma gradual y carecía, en consecuencia, de la visión global y clara perspectiva que con el paso del tiempo he venido a tener de este problema.

En aquel trabajo el énfasis se puso en la necesidad de una interpretación alternativa a las brindadas por Slutsky y Hicks al concepto de "ingreso real" en el desarrollo de la teoría de la demanda, y gran parte del esfuerzo se centró en el desarrollo de una concepción alternativa, atribuída a Friedman y Little, que consideré particularmente útil para el estudio de problemas tributarios.

La idea de desarrollar funciones de demanda para las que se suponía constantes las posibilidades de producción con una dotación dada de recursos productivos me pareció interesante no sólamente por considerarla más adecuada para analizar aquellas situaciones en las que estaba interesado sino también porque tornaba clara la cuestión de la relevancia del estudio tradicional de la teoría del consumidor.

Para el desarrollo de estas ideas no consideré necesario trabajar con un modelo completo y gran parte de mi labor se llevó a cabo en esas condiciones. Ya avanzado mi trabajo, y cuando me encontraba revisando la versión definitiva para su publicación, pude percibir que si bien para el estudio del tipo de demanda en que estaba interesado tenía todo lo que hacía falta, existía la posibilidad de construír un modelo completo de equilibrio general cuya utilidad iba más allá del objetivo que me había propuesto originariamente. Y así concluí aquel trabajo con la sensación de que si bien había completado mi alegato en favor de una curva de demanda frontera de producción, había terminado, como broche final, con un modelo de equilibrio general que bien merecía ser presentado por separado. Los pocos comentarios que he recibido de aquellos que leyeron mi artículo me han persuadido de que ello es así y ese es el motivo que me ha movido a escribir este ensayo en el que agregaré también algunas ideas que he venido desarrollando desde entonces.

En este trabajo, como en aquel que le precede, trabajé con dos bienes no solo porque facilita la exposición sino también porque no he encontrado argumentos convincentes que justifiquen el trabajar con tres o más bienes sobre todo ahora que el énfasis radica en el estudio de un modelo de equilibrio general en primer término y que la cuestión de la demanda frontera de producción aparecerá muy al finalizar el trabajo para cuyo análisis la complicación que significa trabajar con más de dos bienes puede resultar de utilidad.

Dichas estas palabras introductorias comenzaré presentando el modelo que me propongo desarrollar.

(1) $U = U\ (X_1, X_2)$

(2) $Y^o = X_1 + X_2$

(3) $Y^o = X_1\ P_1 + X_2\ P_2$

(4) $U_1 = \varepsilon\ P_1$

(5) $U_2 = \varepsilon\ P_2$

(6) $P_1 - T_1 = P_2 - T_2$

(7) $T_2 = \Theta\ T_1$

(8) $0 = (P_1 - T_1)\ G_1 + (P_2 - T_2)\ G_2 - T_1\ X_1 - T_2\ X_2$

Se trata de un sistema de ocho ecuaciones con ocho incógnitas: $U$, $X_1$, $X_2$, $P_1$, $P_2$, $\varepsilon$, $T_1$, $T_2$. Mientras que, como veremos luego, $Y^o$, $\Theta$, $G_1$ y $G_2$ son parámetros predeterminados.

Algunos comentarios sobre el significado de estas ecuaciones nos ayudará a comprender la naturaleza de este modelo.

La ecuación (1) es simplemente la función utilidad del que podría ser el consumidor representativo de la sociedad. También podría tratarse de una sociedad integrada por consumidores con idénticos gustos y preferencias. Se advierte aquí que la utilidad o disfrute se circunscribe al consumo de los bienes $X_1$ y $X_2$ con lo que se ignora, en principio, la complicación adicional que representa el disfrutar del consumo de otros bienes; en particular los que el gobierno pudiera estar produciendo con los recursos tributarios que obtiene de los consumidores. En otras palabras, la posibilidad de trabajar con otros argumentos en la función de utilidad, de manera tal que la misma pudiera ser considerada una "función de bienestar", no se considera en este trabajo. Nótese además que por el momento se ignora la forma específica que podría tomar esta función de utilidad. En aplicaciones prácticas ésta podría, entre otras, tomar la forma de una función cuadrática, aditiva, Cobb Douglas o logarítmica; lo que deja entrever que en algunas ecuaciones de este sistema las variables involucradas se incorporen en forma no lineal.

La ecuación (2) describe las posibilidades técnicas de producción de cada uno de los consumidores a los que se supone idénticos no solamente en lo que a gustos y preferencias se refiere sino también en lo referente a la cantidad y calidad de los recursos productivos poseídos. Esta función suele también designarse con el nombre de curva de transformación que como podrá apreciarse hemos supuesto lineal para este modelo. El supuesto de linealidad ha servido para simplificar enormemente nuestro desarrollo teórico. En buena medida puede considerarse razonable el hecho de que una curva de transformación de tipo curvilínea pueda ser aproximada por una línea recta en un tramo lo suficientemente extenso como para que una gran cantidad de situaciones de la vida real queden comprendidos en él. No están ausentes consideraciones teóricas que justifican este supuesto. En relación con este aspecto merece señalarse un trabajo de Harry G.Johnson (1966) en el que concluye: "...grandes diferencias en la intensidad relativa del trabajo de dos industrias son insuficientes para que la curva de transformación se aparte sustancialmente de la línea recta.... Pudiera ser, en consecuencia, que el supuesto de costos constantes de Ricardo, Graham y del modelo de Leontief sean aproximaciones bastante razonables para la mayoría de los casos prácticos".

La ecuación (3) desempeña un rol crucial en este modelo. La misma establece que el consumo privado expresado en precios normalizados, esto es, deflatados en forma apropiada, permanece constante. Nótese que la constante es la misma que la de la ecuación (2). Ello es la consecuencia del procedimiento seguido para deflatar los precios corrientes cuando se comparan los precios de equilibrio resultantes de políticas tributarias diferentes. Como ya se apuntó en otro trabajo, su rationale emerge de deflatar los precios corrientes por un índice de precios del tipo Paasche. Es oportuno señalar aquí también la presencia de no linealidades desde que el gasto total es la suma de productos de precio por cantidad demandada, magnitudes que deben ser determinadas simultáneamente.

Las ecuaciones (4) y (5) son las clásicas condiciones de equilibrio de un consumidor que maximiza su utilidad (ecuación (1)) sujeto a la condición de un gasto constante (ecuación (3)). $U_1$ y $U_2$ son las utilidades marginales y $\mathcal{E}$ es el multiplicador del lagrangeano empleado para obtener estas condiciones de primer orden. Los precios $P_1$ y $P_2$ son brutos de impuestos.

Las ecuaciones (6) y (7) son las que hemos denominado ecuaciones de política tributaria. En este modelo supusimos que el gobierno financia sus gastos con sendos impuestos al consumo de los bienes $X_1$ y $X_2$. Bajo el supuesto de costos constantes puede escribirse la ecuación (6) la cual establece que los precios netos de impuestos deben ser iguales. La ecuación (7) permite establecer cualquier relación entre los impuestos que en definitiva gravarán el consumo de los dos bienes desde que $\Theta$ es un parámetro que el gobierno puede fijar a priori. En efecto, la ecuación $T_2 = \Theta\, T_1$ permite diversas alternativas de tributación al consumo; si $\Theta = 1$, estamos en presencia de un impuesto uniforme; si $\Theta = 0$, $X_1$ es el único bien que tributa. En general $\Theta$ puede tomar una amplia gama de valores positivos o negativos.

La ecuación (8) establece la condición de un presupuesto equilibrado. En esta ecuación se supone que el gobierno adquiere siempre la canasta $G_1$, $G_2$ por la que paga sus precios netos de impuesto. Este supuesto parece razonable desde que si bien es cierto que desde el punto de vista del consumidor un impuesto al consumo de un bien altera su precio relativo, no sucede lo mismo con el gobierno que percibe su precio neto de impuesto. Los ingresos tributarios alcanzan exactamente para financiar el gasto. Se advierte aquí, una vez más, la presencia de no linealidades en la ecuación comentada.

Algunas reflexiones deben hacerse en relación al procedimiento que debe emplearse para estimar los valores de equilibrio de las variables de este modelo. Cuando se está en presencia de un sistema de ecuaciones no lineales simultáneas la solución de equilibrio se obtiene por procedimientos iterativos a partir de valores iniciales tentativos. Existen paquetes estadísticos con procedimientos computacionales que, como las subrutinas del IMSL, pueden ser empleados para este propósito.

Con fines ilustrativos consideremos, en el modelo presentado, el caso de una función de utilidad $U = \alpha \ln X_1 + \beta \ln X_2$; o sea una transformación logarítmica de la función Cobb-Douglas: $X_1^{\alpha} \cdot X_2^{\beta}$. Suponemos además que $\alpha = \beta = 0{,}5$; $Y^{o} = 100$; $G_1 = 6$ y $G_2 = 8$. Con estos valores el sistema de ecuaciones queda expresado del siguiente modo:

$$(1) \qquad U = 0{,}5 \ln X_1 + 0{,}5 \ln X_2$$

$$(2) \qquad 100 = X_1 + X_2$$

$$(3) \qquad 100 = X_1 P_1 + X_2 P_2$$

$$(4) \quad \frac{0.5}{X_1} = \delta P_1$$

$$(5) \quad \frac{0.5}{X_2} = \delta P_2$$

$$(6) \quad P_1 - T_1 = P_2 - T_2$$

$$(7) \qquad T_2 = \Theta T_1$$

$$(8) \qquad 0 = 6 (P_1 - T_1) + 8 (P_2 - T_2) - T_1 X_1 - T_2 X_2$$

En el cuadro siguiente se presentan los valores de equilibrio de este sistema para valores de $\Theta$ que representan políticas alternativas de tributación : $\Theta = 1$ , un impuesto uniforme al consumo de ambos bienes; $\Theta = 0$ , un impuesto al consumo de $X_1$ ; $\Theta = -0{,}2$ , un impuesto al consumo de $X_1$ conjuntamente con un subsidio al consumo de $X_2$. Con fines de comparación el cuadro siguiente muestra la solución de equilibrio para el caso de un impuesto de monto fijo o capitación L.

| POLITICA TRIBUTARIA | VALORES DE EQUILIBRIO | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | $P_1$ | $P_2$ | $X_1$ | $X_2$ | L | $T_1$ | $T_2$ | $\delta$ | U |
| CAPITACION | 1,0000 | 1,0000 | 50 | 50 | 14 | --- | --- | 0,01 | 3,9120 |
| $\Theta = 1$ | 1,0000 | 1,0000 | 50 | 50 | --- | 0,1228 | 0,1228 | 0,01 | 3,9120 |
| $\Theta = 0$ | 1,1628 | 0,8772 | 43 | 57 | --- | 0,2856 | --- | 0,01 | 3,9021 |
| $\Theta = -0{,}2$ | 1,4706 | 0,7576 | 34 | 66 | --- | 0,5942 | -0,1188 | 0,01 | 3,8580 |

Los valores que arroja este ejercicio numérico confirma la presunción de que la tributación uniforme posee la misma neutralidad que una capitación mientras que apunta al carácter deletéreo de un sistema de impuestos y subsidios si se lo juzga por la forma en que éste afecta los niveles de utilidad. En efecto, un impuesto al consumo de $X_1$ significaría un cambio en el bienestar de -1,0% mientras que un cambio al sistema de impuestos y subsidios significaría un cambio en el bienestar del -5,4%.

Nuestro modelo de equilibrio general puede ser usado para explicar por qué algunos intentos de medir los costos de bienestar de un conjunto de distorsiones se apoyaron en una metodología correcta. Tomemos un célebre trabajo de Harberger (1959) en el que intenta medir los costos de bienestar de las distorsiones internas existentes en la economía de Chile. Con este propósito comparó la (supuesta) distribución del trabajo y el capital entre los diez sectores en que dividió la economía chilena con aquella distribución que emergería como consecuencia de una distribución óptima. La metodología de Harberger se apoya en los siguientes postulados: a) un enfoque del tipo de equilibrio general; b) un índice de bienestar del tipo Cobb-Douglas; c) la demanda por los productos de cada sector tienen una elasticidad unitaria; d) las cantidades de equilibrio satisfacen la condición: $\Sigma X_i = Y^o$, una constante.

El problema de Harberger puede resolverse dentro del marco de nuestro modelo. Con fines expositivos consideremos un mundo de dos bienes lo que nos permitirá operar con el modelo que hemos presentado. Para ello se eliminan las ecuaciones (7) y (8) con la advertencia de que $T_1$ y $T_2$ en la ecuación (6) deben interpretarse como impuestos indirectos equivalentes (o subsidios, según el caso) de los efectos sobre las productividades marginales del trabajo y el capital de influencias tales como monopolios, impuestos indirectos o salarios anormalmente elevados en algunos sectores de la economía. Nuestro modelo sería, en este caso, el siguiente:

$$(1) \qquad U = X_1^{0,5} X_2^{0,5}$$

$$(2) \qquad 200 = X_1 + X_2$$

$$(3) \qquad 200 = X_1 P_1 + X_2 P_2$$

$$(4) \qquad \frac{0,5\ U}{X_1} = \delta P_1$$

$$(5) \qquad \frac{0,5\ U}{X_2} = \delta P_2$$

$$(6) \qquad P_1 - T_1 = P_2 - T_2$$

Donde U, $X_1$, $X_2$, $P_1$, $P_2$ y $\delta$ son las incógnitas y $T_1 = 2$, $T_2 = -0,40$ e $Y^o=200$ están dados. La solución coincide con los valores de Harberger: $P_1 = 3$; $P_2 = 0,60$; $X_1 = 33,3$; $X_2 =166,6$. El hecho de que Harberger arribara a la misma solución se debe no solamente al tipo de función de utilidad con la que trabajó sino a la hipótesis de que las demandas por los productos de cada sector tienen una elasticidad unitaria (un supuesto duro de asumir para quien sabía muy bien que este no era el valor que se obtenía con la ecuación de Slutsky) como consecuencia de lo cual no le fue necesario pensar en una ecuación como la (3). En nuestro modelo no ha sido necesario realizar este supuesto si bien debe señalarse aquí que en otro trabajo tuvimos la oportunidad de demostrar que si la función de utilidad es del tipo Cobb-Douglas las funciones de demanda que genera este modelo poseen una elasticidad unitaria.

Debería señalarse que no obstante el haber puesto especial énfasis en esta presentación teórica en un modelo con impuestos al consumo, el mismo es fácilmente extendible a los casos de una capitación (lump sum payment), un impuesto universal y uniforme a los ingresos o un impuesto general y uniforme al valor agregado. No escapará al criterio inteligente que, dado el tipo de supuestos con que hemos trabajado, este modelo sería fácilmente asimilable al caso de un impuesto a los ingresos de un factor en un sector mediante el arbitrio de asociar al mismo el efecto tributación indirecta correspondiente (excise tax effects). Así, si se contempla el impuesto $T_{k1}$ al uso del capital en la industria que produce el bien $X_1$, y $f_{k1}$ es la fracción del capital en los costos de esta industria, el impuesto equivalente al consumo de $X_1$ estará dado por la relación $T_1 = f_{k1} \cdot T_{k1}$.

Para examinar el problema de las funciones de demanda que este modelo encierra eliminaremos las ecuaciones correspondientes a la política tributaria y la condición de un presupuesto equilibrado, con lo cual nos queda un sistema incompleto de ecuaciones:

(1) $U = U\ (X_1, X_2)$

(2) $Y^o = X_1 + X_2$

(3) $Y^o = X_1\ P_1 + X_2\ P_2$

(4) $U_1 = \varepsilon\ P_1$

(5) $U_2 = \varepsilon\ P_2$

en el cual las incógnitas son: $X_1$, $X_2$, $P_1$, $P_2$, $\varepsilon$ y $U$. Las derivadas parciales de la función de utilidad $U_1$, $U_2$ son a la vez funciones de $X_1$, $X_2$; por lo que las ecuaciones (4) y (5) pueden escribirse:

(4) $g\ (X_1, X_2) = \varepsilon\ P_1$

(5) $h\ (X_1, X_2) = \varepsilon\ P_2$

A los fines de presentación teórica supondremos que estas ecuaciones pueden escribirse de una manera alternativa:

(4) $X_1 = \varepsilon\ G\ (P_1, P_2)$

(5) $X_2 = \varepsilon\ H\ (P_1, P_2)$

Reemplazando estas dos ecuaciones en (2) obtenemos el valor del multiplicador.

$$\delta = \frac{Y^o}{G\ (P_1,P_2) + H\ (P_1,P_2)}$$

y reemplazando este valor en (4) y (5) obtenemos las demandas por $X_1$ y $X_2$ como funciones de $Y^o$, $P_1$ y $P_2$.

$$(4)\quad X_1 = \frac{G\ (P_1,P_2)}{G\ (P_1,P_2) + H(P_1,P_2)}\ Y^o$$

$$(5)\quad X_2 = \frac{H\ (P_1,P_2)}{G\ (P_1,P_2) + H(P_1,P_2)}\ Y^o$$

Reemplazando estos valores en la ecuación (3) permite establecer el "locus" que vincula a los precios alternativos de equilibrio:

$$0 = G\ (P_1,P_2)\ (P_1-1) + H\ (P_1,P_2)\ (P_2-1)$$

De esta manera el sistema incompleto original queda reducido a una función de utilidad, dos funciones de demanda walrasianas y una frontera de precios:

$$U = U\ (X_1,X_2)$$
$$X_1 = D_1\ (P_1,P_2,Y^o)$$
$$X_2 = D_2\ (P_1,P_2,Y^o)$$
$$0 = F\ (P_1,P_2)$$

Como puede apreciarse, las funciones de demanda que este modelo implica son walrasianas desde que ambos precios varían conforme a las posibilidades que establece la función de frontera de precios. El gasto de los consumidores, o lo que es lo mismo su ingreso o renta, permanece constante mientras que la utilidad o disfrute varía con el consumo de las combinaciones alternativas de equilibrio. Las funciones de demanda de este modelo han sido denominadas "demandas fronteras de producción" porque satisfacen la restricción que impone la ecuación (2).

## REFERENCIAS

Cordomí, M.L., (1990), "A Concept of Demand Relevant to the Study of Taxation Problems", Public Finance / Finances Publiques, Vol.45, pp.18-36.

Harberger, A.C.,(1959), "Using the Resources at Hand More Effectively", American Economic Review, Vol.49 (Papers and Proceedings), pp.134-146.

Harberger, A.C., (1971), "Three Basic Postulates for Applied Welfare Economics: An Interpretative Essay", Journal of Economic Literature, Vol.9, pp.785-97.

Johnson, H.G., (1966), "Factor Market Distortions and the Shape of the Transformation Curve", Econometrica, Vol 34, pp.686-698.

Universidad Nacional de Tucumán
Instituto de Investigaciones Económicas
Noviembre de 1992